PREPARATION AUX ORAUX – ATS

MECANIQUE ET MECANIQUE DES FLUIDES

Table des matières

RAPPORTS DU JURY ATS POUR L'ORAL

- **Extrait du rapport du jury 2021**

L'épreuve orale de physique se divise en trente minutes de préparation et vingt-cinq minutes d'interrogation. Les sujets donnés aux candidats comprennent deux exercices qui portent sur deux parties différentes du programme. La calculatrice n'est pas autorisée.

Liste non exhaustive de difficultés souvent rencontrées

Mécanique. Oubli fréquent de définition du système, référentiel et repère. Bien réfléchir à la méthode de résolution avant de démarrer soit par le PFD soit par le théorème de la puissance mécanique. Le théorème de l'énergie mécanique n'est pas explicitement au programme mais beaucoup de candidats le connaissent et cela leur permet un gain de temps appréciable. On a observé des confusions entre le poids et l'énergie potentielle de pesanteur, souvent par manque de rigueur dans la notation du vecteur unitaire $\overrightarrow{u_z}$.

- **Extrait du rapport du jury 2019**

Liste non exhaustive de difficultés souvent rencontrées

Mécanique. Toujours des confusions entre le théorème de la puissance mécanique et l'expression de l'énergie mécanique. Manque de discernement sur le choix de la méthode la mieux adaptée à l'exercice.
En général pas de mention de la référence pour l'énergie potentielle. Attention à bien justifier la conservation ou non de l'énergie mécanique. Toujours des difficultés avec les projections lors de l'application du PFD.

Mécanique des fluides. Bonne connaissance de la relation de Bernoulli, ne pas oublier les conditions d'application. Attention à l'homogénéité de la formule lorsqu'elle est généralisée avec un élément actif.

Enfin d’une manière générale, le candidat doit s’efforcer de communiquer oralement avec l’examinateur pour justifier ce qu’il écrit au tableau : certains candidats attendent que l’examinateur leur demande la justification alors qu’ils savent la réponse, c’est dommage.

Recommandations pour l’épreuve orale

- Une certaine autonomie est attendue lors du passage de l’oral, les candidats ne doivent pas attendre ni demander l’approbation de l’examinateur après chaque phrase prononcée ou chaque ligne écrite au tableau.
- Des craies de couleur sont disponibles et les candidats ne devraient pas hésiter à les utiliser.
- Le jury apprécie que le candidat s’efforce de :
  - préparer sa convocation et pièce d’identité avant d’entrer dans la salle
  - annoncer dans quel ordre il souhaite présenter les exercices
  - citer le théorème général avant de l’appliquer au cas particulier proposé ;
  - écrire les expressions littérales **avant** de faire les calculs numériques. **Attention** : de plus en plus de candidats mélangent valeurs numériques et grandeurs littérales !
  - utiliser la notation scientifique (puissances de 10) ;
  - vérifier les signes et unités des résultats ;
  - commenter les résultats obtenus (plausibles ou non).

- **Rapport du jury 2018 : *Liste non exhaustive de difficultés souvent rencontrées en mécanique***

Mécanique. Théorème de l’énergie mécanique généralement bien utilisé mais peu de candidats savent l’énoncer correctement. Attention ne pas confondre avec le théorème de la puissance mécanique.
Mentionner le référentiel, le système et le repère choisi.
Enormes difficultés avec les projections lors de l’application du PFD. Réflexion insuffisante sur le choix de la méthode : PFD ou méthode énergétique ? Globalement un net recul de l’aisance des candidats en mécanique.

Mécanique des fluides. Bonne connaissance de la relation de Bernoulli, ne pas oublier qu’elle s’applique le long d’une ligne de courant.

On a vu cette année un certain nombre de candidats commencer par l’exercice le moins réussi, c’est inhabituel et pas forcément la meilleure stratégie ! Il vaut mieux soigner le début de l’interrogation et présenter d’abord l’exercice où l’on est le plus à l’aise.
Globalement les candidats ne sont pas assez à l’aise avec des applications numériques à faire de tête ou à poser au tableau, une épreuve sans calculatrice n’est pas une épreuve sans calcul ! Enfin d’une manière générale, le candidat doit être capable de justifier ce qu’il écrit au tableau : la physique n’est pas une discipline de formules apprises par cœur et de recettes dont on ne connait pas l’origine.

- **Rapport du jury 2017 : *Liste non exhaustive de difficultés souvent rencontrées en mécanique***

On voit apparaitre des difficultés à établir les équations d’un mouvement rectiligne à l’aide du principe fondamental de la dynamique.

Lorsque l’exercice est traité par une **méthode énergétique, le recours au théorème de la puissance mécanique peut compliquer la résolution.** Les candidats devraient **utiliser sa forme dérivée** $\boxed{\boldsymbol{\Delta E_m = W_{nc}}}$ **;** ce qui suppose de **maitriser l’expression du travail d’une force et de savoir différencier force conservative ou non conservative.**

Lorsque les candidats expriment l'énergie potentielle de pesanteur, il manque systématiquement l'axe (Oz).
En conclusion, les erreurs les plus pénalisantes portent sur le cours : les candidats doivent attacher la plus grande importance à la connaissance du cours, qui a tendance à se dégrader.

La relation de Bernoulli est bien connue, ses conditions d'applications un peu moins. Les exercices sur ce thème ne posent pas de difficultés particulières aux candidats.

CINEMATIQUE

Exo M1 ♥ Usain Bolt (3 fois, 2022)

Usain Bolt court le 100 m en environ 10 s. On considère que sa course se décompose en une première phase correspondant à un mouvement rectiligne uniformément accéléré sur 50 m, puis une seconde phase correspondant à un mouvement rectiligne uniforme sur 50 m également.

1) Etablir les expressions de l'accélération, de la vitesse et de la position à chaque instant pour chacune des phases.
2) Déterminer la vitesse maximale atteinte par Usain Bolt au cours de sa course.

CHUTE LIBRE

Exo M2 Parachutiste – frottement quadratique (16 fois ; 2021)

Soit un parachutiste (masse $M = 100$ kg avec son parachute) sautant d'un avion. On néglige les frottements de l'air. Il ouvre son parachute à $t = 2$ s. Force de frottement du parachute de norme : $F = kv^2 \quad (avec\ k = 10\ USI)$.

1. Donner d_0 et v_0, la distance parcourue en 2 secondes et la vitesse à $t = 2$s.
2. Donner l'équation différentielle liant vitesse et temps lorsque le parachute est ouvert (*par 2 méthodes différentes*).
3. Déterminer la vitesse limite du parachutiste (avec le parachute ouvert) puis l'expression maximale de la force de frottement du parachute.
4. Peut-on déterminer la vitesse limite à l'aide d'une méthode énergétique ?

Des questions comme "Le référentiel est-il VRAIMENT Galiléen ?", "Pourquoi la terre attire le parachutiste ?"

Exo M 3 ♥ Parachutiste – frottement fluide (8 fois ; 2023)

Un élève d'ATS saute d'un hélicoptère en vol stationnaire. Les six premières secondes, l'ATS n'est soumis qu'à son poids (sans frottements). Puis il ouvre son parachute à $t = 6s$, avec une résistance exercée par le vent $\vec{F} = -\lambda\vec{v}$ (avec $\lambda = 40$ kg.s^{-1}). On prendra $m = 100\ kg$.

1. Déterminer d_0 et v_0, la distance parcourue en 6 secondes et la vitesse atteinte au bout de ces $t = 6\ s$.
2. Une fois le parachute ouvert, montrer qu'il existe une vitesse limite v_l atteinte par le parachutiste *(parfois : établir l'expression avec 2 ou 3 méthodes : avec le PFD, le TEM et le TPM).* La calculer. Donner puis la valeur maximale de la force de frottement du parachute.
3. Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution de la vitesse lorsque le parachute est ouvert (*par 2 méthodes différentes*). Résoudre cette équation.
4. Tracer l'allure de l'évolution de la vitesse au cours du temps. Faire apparaitre v_l.

Exo M4 Chute libre de billes (8 fois ; 2018)

Soit deux billes quasi ponctuelles qui partent d'une hauteur h du sol. L'une des deux est sur un plan incliné (bille 2) l'autre chute dans le vide (bille 1). Elles n'ont aucune vitesse initiale. Les frottements sont négligés.

1. Quelle est la vitesse de la bille 1 quand elle arrive au sol?
2. De même pour la bille 2.
3. Comparer les résultats.
4. La bille sur le plan va 30% moins vite que la bille dans le vide mais les frottements représentent que 5% de l'écart. Ou sont les 25% restant?

OSCILLATIONS DE PENDULES

Exo M5 ♥ Pendule simple et vitesse maximale

Version 1 (6 fois ; 2018)

Un point matériel M (masse m) est suspendu à un fil inextensible de longueur l attaché en O. À l'instant $t = 0$, le fil est écarté d'un angle θ_0 par rapport à la verticale, et le point M_0 est relâché sans vitesse initiale.

1. Exprimer l'équation différentielle en fonction de m, g, l, θ.
2. Calculer la vitesse maximale du pendule.

Version 2 (2 fois)

Un pendule simple de longueur ℓ, de masse m, est écarté d'un angle θ_m par rapport à la verticale descendante et lâché sans vitesse initiale. Calculer la vitesse maximale du pendule.

Caractéristiques d'un pendule simple (11 fois)

Version 1 (1 fois)

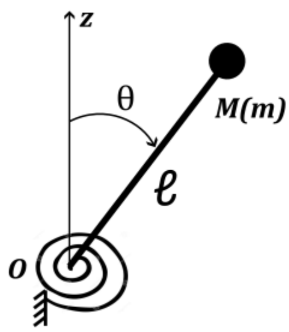
On considère une masse m suspendue à une tige fixée en un point O. Trouver la période d'oscillation du pendule.

Version 2 (10 fois)

Une masse m est suspendue à l'extrémité d'un fil de longueur l et de masse négligeable. La position de la masse est repérée par θ, angle que fait le fil avec la verticale descendante. On étudie les petits mouvements de ce pendule simple.

Etablir l'équation différentielle, définir sa pulsation propre et sa période, en effectuer la résolution.

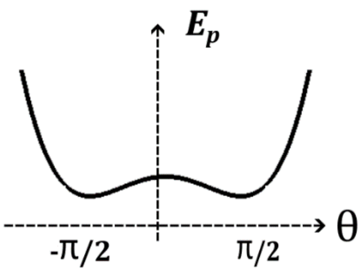
Exo M6 Punching ball (1 fois, 2023)



Le schéma ci-contre modélise un punching-ball.

La liaison entre le socle et la tige est effectuée au moyen d'un ressort de forte raideur, l'énergie potentielle associée est :

$$E_{pL} = \frac{1}{2}K\theta^2$$



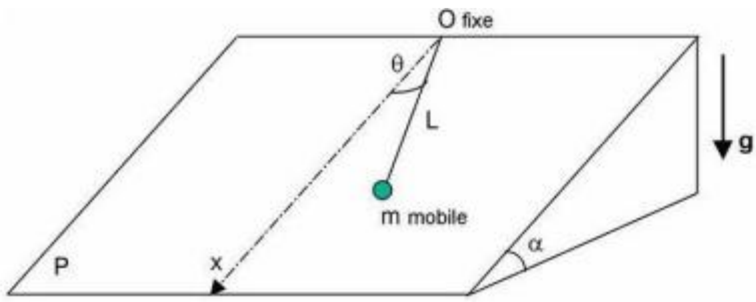
1) Exprimer l'énergie potentielle totale du système.

2) À quelle condition la position $\theta_{éq} = 0$ est-elle position d'équilibre stable ?

3) Commenter la courbe ci-dessous, obtenue pour $K = 0{,}9\ mg\ell$.

Exo M7 ♥ Pendule sur un plan incliné (10 fois ; 2021)

Soit un pendule sur un plan incliné (α angle du plan avec l'horizontale, θ angle avec l'axe Ox suivant la plus grande pente).



1. Représenter le système en vue de droite et représenter toutes les forces qui s'appliquent.
2. Qu'est-ce qu'une force conservative ? Le poids est-il une force conservative ? Déterminer l'énergie potentielle liée au poids.
3. Déterminer l'énergie potentielle du pendule. On prendra un axe z vertical dont l'origine sera prise à la position d'équilibre du pendule.
4. Déterminer les positions d'équilibre du pendule. Discuter leur stabilité.
5. Déterminer l'énergie mécanique du pendule. En déduire l'équation différentielle du mouvement en fonction de θ.
6. Déterminer la période des petites oscillations.

Questions supplémentaires :

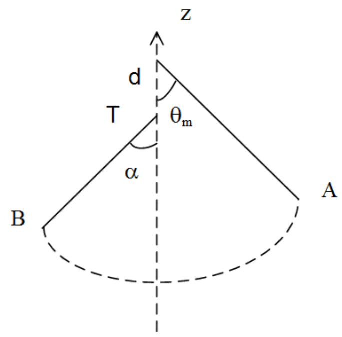
1. *Différences avec le pendule traditionnel ?*
2. *Proposer une expérience pour trouver α inclinaison du support.*

Version 2

1. Faire le bilan des forces exercées sur $M(m)$.
2. Déterminer l'énergie potentielle du pendule.
3. Exprimer l'équation différentielle liant θ et t.
4. Quelle est la période des petites oscillations ?

Exo M8 Pendule buttant contre un clou (15 fois, 2023)

Un pendule est constitué d'une bille de masse m, suspendue à l'aide d'un fil inextensible et sans masse de longueur l au point fixe O ; on lâche avec une vitesse nulle et avec un angle θ_m.
A la verticale de O, en un point T situé à la distance $d < l$, est fixé un clou sur lequel le fil du pendule va buter.



1. On fixe l'origine des énergies potentielles de pesanteur en O. Déterminer l'énergie potentielle de la bille à $t = 0$ (point A).
2. Exprimer la vitesse maximale atteinte par le pendule pendant son mouvement.
3. En admettant que le choc du fil sur la tige se fait sans perte d'énergie, déterminer l'angle α maximal atteint par le pendule (position B).

RESSORTS

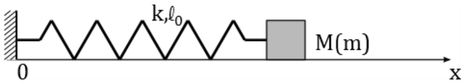
Exo M9 Ressort horizontal (2 fois ; 2013)

Soit une masse m attachée à un ressort horizontal de raideur k.

1. Déterminer la période des oscillations de la masse.
2. Comment est transformée l'équation si le ressort est soumis à une force de frottement fluide ?
3. Donner alors les solutions de cette équation.

Exo M10 Ressort horizontal - bis (4 fois, 2023)

On considère un cube M de masse m, glissant sans frottements sur un plan horizontal, accroché à un ressort (de raideur k, de longueur à vide ℓ_0) dont l'autre extrémité O est fixe. On repère la position du ressort par x = OM.



À l'instant initial, $x = \ell_0$ et on donne au cube une vitesse v_0 dirigée suivant $-\vec{e}_x$.

Version 1 : (3 fois, 2023)

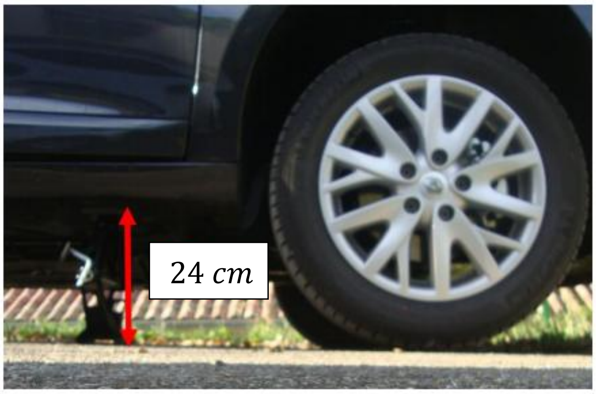
Calculer la longueur minimale du ressort par la suite.

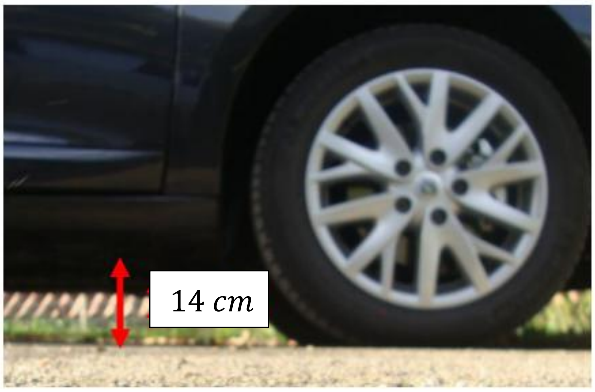
Version 2 : (1 fois, 2021)

Etablir l'équation du mouvement, la résoudre et tracer le graphe associé au déplacement.

Exo M11 ♥ Amortisseur de voiture

On donne deux photos d'une roue avec et sans cric :





Données : $m_{voiture} = 1\ t$.
Déterminer la raideur k de l'amortisseur.

Exo M12 Ressort vertical sans puis avec frottement fluide (7 fois, 2023)

On considère une masse accrochée à un ressort de longueur à vide ℓ_0 sur un axe vertical descendant z. On prendra comme origine O de l'axe le point d'accroche du ressort (*remarque : pas de schéma fourni)*

1) Déterminer la position d'équilibre.
2) A l'instant $t = 0$, la masse est tirée vers le bas d'une longueur h par rapport à la position d'équilibre ; elle est ensuite lâchée sans vitesse initiale. Déterminer et résoudre l'équation différentielle.
3) On tient à présent compte d'une force de frottement fluide $-\alpha\vec{v}$ s'exerçant sur la masse en mouvement.

Version 1 : proposer une méthode pour déterminer (ou : Comment déterminer) α à partir de l'observation des oscillations amorties ?

Pour la dernière question, l'examinateur m'a dit qu'il attendait juste une explication de la résolution de l'équation différentielle, en passant par le polynôme caractéristique, donc rien de très rigoureux était attendu finalement.

Version 2 : déterminer et résoudre la nouvelle équation différentielle. Que se passe-t-il lorsque α est grand ? Peut-on dire que les oscillations sont amorties ?

Il ne m'a pas posé beaucoup de question parce que je parlais et décrivais beaucoup ce que je faisais et il n'a pas été très loin dans ces questions (surement parce qu'il voyait que je maitrisais ce chapitre)

Exo M13 ♥ Ressort vertical avec frottement fluide (18 fois, 2023)

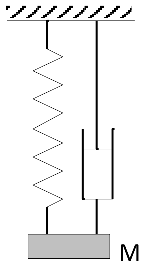
Version 1

Une masse M est suspendue à un ressort vertical de masse négligeable, de raideur k et de longueur à vide l_0. La masse subit une force de frottement fluide.

1. Déterminer la position d'équilibre du ressort z_{eq}.
2. Donner l'équation différentielle du mouvement.
3. Quelle est la condition pour que le système oscille ?

VARIANTE : comment, en changeant la viscosité du fluide, peut-on obtenir un régime pseudo-périodique.

Version 2



Une charge M est attachée à un ressort de raideur k, de longueur à vide ℓ_0 et à un amortisseur de constante α, qui génère une force de frottement fluide.

1. Etablir le bilan des forces subies, et les représenter sur un schéma.
2. Déterminer les caractéristiques de la position d'équilibre.
3. Etablir l'équation différentielle du mouvement.
4. Quels sont les différents types de réponse possibles ?

Version 3 (2023)

Une masse $M(m)$ est suspendue à un ressort vertical.

a. Déterminer la position d'équilibre.

b. Déterminer l'équation différentielle du mouvement et la résoudre.

c. La masse est écartée d'une longueur h par rapport à sa position d'équilibre et est lâchée sans vitesse initiale. Donner la solution de l'équation du mouvement.

d. On place la masse dans un fluide, de coefficient de frottement λ. Donner la nouvelle équation différentielle.

e. Quels sont les types de mouvement possibles ? Montrer qu'on peut déterminer λ s'il n'est pas trop grand.

Pour cette question je n'ai pas eu à tout refaire j'ai simplement donné la forme de l'équation et expliqué les 3 types d'oscillations possibles en fonction des valeurs, ce qui était suffisant.

Durant l'exercice il m'a demandé dans quel référentiel je travaillais et m'a donc demandé la définition d'un référentiel galiléen.

À la fin il m'a aussi demandé si je connaissais un autre type de frottements fluides s'écrivant autrement que λv.

Version 4 (une fois)

Soit un ressort vertical de raideur k, de longueur à vide L_0, orienté suivant l'axe z dirigé vers le bas. Une extrémité est fixée en un point O, sur l'autre extrémité M, se trouve une masse m.

1. Déterminer la longueur z_e du ressort à l'équilibre
2. On écarte le point M de sa position d'équilibre d'une longueur h, puis on le lâche. Déterminer l'équation différentielle décrivant le mouvement de M
   + Comment appelle-t-on ce type d'équation différentielle ?
   + Déterminer la pulsation
3. Résoudre cette équation
   + Tracer la courbe représentative de $z(t)$ et placer les points h et z_e.
4. On place le ressort dans un liquide. M y subit des forces de frottements fluides de coefficient λ, opposées à son déplacement. Reprendre les 3 questions précédentes.
   + Pourquoi la position d'équilibre reste inchangée ?

+ «Pour la résolution on a 3 cas possibles », « bah prend le plus drôle, donne le nom du régime, écris-moi directement la forme de la solution en $z(t)$, trace la courbe de la fonction et place h et z_e dessus »

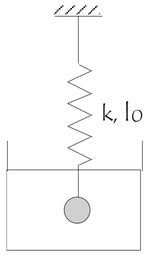
Exo M14 Ressort vertical et Sphère plongée dans un liquide (6 fois ; 2017)

Version 1 (2012)

Une sphère de rayon r et animée d'une vitesse $\vec{v}$, plongée dans un liquide de coefficient de viscosité η, est soumise à une force de frottement qui, lorsque la vitesse est faible (ou plus précisément lorsque le régime est laminaire), a pour expression $\vec{F} = -6\,\pi\,\eta\,r\,\vec{v}$ (formule de Stokes).

Une telle sphère, de masse m, est suspendue à un ressort de raideur k. Sa période d'oscillation dans l'air, où le frottement est négligeable, est T_0. On la plonge dans le liquide de coefficient de viscosité h : sa pseudo-période est alors T. On appelle μ la masse volumique du liquide.

Donner l'expression de η en fonction des caractéristiques de la sphère, de T_0 et T.



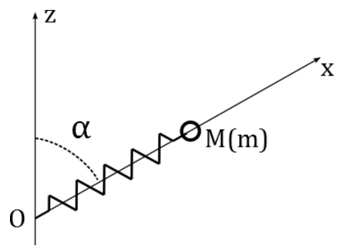
Version 2 (2017)

Une bille de masse m est suspendue à un ressort de masse négligeable. Plongée dans un liquide, elle subit une force $-\mu\vec{v}$. La longueur à vide du ressort est ℓ_0 et sa raideur k. La longueur à l'équilibre est ℓ_{eq}.

1. Trouver la condition d'équilibre.
2. Déterminer l'équation différentielle en $x(t)$, position de la bille par rapport à la position d'équilibre.
3. Pour quelle valeur de μ a-t-on un oscillateur ?
4. Variante : Comment, en changeant la viscosité du fluide, peut-on obtenir un régime pseudo-périodique ?

Exo M15 Anneau au bout d'un ressort sur tige inclinée (2 fois, 2022)

On étudie un anneau M de masse m qui coulisse sur une tige Ox formant un angle avec l'axe vertical ascendant Oz. Cet anneau est fixé à un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0.



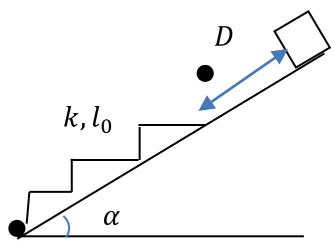
1. Donner la position d'équilibre $x_{éq}$.

2. Etablir l'équation différentielle du mouvement.

3. En déduire l'expression de la position $x(t)$ au cours du temps, l'anneau étant abandonné sans vitesse initiale d'une position x_1 à l'instant initial.

Exo M16 ♥ Ressort comprimé (9 fois, 2023)

Considérons une boîte assimilée à un point M de masse m, lâchée sans vitesse initiale sur un plan incliné. La distance entre la position initiale de la boite et le ressort est de D. La boite glisse sans frottements sur le plan incliné qui forme un angle α avec l'horizontal, et parcoure donc la distance D avant d'arriver sur un ressort de constante de raideur k et de longueur à vide l_0.



1) Déterminer la vitesse de la boîte lors de l'impact avec le ressort.
2) Déterminer la longueur l_c du ressort comprimé au maximum (deux méthodes).
3) Déterminer la distance parcourue par la boîte après rebond sur le ressort.
4) Tracer l'allure de la position de la masse au cours du temps (sans résolution de l'équation différentielle associée)

Commentaires d'un bon élève : J'ai mal compris l'énoncé et je me suis retrouvé à tout improviser à l'oral ! On m'a aussi demandé de tracer l'allure de la position de la masse au fil du temps (sans l'équation différentielle). Il fallait se servir des conditions aux limites de la vitesse pour en déduire les asymptotes. Pour la deuxième question j'ai exprimé la longueur l en tant que paramètre d'un polynôme du second degré, et il m'a demandé une autre façon de faire. J'ai essayé d'expliquer que ça me faisait penser à un changement de variable en prenant pour exemple $X = x - xeq$. C'est la seule question à laquelle je n'ai pas su répondre.

Finalement, même si je n'avais pas compris l'énoncé, j'ai fait de mon mieux pour être très précis sur mes modèles, mes hypothèses, mes choix d'origine et le choix de ma méthode (énergétique, mais j'ai quand même montré comment faire avec le PFD), et je n'ai pas été repris là-dessus.

Exo M17 Flipper (2018)

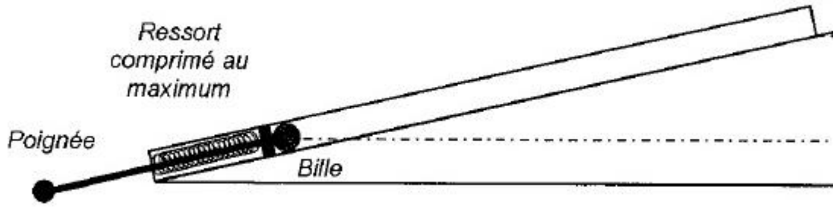
Une bille de masse $m = 80\ g$ est mise en mouvement grâce à un ressort de constante de raideur $k = 320\ N.m^{-1}$ sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 12°$ par rapport à l'horizontale.

Longueur du plan $L = 1{,}6\ m$. Donnée : $\sin(12) = 0{,}2$

1. Le joueur veut juste envoyer la balle en haut du plan. Déterminer la compression du ressort Δl_1 pour que la bille puisse aller en haut. (Donnée $\sin\alpha = 0{,}2$).
2. La bille n'est plus envoyée en haut. Le ressort est comprimé de $\Delta l_2 = \Delta l_1/4$. Décrire le mouvement de la bille. Donner vo (quelle vitesse ?).

Flipper bis (2018)

Une bille de masse $m = 80g$ est mise en mouvement grâce à un ressort de constante de raideur $k = 320\ N.m^{-1}$ sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 12°$ par rapport à l'horizontale. Donnée : $\sin(12) = 0{,}2$



1. Quel Δl faut-il donner au ressort pour que la bille parcourt 4 m sur la piste ?
2. Quelle vitesse aura la bille au moment de l'impact ?
3. Commenter le mouvement s'il n'y a pas de frottements ?

Exo M18 Ressort sur plan incliné (4 fois, 2021)

Version 1 (2021)

Une bille de masse m est attachée à un ressort (k, ℓ_0) sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. On définit un axe Oz vertical ascendant. Les frottements sont négligés.

1. Trouver la longueur du ressort à l'équilibre de manière énergétique.

2. Trouver les longueurs ℓ_{min} et ℓ_{max} du ressort pour une longueur initiale l_i et une vitesse initiale nulle.

Conditions initiales non données par l'étudiant, qui n'a pas été bon sur cet exo (il avait fait l'autre exo, heureusement).

Version 2 (2008)

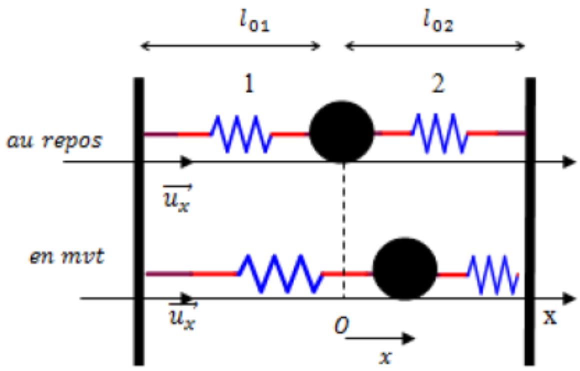
Soit un solide M de masse m posé sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale et attaché à un point fixe par un ressort de raideur k et de longueur à vide L_0. On néglige les frottements entre le solide et le plan, et on s'intéresse aux oscillations libres de la masse.

5. Déterminer la position d'équilibre x_e du solide M
6. Déterminer l'équation $x(t)$ du solide M lorsqu'on l'écarte de D par rapport à sa position d'équilibre. À l'instant initial sa vitesse est nulle.
7. Si l'on fait varier l'angle α, la période des oscillations change-t-elle ?

remarque : lorsque l'examinateur a vu que j'arrivais à faire l'exercice sans difficulté, il m'a rajouté une force de frottements fluide et m'a demandé de résoudre pour le régime pseudopériodique amorti et de redémontrer le cours (beaucoup moins facile).

Exo M19 Molécule de dioxyde de carbone (5 fois ; 2021)

On modélise la molécule de dioxyde de carbone (CO_2) par le modèle simple suivant dans lequel, le carbone est mobile et les deux atomes d'oxygène sont fixes. Les interactions électriques sont modélisées par des ressorts. Le mouvement du carbone se ramène alors à celui d'un mobile de masse rattaché à deux ressorts. L'ensemble se met en mouvement horizontalement sans aucun frottement.

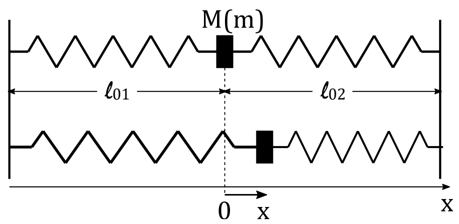


On note l_0 la longueur à vide des ressorts 1 et 2. On appelle k la constante de raideur des deux ressorts. On prendra l'origine du repère en O, position d'équilibre du système.

Par analyse énergétique, prévoir l'amplitude maximale de vibration si $x(0) = 0$ et $v(0) = v_0 > 0$?

Question bonus : même question avec le PFD

Exo M20 Deux ressorts horizontaux (1 fois, 2017)



Trouver l'amplitude de x grâce à une étude énergétique.

Données : k_1 ; k_2 ; ℓ_{01} ; ℓ_{02} ; m ; $x_0 > 0$; $v_0 > 0$.

Exo M21 Deux ressorts verticaux (4 fois, 2010)

Soient 2 ressorts de constantes de raideur k_1 et k_2, de longueur L, et de longueur à vide l_1 et l_2 suspendus verticalement en parallèle. Une extrémité est fixe tandis que l'autre supporte en A une masse m.

Version 1 : Quelle est la pulsation propre de l'oscillateur ainsi obtenu ?

Version 2 : Etablir l'équation différentielle du mouvement.

Version 3 :
Soit un point M de masse m.

Soient 2 ressorts identiques de même raideur, même longueur à vide L_0. Cette masse M est fixée aux 2 ressorts disposés verticalement, dont les extrémités sont A et A'. Les points A et A' sont distant de $2a, a > L_0$.

1. Déterminer la longueur des deux ressorts à l'équilibre. Que peut-on dire si $2ak >> mg$?
2. Un dispositif permet de guider le point M suivant $y'y$, axe horizontal placé à même distance de A et A'. On écarte le point M de Y_0, petit. Déterminer l'équation différentielle. Déterminer la période des oscillations.

Exo M22 Equation différentielle (2014)

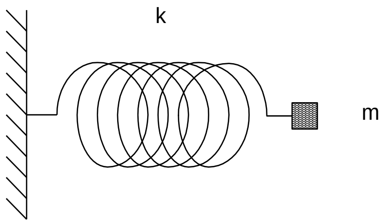
Soit un système suivant la loi différentielle :

$$z(t) = \ddot{z} + 2\lambda\dot{z} + \omega_0^2 z$$

1. Donner la pulsation propre du système

2. En déduire la période propre du système.
3. Quelle est la condition pour que le régime soit apériodique ?

Exo M23 Régime critique



1. Dans le cas d'un frottement fluide de type $\overrightarrow{F_f} = -\lambda\,\vec{v}$, quelle est la condition sur λ pour avoir le régime critique ?
2. Dans le cas d'un frottement fluide de type $\overrightarrow{F_f} = -6\pi\mu r\,\vec{v}$, quelle est la condition sur la viscosité pour avoir le régime critique ?

OSCILLATIONS FORCEES

Exo M24 ♥ Résonance (5 fois ; 2016)

Version 1

Une masse m au bout d'un ressort vertical d'axe (Ox) (raideur k, élongation l_e, longueur à vide l_0) est plongée dans un fluide de masse volumique ρ. L'origine de l'axe (Ox) est prise au point m lorsque la masse est à l'équilibre. Il s'exerce sur cette masse une force de frottement $\overrightarrow{F_v} = -\lambda\vec{v}$.
Le ressort subit en O une force $\vec{F} = F_0 \cos(\omega t)\overrightarrow{u_x}$.

1. Déterminer la longueur du ressort à l'équilibre.
2. Etablir l'équation différentielle du système
3. Résoudre cette équation différentielle

Version 2

Une masse m au bout d'un ressort horizontal d'axe $(Ox\,)$(raideur k, élongation l_e, longueur à vide l_0) est plongée dans un fluide. L'origine de l'axe $(Ox\,)$ est prise au point m lorsque la masse est à l'équilibre. Il s'exerce sur cette masse une force de frottement $\overrightarrow{F_v} = -\lambda\vec{v}$. Le ressort subit en O une force $\vec{F} = F_0 \cos(\omega t)\overrightarrow{u_x}$ afin de lutter contre l'amortissement.
1. Etablir l'équation différentielle du système. Déterminer Q et ω_0.
2. Résoudre cette équation différentielle.

Questions : sur la résonance, les différents types d'amortissements, poussée d'Archimède et d'autres questions de cours pour combler les 5 ou 6 minutes restantes

Exo M25 Oscillations forcées et résonance (1 fois, 2010)

Une masse m au bout d'un ressort vertical d'axe Ox (raideur k, élongation ℓ_e, longueur à vide ℓ_0) est plongée dans un fluide. L'origine de l'axe x est prise au point M lorsque la masse est à l'équilibre. Il s'exerce sur cette masse une force de frottement $\overrightarrow{F_v} = -\lambda\vec{v}$. Le ressort subit en O une force $\vec{F} = F_0\,cos(\omega t)\overrightarrow{u_x}$.

1. Déterminer la condition sur l'équilibre
2. Établir l'équation différentielle du système
3. Résoudre cette équation différentielle

Questions : sur la résonance, les différents types d'amortissements, poussée d'Archimède et d'autres questions de cours pour combler les 5 ou 6 minutes restantes

Exo M26 Oscillateur sans résonance (1 fois, 2009)

Un point matériel $M(m)$ est mobile sans frottement sur un axe horizontal Ox et relié à un ressort de raideur k dont l'autre extrémité est fixe en O.

a. Établir l'équation différentielle du mouvement de $M(m)$.

b. On ajoute une force de frottement fluide caractérisée par le coefficient λ. Que devient l'équation différentielle ?

c. On exerce enfin une force $\vec{F} = K\, cos(\omega t)\, \vec{u}_x$; déterminer la condition sur k, λ et m pour qu'il n'y ait pas résonance.

DYNAMIQUE

Exo M27 Soufflerie (2010)

1. Une sphère en plomb de rayon $a = 1$ cm et de masse volumique $\rho = 11$ g/cm^3, est suspendue à un point
fixe O par un fil, et se trouve placée dans une soufflerie. On modélise la force exercée par le vent sur la sphère par une force :
- de norme $f = k\pi a^2 v^2$
- de mêmes direction et sens que la vitesse relative du vent par rapport à la sphère.

La vitesse du vent, horizontale, a pour norme $v_0 = 10$ m.s^{-1} et le fil fait alors un angle $\alpha = 1{,}68.10^{-2}$ rad avec la verticale. Déterminez la valeur du coefficient k et son unité dans le système international.

2. Cette sphère est lâchée dans l'air sans vitesse initiale. Calculez sa vitesse limite.

3. Quelle serait sa vitesse après une chute de deux mètres de haut, si on négligeait les frottements ? Quelle fraction du poids la force de frottement représenterait-t-elle alors ?

ENERGIE

Exo M28 Equilibre du pendule simple (2018)

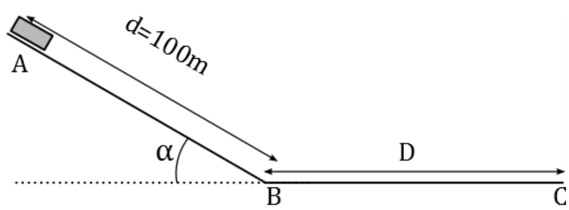
Une bille M de masse m est attachée à une tige rigide de masse négligeable initialement verticale.

On note θ l'angle entre la position initiale et une position quelconque.

1. Calculer l'énergie potentielle de M.
2. Tracer la courbe $E_p(\theta)$.
3. Déterminer les positions d'équilibre.
4. Etudier la stabilité de ces positions d'équilibre.

Exo M29 Voiture (15 fois ; 2023)

Une voiture de masse $m = 800$ kg est garée en A dans une rue en pente faisant un angle $\alpha = 30°$ avec l'horizontale quand son frein à main lâche. Durant son mouvement, elle est soumise à des frottements constants de norme $F = 1000$ N.



1. Déterminer la distance parcourue sur la portion de route horizontale.

2. Établir les équations différentielles du mouvement sur les deux parties de la trajectoire. Résoudre ces équations. (éventuellement : Tracer la courbe donnant la vitesse).

3. En bas de la pente la route n'est pas horizontale mais remonte légèrement en faisant un angle $\alpha/2$ avec l'horizontale. Calculer la distance d'arrêt D'. Que se passe-t-il une fois la distance D' parcourue ? À quelles conditions la voiture reste-t-elle stable ?

Exo M30 ♥ Skieur (19 fois ; 2023)

Un étudiant de prépa ATS glisse sur une piste de ski depuis une altitude $h = 15\ m$. Sa vitesse initiale est nulle. On note α l'angle entre la piste et l'horizontale et on néglige les frottements dans un premier temps.

1. Déterminer sa vitesse finale en bas de la pente en supposant qu'il est parti du haut de la piste sans vitesse initiale.

2. Vérifier le résultat par une autre méthode (parfois précisé : Etablir l'équation du mouvement).

3. On suppose maintenant qu'une force de frottement solide constante $\vec{F}$ s'exerce sur le skieur. Calculer W_F, le travail de $\vec{F}$ lors de la descente du skieur.

4. Déterminer la vitesse du skieur en bas de la pente en utilisant le travail W_F .

Version 2

a. Peut-on déterminer la vitesse v_f en bas de la piste sans décrire le mouvement (ou : sans étude cinématique) ?

b. Décrire le mouvement (ou : étude cinématique). Vérifier la relation trouvée à la question précédente.

c. On tient compte maintenant d'une force de frottement F (constante). Calculer le travail de cette force.

d. Déterminer la vitesse du skieur en bas.

Exo M31 Toboggan (16 fois ; 2023)

On considère un enfant de masse m, s'élançant du sommet d'un toboggan avec une vitesse nulle.

On suppose que les frottements sont négligeables

1. Déterminer en quel point la vitesse de l'enfant sera maximale. Donner l'expression de cette vitesse en fonction des données.

2. Déterminer la hauteur maximale h_1 atteinte par l'enfant au-delà du point C si on considère une remontée verticale au-delà de ce point.

3. On considère désormais que l'enfant est soumis à une force de frottement constante, déterminer la nouvelle hauteur h_2 atteinte.

Questions supplémentaires :

a) En présence de la force de frottement, trouver la hauteur h_A pour que le mobile atteigne sa hauteur maximale au point C.

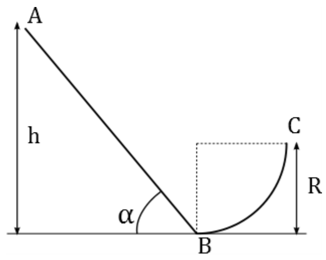
b) Etablir l'équation du mouvement dans la partie circulaire si le point C n'est pas atteint (puit de potentiel).

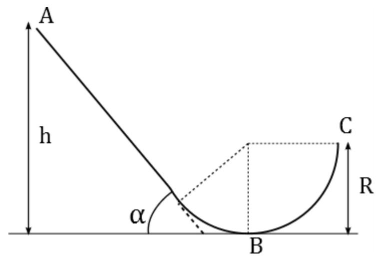
Questions supplémentaires version 2 :

a) Trouver la valeur de la force de frottement constante telle que le mobile atteigne sa hauteur maximale au point C.

b) Dans ce cas précis, que se passe-t-il une fois le point C atteint ? quelle est la nature du mouvement ?

c) Hors-programme : trouver la fréquence des oscillations.





Remarques :

- L'arc de cercle commençait avant le point de contact avec le sol mais lorsqu'on introduit les frottements on considère que l'arc commence lors du contact au sol donc ça ne pose aucuns soucis particuliers pour le calcul du travail des frottements.
- L'examinateur m'a demandé de vérifier le lien entre la chute libre et la vitesse de l'enfant qui descend le toboggan avant l'arc de cercle.

Version 2

On considère un enfant de masse m, s'élançant du sommet d'un toboggan avec une vitesse nulle.

On suppose que les frottements sont négligeables

1. Déterminer en quel point la vitesse de l'enfant sera maximale. Donner l'expression de cette vitesse en fonction des données.
2. Déterminer la vitesse atteinte au point C
3. Déterminer la hauteur maximale h_1 atteinte par l'enfant au-delà du point C si on considère une remontée verticale au-delà de ce point.
4. On considère désormais que l'enfant est soumis à une force de frottement de la forme αv, déterminer la nouvelle hauteur h_2 atteinte.

Exo M32 Saut à la perche (6 fois ; 2018)

Un athlète peut atteindre une vitesse de course de 10 m.s^{-1} avec sa perche.
Quelle hauteur peut-il espérer atteindre ? Le record du Monde est de 6,14 m. Commenter.

Exo M33 Fusée (4 fois, 2023)

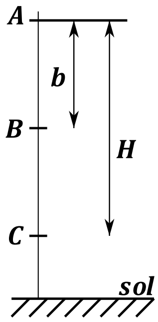
Une fusée de masse $m = 200\ tonnes$ est en ascension verticale. Elle décolle à $t = 0$ et subit une force de poussée de $F = 10\,000\ kN$ jusqu'à $h_1 = 50\ km$. On a $g = 10\ m.s^{-2}$.

1. Déterminer le travail de la force de poussée sur le trajet.
2. Par une méthode énergétique, déterminer la vitesse atteinte en h_1 en considérant F comme une force non conservative.
3. Par une méthode énergétique, déterminer la hauteur maximale de la fusée si on considère la poussée nulle à partir de h_1.
4. En h_1, la fusée largue son réacteur sans vitesse initiale par rapport à la fusée (*ou à la terre ?*). Le vent lui apporte une vitesse latérale maximale $v_{max} = 5\ m.s^{-1}$. Calculer la distance maximale à laquelle le réservoir peut atterrir par rapport à la base de lancement.

Exo M34 Jonglage (1 fois, 2021)

On jongle avec 2 balles. Quand l'une est tout en haut, on lance la seconde. A quel moment se croisent-elles ?

Exo M35 Saut à l'élastique (17 fois ; 2023)



Un étudiant d'ATS de masse $m = 60\,kg$ saute à l'élastique sans vitesse initiale, d'un pont de hauteur h (position initiale : point A). Ce saut est modélisé par une partie en chute libre (phase 1, tant que l'élastique reste détendu) puis une partie avec force de rappel élastique (phase 2, à partir du point B, l'élastique état modélisé par un ressort tel que $k = 60\,N.m^{-1}$, $l_0 = 20\,m$). On suppose les frottements négligeables. On rappelle : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$
(autre jeu de valeurs numériques : $g = 10\,m.s^{-2}$; $l_0 = 20\,m$; $k = 100\,N.m^{-1}$; $m = 100\,kg$)

1. Y a-t-il conservation de l'énergie pour chaque phase ?
2. Donner la vitesse du sauteur à la fin de la chute libre.
3. Quelle est la longueur maximale de l'élastique ? En déduire la hauteur minimale du pont.
4. Exprimer l'équation du mouvement lors de la seconde phase (on prendra comme origine des temps le passage par le point B correspondant au début de la seconde phase).
5. Déterminer l'accélération maximale subie ; l'exprimer en fonction de g (par exemple : $2g$, etc.) (ou alors la force maximale ressentie par l'étudiant).

On donne : $\sqrt{500} \approx 22{,}4$ et $\pi\sqrt{3} \approx 5{,}4$

Version 2 (2 fois, 2021)

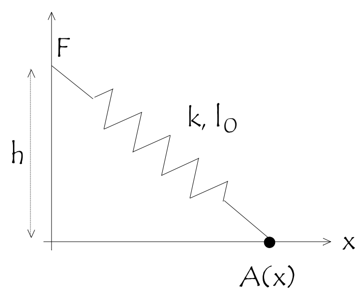
Un étudiant d'ATS, de masse $m = 75\,kg$, saute d'un pont de hauteur $h = 125\,m$ avec un élastique de longueur $\ell_0 = 80\,m$ et de raideur $k = 150\,N.m^{-1}$. On suppose les frottements négligeables.
On donne : $85^2 - 80^2 \approx 29^2$.

1. Bilan des forces sur les différentes phases du mouvement. Y a-t-il conservation de l'énergie ?
2. Quelle est la longueur maximale de l'élastique en considérant que l'étudiant saute sans vitesse initiale ?
3. Quelle est la vitesse maximale de l'étudiant ? (*question ajoutée*)
4. Expliquer l'évolution de l'élastique une fois qu'il a été tendu.

Ou alors

1. Déterminer la vitesse au moment où l'élastique est à sa longueur à vide (juste avant de se tendre).
2. Quelle est la longueur maximale de l'élastique en considérant que l'étudiant saute sans vitesse initiale ?

Exo M36 Positions d'équilibre d'un oscillateur de Landau (8 fois, 2015)



Donnée : $h < \ell_0$.
Calculer la tension $\vec{T}$ du ressort en A en fonction de x, ℓ_0, k et h.
Calculer le travail élémentaire de la tension.
En déduire les positions d'équilibre du point A.
Stabilité *(avec les mains)* ?
Stabilité *(calcul)* ?

Version 2

Un système mécanique est composé d'une masse M ne pouvant se déplacer qu'horizontalement (axe x), d'un point fixe F placé à la hauteur h (sur l'axe z) et d'un ressort (coefficient de raideur k, longueur à vide l_0) reliant F à M.

1. Calculer la force de rappel du ressort (en fonction de x, l_0, h et k).
2. Calculer le travail élémentaire δW.
3. En déduire les positions d'équilibre et leur stabilité. (on se place dans le cas où $l_0 < h$)

Exo M37 Freinage d'un palet (24 fois, 2023)

Un palet de masse $m = 10\ kg$ se déplace à une vitesse $v_0 = 8\ m.s^{-1}$ sur une piste verglacée (donc sans frottements), puis sur une surface rugueuse de longueur $d = 1\ m$ et qui exerce une force de frottement constante : $F_{frot} = fmg$ (avec $f = 0{,}4$).

Aide au calcul : $\sqrt{56} \approx 7{,}5$

1. Quel est le travail de la force de frottement ?

2. Quelle est la vitesse du palet au bout de la bande rugueuse ?

3. On installe plusieurs bandes rugueuses les unes derrière les autres, espacées de d, combien de bandes rugueuses faut-il pour arrêter le palet ?

Questions supplémentaires posées en plein milieu de l'oral :

1. Définition d'un repère galiléen
2. Graphe de la vitesse en fonction de l'abscisse du palet

Exo M38 Mouvement dans une cavité à fond parabolique (7 fois ; 2022)

On considère un bol de courbure $y = ax^2$ (la courbe n'était pas donnée). On lâche une bille M de masse m depuis la position (x_0,y_0) sans vitesse initiale et on néglige les frottements.

1. Montrer que l'énergie cinétique que de M peut se mettre sous la forme : $E_c = \frac{1}{2}m\dot{x}^2(1 + 4a^2x^2)$

2. Déterminer l'énergie mécanique de la masse.

3. Déterminer l'équation différentielle du mouvement.

4. En supposant $2ax \ll 1$ (petits mouvements de la masse autour de O), retrouver une forme connue.

5. En déduire la période des petites oscillations autour de O.

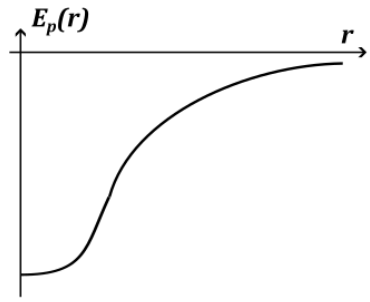
Exo M39 Atome d'hydrogène (2 fois, 2023)

L'atome d'hydrogène est constitué d'un proton, de charge $+e$, considéré comme fixe, et d'un électron, de charge $-e$, de masse m, en interaction avec le proton.

On donne l'énergie potentielle E_p de l'électron en fonction de la distance r au noyau (proton).

$$r \leq r_0 \qquad E_p(r) = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r_0}\left(\frac{r^2}{r_0^2} - 3\right)$$

$$r \geq r_0 \qquad E_p(r) = \frac{-e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$



1) Placer r_0 sur le schéma.

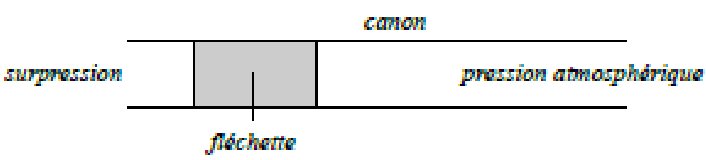
2) Déterminer la position d'équilibre et sa stabilité.

3) On place l'électron à la distance r_0 et on le lâche sans vitesse initiale. Indiquer la nature du mouvement, déterminer l'amplitude maximale ainsi q'une expression de la vitesse.

4) Donner l'expression de l'énergie d'ionisation E_i, c'est-à-dire de l'énergie à apporter à l'électron pour qu'il parte à l'infini à partir de la position $r = 0$ avec une vitesse nulle.

Exo M40 Pistolet à air comprimé (2 fois, 2022)

Un pistolet tire des fléchettes de forme cylindrique de diamètre $d = 1\ cm$ en créant une surpression d'air dans une chambre, qui projette la fléchette.



On peut considérer, pour simplifier, que la fléchette est accélérée en glissant dans le canon de longueur L en étant soumise à une pression $p = 6\ bar$ constante. La pression atmosphérique est de $1\ bar$. La longueur du canon est $L = 20\ cm$, la masse de la fléchette $m = 80\ g$ et on prendra $g = 10\ m.s^{-2}$.

1. Donner l'expression puis la valeur du travail fourni par la résultante des forces de pression sur la fléchette.

2. À l'aide d'une méthode énergétique dans laquelle la résultante des forces de pression peut être traitée comme une force non conservative, déterminer l'altitude maximale atteinte par la fléchette pour un tir vertical.

Aide aux calculs : $\pi \times 2{,}5 \approx 8$.

Exo M41 Distance minimale (2015)

Une particule alpha (de charge $q = +2e$) se dirige vers un noyau (de charge $Q = +Ze$) selon un axe (Ox) avec une vitesse initiale v_0. Le noyau peut être assimilé à l'origine O de l'axe Ox.

1) Déterminer la distance minimale d à laquelle se trouvera alpha de O pendant son mouvement (toutes les données numériques sont fournies mais l'A.N. ne me fut pas demandée à l'oral).
2) Déterminer l'Em de alpha de deux manières différentes.

ONDES MECANIQUES

Exo M42 ♥ Corde de guitare (2 fois ; 2017)

1. Retrouver par analyse dimensionnelle la vitesse de propagation de l'onde en fonction de la longueur L de la corde de guitare, T (sa tension) et μ (sa masse linéique).
2. Donner la formule des fréquences propres et de la fondamentale.
3. Pourquoi le son devient plus aigu quand la corde est moins longue ?
4. Pourquoi le son devient plus grave quand la corde est plus épaisse ?

Exo M43 Didgeridoo (3 fois, 2023)

Le didjeridoo est un instrument à vent utilisé par les aborigènes du nord de l'Australie. En le simplifiant, on peut le représenter comme un tuyau sonore cylindrique de longueur L, fermé à une extrémité et ouvert à l'autre. Lorsqu'une onde stationnaire s'établit dans un tuyau cylindrique, on observe un nœud (N) de vibration à une extrémité si celle-ci est fermée, et un ventre (V) de vibration si cette extrémité est ouverte.

On note c la célérité du son dans l'air.

a. Tracer les 3 premiers modes propres.

b. Donner la relation entre la longueur d'onde λ et la longueur L du tuyau pour ces 3 modes.

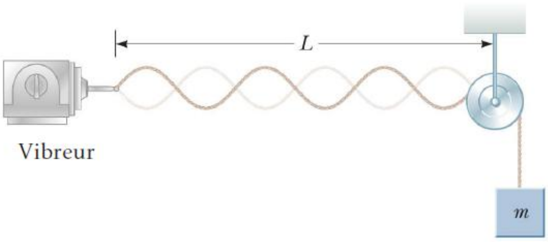
c. Trouver une relation entre la longueur d'onde λ, le rang n de l'harmonique, la longueur L et la vitesse du son c.

d. Exprimer la fréquence f du premier harmonique en fonction de $c\ et\ L$.

e. Si le tube est ouvert aux deux extrémités (type flûte), exprimer la longueur minimale L du tube pour avoir le même son à la sortie (même fondamental, aussi appelé note de même hauteur) qu'un didjeridoo ?

Exo M44 ♥ Corde de Melde (3 fois, 2022)

On considère un dispositif de corde de Melde tel que l'une des extrémités de la corde est reliée à un vibreur (pot vibrant) et l'autre extrémité est reliée à une masse, une longueur L de la corde étant maintenu horizontal grâce à un système de poulie (point B de la corde ; cf. schéma ci-contre).



1. Dessiner les 3 premiers modes propres
2. L'onde incidente en A a pour expression :

$$y_i(x,t) = a\cos(\omega t - kx)$$

Donner les caractéristiques de cette onde.

3. On considère B en $x = 0$. L'onde réfléchie a pour expression :

$$y_r(x,t) = a\cos(\omega t + kx + \varphi)$$

Commenter l'expression proposée. Grâce à la condition aux limites en B ($x = 0$), trouver l'expression de φ.

4. Montrer que la superposition de l'onde incidente et de l'onde réfléchie donne une onde résultante stationnaire.
5. Etablir la position des nœuds et des ventres.
6. AN avec la fréquence fournie. Il fallait trouver la vitesse de l'onde.

STATIQUE DES LIQUIDES

Exo MF1 ♥ Statique des liquides (2016, 2 fois)

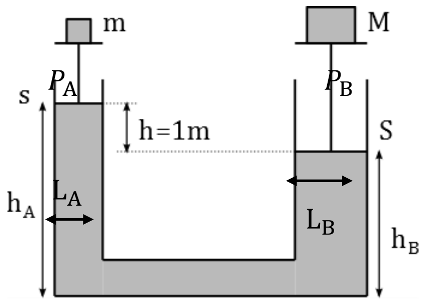
Quelle est la pression supportée par un plongeur à 50 m de profondeur ?

Exo MF2 ♥ Presse hydraulique (7 fois ; 2023)

1. Exprimer les pressions P_A et P_B.
2. Exprimer la masse m en fonction de ρ, M, s, S et h.
3. Effectuer l'application numérique.

Données : $L_A = 4\ cm$; $L_B = 40\ cm$; $\rho = 1000\ kg.m^{-3}$; $M = 40$ t;

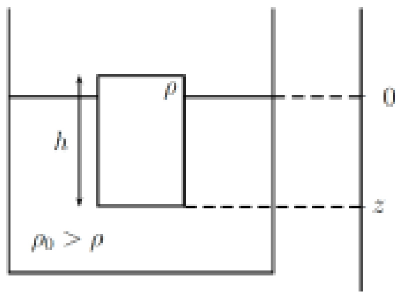
4. Sans changer les masses ci-dessus, peut-on soulever la masse M ?



Exo MF3 ♥ Cylindre immergé (3 fois ; 2017)

Un cylindre de section $s = 1$ cm^2, de hauteur $h = 10$cm et de densité 0,6 (masse volumique ρ) est placé dans l'eau (masse volumique ρ_0). Un système annexe, non représenté sur la figure, maintient son axe de révolution vertical.

1. Déterminer z_0 la hauteur immergée à l'équilibre
2. Quelle est la force à exercer sur le cylindre pour l'immerger en entier ?



3. A partir de sa position d'équilibre déterminée en 1., on enfonce légèrement le cylindre et on le lâche. On néglige les frottements et on pose $\varepsilon = z - z_0$. Montrer que le cylindre effectuera des oscillations dont on déterminera la période.

Version 2

Un bloc rectangulaire, homogène, de masse volumique μ et de côtés a, b et c flotte partiellement immergé dans l'eau de masse volumique μ_{eau}, avec le côté de longueur b vertical. Si on pousse un peu vers le bas puis on le lâche, il se met à osciller. Montrer que le mouvement est sinusoïdal et déterminer sa période. Vérifier l'homogénéité de votre résultat.

Exo MF4 Iceberg (5 fois ; 2023)

Données : $\rho_{eau} = 1{,}0.10^3\ kg.m^{-3}$; $\rho_{glace} = 9{,}0.10^2\ kg.m^{-3}$; $g = 10\ m.s^{-2}$.

On considère un iceberg assimilé à un cube de côté H. On note h la profondeur d'immersion lorsque l'iceberg est à l'équilibre. La hauteur émergée est de 20 m.

1. Donner les valeurs de la pression s'exerçant sur les faces supérieure P_s et inférieure P_i de l'iceberg.

2. Déterminer la hauteur totale H de l'iceberg puis la proportion immergée de cet iceberg à l'équilibre.

3. Etude des oscillations de l'iceberg pour une perturbation verticale : L'iceberg s'enfonce dans l'eau et il se met à osciller. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la cote $z(t)$ mesurant le déplacement vers le bas du bouchon par rapport à l'équilibre. Identifier la période T_0 des oscillations en fonction des données.

Ensuite j'ai eu MFL... L'horreur, je n'ai pas trouvé les bonnes relations et il n'a fait que de me parler d'unités (soit-disant pour m'aider à comprendre mon erreur). J'ai voulu passé par la formule des GP, aussi par Bernoulli pour la question 1 afin de trouver l'unité de la pression. J'ai dit Pascal, j'ai même dit bar et kg.m-² mais ce n'était pas ça. Ça doit être kg/f/cm² ?

Version 2

On considère un iceberg assimilé à un cube de côté H. On note h la profondeur d'immersion lorsque l'iceberg est à l'équilibre.

4. Donner les valeurs de la pression s'exerçant sur les faces supérieure P_s et inférieure P_i de l'iceberg.

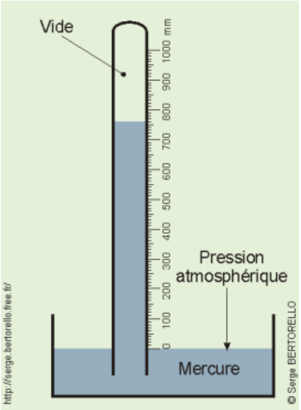
5. Déterminer la proportion immergée de cet iceberg à l'équilibre.

6. Etude des oscillations de l'iceberg pour une perturbation verticale : L'iceberg s'enfonce dans l'eau et il se met à osciller. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la cote $z(t)$ mesurant le déplacement vers le bas du bouchon par rapport à l'équilibre. Identifier la période T_0 des oscillations en fonction des données.

La masse volumique de la glace est de $\rho_g = 917\ kg.m^{-3}$.

Exo MF5 Baromètre (2018)

On réalise un baromètre en remplissant un tube de 1,5 mètres de long avec du mercure ($\rho \approx$ 10 kg. L $^{-1}$; fluide supposé incompressible et indilatable).
Ce tube est retourné sur une cuve contenant également du mercure liquide, en contact avec l'air atmosphérique, à la pression ordinaire $P_0 = 1$ bar. La colonne de mercure s'abaisse dans le tube, jusqu'à atteindre une hauteur h.
Déterminer la valeur de la hauteur h.



STATIQUE DES GAZ

Exo MF6 ♥ Atmosphère isotherme (3 fois, 2022)

On étudie l'atmosphère isotherme. Soit μ la masse volumique de l'atmosphère.

1. Rappeler l'équivalent volumique des forces de pression dans un fluide soumis au champ de pesanteur uniforme. En déduire que $dP = -\mu g\, dz$ en précisant l'orientation de l'axe vertical.

2. Exprimer l'évolution $P(z)$ de la pression dans l'atmosphère en fonction de l'altitude, ainsi que la hauteur caractéristique.

3. Tracer $P(z)$.

Exo MF7 Ballon (1 fois, 2008)

a. On s'intéresse à un ballon de volume $V = 10$ m^3, rempli d'hélium à la pression $P_1 = 3$ bars et à la température $T_1 = 298$ K. Déterminer le volume molaire de l'hélium dans les conditions données.
Calculer le nombre de mol d'hélium dans le ballon.

b. Le ballon monte à 2000 m d'altitude, la pression et la température atmosphériques sont $P_{\text{atm}} = 795$ hPa et $\theta_{\text{atm}} = 13$°C. Le ballon reste suffisamment longtemps pour que l'hélium soit à θ_{atm} et le volume du ballon reste constant. Calculer la surpression $P' = P_{\text{int}} - P_{\text{atm}}$.

c. Le ballon se perce, la pression chute avec une variation dP de pression pendant un temps dt donnée par la loi : $\mathrm{d}P = -\alpha\,(P - P_{\text{atm}})\,\mathrm{d}t$, où $\alpha = 10^{-4}$ SI. Calculer la date t à laquelle la pression du ballon atteint 2 bar et le nombre de moles d'hélium restant alors.

Exo MF8 ♥ Altitude plafond d'un ballon sonde (1 fois, 2023)

Enoncé incertain

On considère le modèle de l'atmosphère isotherme à la température $t_0 = 20\ °C$, pour lequel la pression P à l'altitude z est donnée par la relation $P(z) = P_0 \exp\left(-\frac{z}{H}\right)$, où $P_0 = 1{,}00\ bar$ est la pression au niveau du sol et $H = 8{,}6\ km$. Un ballon sonde est constitué d'une enveloppe en aluminium, de volume fixe $V = 3\ L$, de masse $m = 2{,}00\ g$, gonflée avec de l'hélium à la pression $P_{He} = 1\ bar$.

Données : $M_{air} = 29\ g.mol^{-1}$ et $M_{He} = 4\ g.mol^{-1}$. $R = 8{,}31\ USI$.

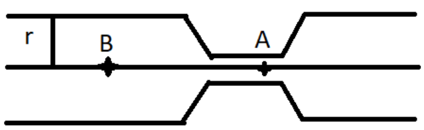
1. Calculer la masse d'hélium m_{He} contenue dans le ballon.

2. Déterminer l'expression puis calculer la pression P_1 de l'air à l'altitude à laquelle le ballon-sonde va se stabiliser.

3. En déduire l'altitude plafond z_1 atteinte par le ballon-sonde.

DYNAMIQUE DES FLUIDES

Exo MF9 ♥ Vaisseau sanguin (1 fois, 2023)



On considère un vaisseau sanguin (une artère) pouvant être modélisé par une canalisation cylindrique de rayon $r = 1$ cm (point B notamment) présentant au niveau d'un point A un athérome. Il s'agit d'un rétrécissement local lié à un dépôt par accumulation de différents éléments tels que la graisse ou le calcaire sur la paroi interne d'une artère, impliquant une diminution locale du diamètre de cette dernière. Cet athérome peut notamment être associé à de l'hypertension. Le patient est en danger pour des pressions en B supérieures à 130 kPa.

Données : masse volumique du sang : $\rho = 10^3\ \mathrm{kg.m^{-3}}$;

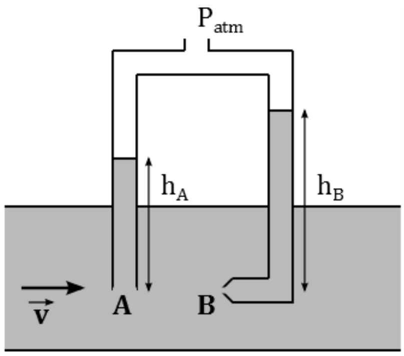
débit volumique du sang dans l'artère : $D_v = 125\ \mathrm{mL.s^{-1}}$.

Rayon de la section au point A : $r_a = \frac{r}{4}$.

1) Calculer les vitesses v_A et v_B du sang aux points A et B.
2) Au point A, la pression est de $P_A = 101$ kPa. Le patient est-il en danger ?

Exo MF10 ♥ Mesure de la vitesse d'un écoulement (9 fois, 2023)

Dans une canalisation horizontale, on veut mesurer la vitesse d'écoulement du liquide de masse volumique ρ. On intercale le dispositif représenté ci-contre. Le liquide est considéré en écoulement permanent.

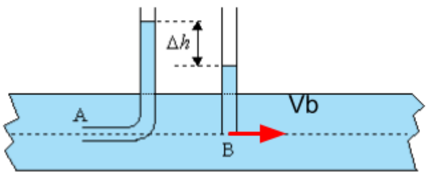


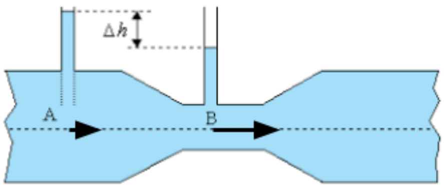
Données : $\rho, h_A = 10\ cm$; $h_B = 12\ cm$; $v_B = 0$ et $v_A = v$.

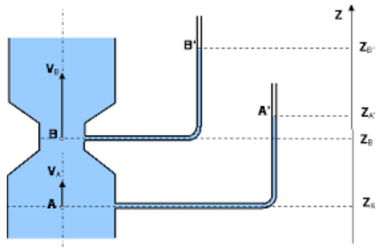
1. Déterminer les relations liant P_A, h_A et P_{atm}, d'une part, et P_B, h_B et P_{atm}, d'autre part. *(question posée par l'examinateur : justifier le choix de la formule utilisée et donner son nom)*
2. Déterminer l'expression de v, vitesse d'écoulement du liquide, en fonction de ρ, h_A, h_B et g. Effectuer l'application numérique. *(question posée par l'examinateur : quel est le nom de la relation utilisée ? ses critères de validité ?)*

Exo MF11 ♥ Débitmètres (3 fois, 2023)

Sachant que l'écoulement est PSI, peut-on considérer ces dispositifs comme des débitmètre.



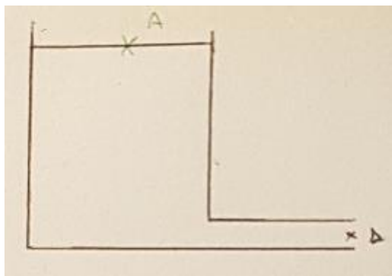




Exo MF12 ♥ Ecoulement depuis un réservoir (3 fois ; 2023)

1. A quelles conditions peut-on appliquer la relation de Bernoulli ?

2. Calculer la vitesse à la sortie du tuyau, en fonction de S,s,h et de constantes.

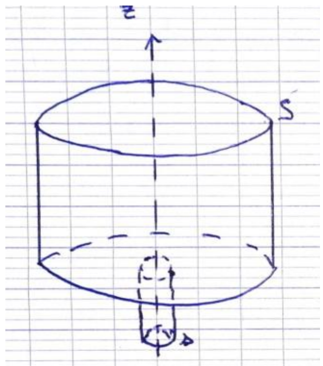


3. Que peut-on dire de la pression le long du tuyau si on suppose que l'écoulement est parfait ? Si l'écoulement n'est pas parfait, que peut-on dire de la pression ?

4. On ferme avec un bouchon la sortie du tuyau. Que vaut la pression ?

Aide aux calculs : $\sqrt{8} \approx 2{,}82$; $\sqrt{7{,}2} \approx 2{,}68$; $\sqrt{6{,}4} \approx 2{,}53$

Vidange d'un réservoir (1 fois, 2023)

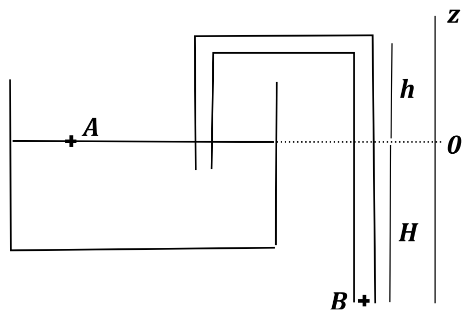


On supposera les sections telles que $S >> s$, et on considère l'écoulement quasi-stationnaire.

1. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $z(t)$.
2. Résoudre cette équation différentielle pour trouver le temps de vidange du réservoir de hauteur H.

Exo MF13 Siphon (10 fois, 2023)

Soit un siphon :



1. Le siphon étant fermé en B en bas du tube, exprimer la pression $P(z)$ en fonction de z.
2. Même question si le siphon est ouvert en B.
3. Déterminer la hauteur maximale h pour que l'écoulement soit toujours possible ($p(h) > 0$).

Données : ρ ; g ; H.
Attention, mon jury était très exigeant, il a voulu absolument toutes les petites démonstrations (conservation du débit, ce que ça implique, la norme de $j_{th} = cste$ etc...)

Comme je l'ai fini très rapidement le jury m'a posé des questions supplémentaires comme : "Comment je ferais pour calculer la vitesse dans le tuyau sans avoir le débit ou la section".

Version 2 (2021)

On se place en régime permanent et on étudie un écoulement parfait. On donne $\rho = 1\ g.cm^{-3}$, $P_{vap} = 2{,}3\ kPa, H = 2{,}5\ m$. On prend l'origine des altitudes à la surface du liquide. Le récipient est constamment rempli pour garder une hauteur constante. On place une canalisation avec deux coudes, de section $s = 1\ cm^2$. Aide aux calculs : $\sqrt{50} \approx 7$

1. Calculer la vitesse v_B en sortie du siphon
2. Condition sur H pour que l'écoulement puisse se faire ?
3. Exprimer la pression P_M en fonction des données du problème.
4. Quelle est la condition sur h pour que l'écoulement puisse se faire ?

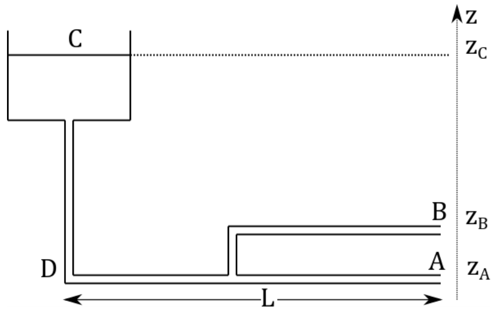
Version 3 (2016)

On considère un siphon de diamètre $d = 10\ mm$ alimenté par un réservoir d'essence de grandes dimensions par rapport à d et ouvert à l'atmosphère.
On suppose que :
- le fluide est parfait.
- le niveau du fluide dans le réservoir varie lentement.
- l'accélération de la pesanteur $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$.
- le masse volumique de l'essence: $\rho = \ 690\ N.m^{-3}$.
- $H = z_A - z_S = 2{,}5\ m$.

1. Déterminer la pression en S quand le conduit est bouché en S.
2. En appliquant le Théorème de Bernoulli entre les points A et S, calculer la vitesse d'écoulement v_S dans le siphon.
3. En déduire le débit volumique Q_v.
4. Donner l'expression de la pression P_B au point B en fonction de h, H, ρ, g et P_{atm}.
5. Faire une application numérique pour $h = 0.4\ m$.
6. h peut elle prendre n'importe quelle valeur ? Justifier votre réponse.

Exo MF14 Château d'eau (2 fois ; 2017)

Un château d'eau alimente deux maisons A et B. Toutes les canalisations sont de diamètre d.



1. Exprimer la vitesse v_A à la sortie du robinet en A lorsque le robinet B est fermé. Puis exprimer D_{vA}.
2. Exprimer la vitesse v_B à la sortie du robinet en B lorsque le robinet A est fermé. Puis exprimer D_{vB}. Comparer D_{vA} et D_{vB}.
3. On considère des pertes de charges régulières sur le segment (DA) de longueur L. Définir les pertes de charges régulières.
4. Exprimer la vitesse v'_A en prenant en compte les pertes de charge régulières.
5. Exprimer la puissance de la pompe nécessaire pour retrouver la vitesse v_A.

Exo MF15 Alimentation en eau (6 fois, 2022)

En ville, un réservoir situé au rez-de-chaussée est pompé pour alimenter les étages d'un immeuble. La pompe maintient une pression constante $P = 5\ bar$ dans les canalisations au rez-de-chaussée. La pression extérieure est $P_{atm} = P_0$.

On prendra $\rho = 10^3 kg.m^{-3}$ et $g = 10\ m.s^{-2}$.

1. Calculer la vitesse de sortie de l'eau du robinet au RDC.
2. Même question à une hauteur $h = 4\ m$ (1er étage).
3. Même question à une hauteur h', 4 mètres plus haute que la hauteur précédente (ou même question au n-ème étage).
4. Calculer la hauteur maximale (et le nombre d'étages maximum), pour laquelle l'eau coulera du robinet.

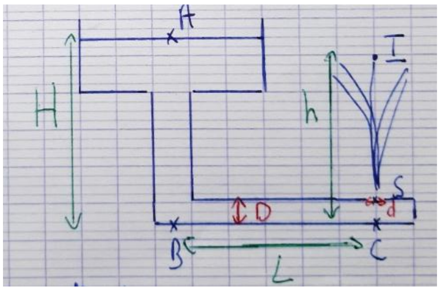
Aide aux calculs : $\sqrt{8} \approx 2{,}82$; $\sqrt{7{,}2} \approx 2{,}68$; $\sqrt{6{,}4} \approx 2{,}53$

Exo MF16 Pompage (1 fois, 2016)

Question supplémentaire à un candidat ignorant tout de ses deux sujets

Quelle doit être la puissance d'une pompe permettant de prélever $10\ L.s^{-1}$ d'eau depuis un puits de profondeur $10\ m$?

Exo MF17 Jet d'eau (2 fois, 2021)



Données : Vitesse du jet en sortie : $v = 10\ m.s^{-1}, L, d, D$. On a $D \gg d$

1. Calculer $\Delta P = P_S - P_C$ et montrer que la vitesse dans la conduite est quasi-nulle.
2. Calculer la hauteur H
3. Calculer la hauteur h
4. Calculer le débit volumique

Exo MF18 Jet d'eau du lac Léman (ou fontaine à eau) (15 fois ; 2023)

Dans le lac Léman, face à Genève, on trouve un jet d'eau vertical qui est un véritable emblème de la ville. Le jet d'eau de diamètre initial $100\ mm$ s'élève verticalement à une hauteur de $h = 150\ m$. En négligeant les pertes par frottement, calculer :

1. la vitesse à la base du jet.
2. la vitesse dans le tuyau d'amenée de diamètre $1\ m$.

3. La pression dans tuyau d'amenée ;

4. le débit volumique.

5. la puissance de la pompe nécessaire pour alimenter le jet d'eau.

6. si l'on remplaçait l'eau par du mercure de masse volumique $13{,}6.10^3\ kg.m^{-3}$, à quelle hauteur monterait le jet dans les mêmes conditions de vitesse d'éjection ?

NB : on négligera la résistance de l'air et on prendra dans cet exercice comme valeur de l'intensité de l'accélération de la pesanteur $g = 10\ m.s^{-2}$.

Exo MF19 Jet d'eau du Lac Léman (bis) (9 fois)

Le jet d'eau culmine à $H = 125\ m$.
L'écoulement est supposé parfait, stationnaire, incompressible, irrotationnel, conservatif. (ceci figurait dans l'énoncé)

1. Calculer la vitesse à la base du jet.

L'alimentation est horizontale, de diamètre $D = 1\ m$ en amont, et la buse d'éjection a un diamètre $d = 100\ mm$. On négligera la variation d'énergie potentielle.

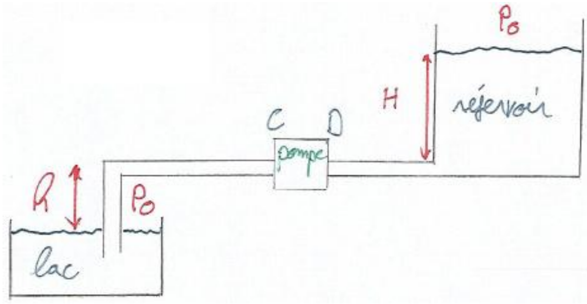
2. Calculer la vitesse de l'eau en amont.
3. Calculer la pression nécessaire en amont.

Question : Pourquoi le débit volumique s'écrit-il $v.S$?

Exo MF20 Jet d'eau du lac Léman, ter (2018)

A quelle vitesse est éjectée l'eau du jet d'eau de Genève, de diamètre $D = 10{,}7\ cm$, alimenté par une pompe débitant 500 L.s^{-1} ? En déduire la hauteur h du jet.

Exo MF21 ❤ Système de pompage (3 fois ; 2021)



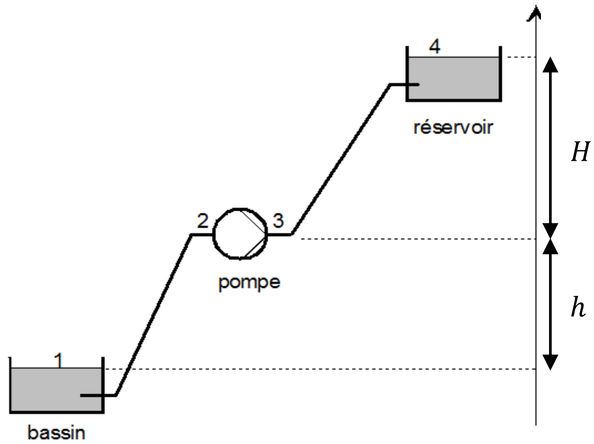
Hypothèse donnée : Surface du lac >> section canalisation

1. Calculer $P_C - P_D$ en fonction de h, H, ρ et g.

2. On donne la puissance de la pompe : 1kW. Calculer le débit de la pompe.

3. Calculer la vitesse moyenne dans les canalisations.

Version 2



Une pompe, de puissance utile $P = 1\ kW$, remonte de l'eau entre un bassin et un réservoir à travers une conduite de diamètre d selon le schéma ci-contre. La vitesse d'écoulement de l'eau dans la conduite est v.

On négligera les pertes de charge singulières dans les coudes et dans la pompe.

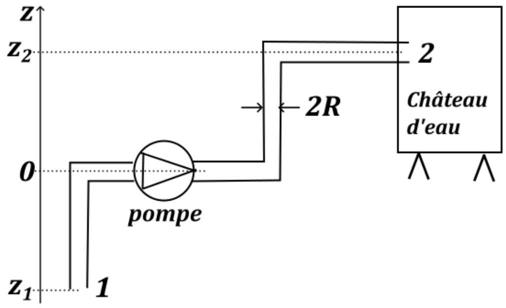
1. Déterminer la différence de pression $P_3 - P_2$ entre la sortie et l'entrée de la pompe en fonction de ρ, h, H et g.

2. Déterminer le débit de la pompe.

3. Déterminer la vitesse moyenne d'écoulement de l'eau dans les canalisations.

Exo MF22 Pompe alimentant un château d'eau (3 fois, 2022)

On considère une pompe, choisie comme origine de l'axe (Oz) vertical ascendant, prélevant de l'eau se trouvant à l'altitude z_1 pour l'amener jusqu'à un château d'eau à l'altitude z_2 (cf. schéma ci-contre). L'écoulement est supposé parfait, incompressible et stationnaire.



$z_2 = 10\ m, z_1 = -10\ m$, conduite de rayon $R = 100\ mm$

vitesse d'écoulement $v = 1\ m/s$, $P_1 = P_2 = 1\ bar$, $g = 10\ m.s^{-2}$

1. Calculer le débit de la pompe Q_v en L/s.
2. En déduire la puissance utile P_u pour acheminer l'eau du puit vers le château d'eau
3. Sachant que la pompe a un rendement $\eta = 50\%$, calculer la puissance absorbée par la pompe Pa.

Exo MF23 Echouage d'un bateau (2017)

Un gros paquebot représenté par un pavé de longueur L et de largeur ℓ a un tirant d'eau de h au port. Il avance à une vitesse v et s'échoue dans un détroit de profondeur H.
Exemple du Queen Elisabeth : $L = 294\ m$, $\ell = 32\ m$, $h = 10\ m, H = 14\ m$, vitesse $25\ noeuds$ soit $46\ km.h^{-1}$.
Expliquer le phénomène. [Exprimer l'enfoncement du navire, critiquer le modèle.]

■ ONDES MECANIQUES

Exo M45 ♥ Onde réfléchie (1 fois, 2023)

Enoncé incertain
Une onde mécanique transversale périodique sinusoïdale le long d'une corde de longueur L est créée en un point $x = 0$ à l'aide d'un agitateur harmonique. Elle se propage le long de cette corde et subit une réflexion au point $x = L$, sans amortissement. On fait varier la fréquence f de la source.

1) Écrire l'équation de l'onde à l'émission puis après réflexion.

2) Écrire les conditions aux limites.

3) Écrire la résultante des deux ondes lorsqu'elles se rencontrent. Quel type d'onde obtient-on ?

4) Identifier les modes propres de vibrations. Représenter les 3 premiers cas (visibles en résonance).

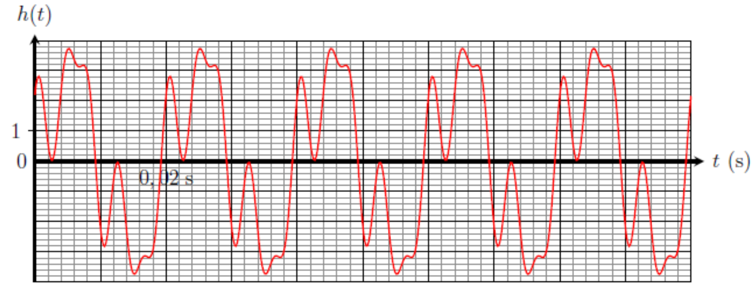
■ REVISIONS COMPLEMENTAIRES NE FAISANT PAS PARTIE DES SUJETS D'ORAUX

Exo M46 ♥ Analyse spectrale

Tout signal périodique $s(t)$ de fréquence f peut être décomposé en une somme de signaux sinusoïdaux de fréquence f_n telle que

$$s(t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\left(2\pi f_n t + \varphi_n\right)$$

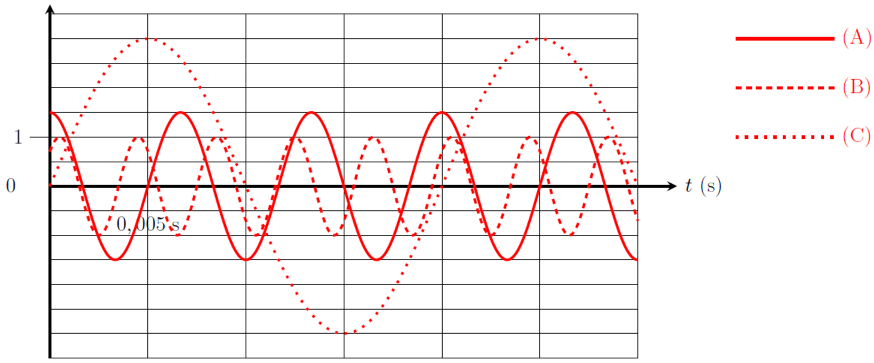
1. Comment s'appelle cette décomposition ?
2. Comment est reliée la fréquence f_n à la fréquence f du signal $s(t)$?
3. Donner l'expression littérale de l'harmonique de rang 2, en utilisant les notations de l'énoncé.



Signal $h(t)$ (ordonnée en cm)

4. Quelle est la fréquence f de ce signal ?

Le signal représenté précédemment peut être décomposé en une somme de trois signaux sinusoïdaux :



Décomposition du signal $s(t)$

5. Déterminer la fréquence de chaque courbe. En déduire quelle courbe correspond à la composante fondamentale et quelles harmoniques sont représentées par chacune des deux autres courbes.
6. Représenter le spectre en amplitude du signal $h(t)$. (Pour chaque fréquence présente vous préciserez sous forme de tableau, le nom de l'harmonique, sa fréquence et son amplitude).

Exo M47 Onde mécanique sur une corde

Une onde se propage le long d'une corde suivant la direction des z croissants, avec une période temporelle de $T = 2\ s$ et une longueur d'onde de $5\ cm$. On suppose que cette onde est harmonique, transversale et que l'amplitude des déplacements de la corde vaut $5\ mm$.

A l'instant initial, cette onde se trouve à l'origine du repère cartésien avec une amplitude nulle.

1. Déterminer l'expression mathématique de cette onde, ainsi que sa célérité.

2. Par analyse dimensionnelle, proposer une expression pour la célérité de cette onde en fonction des caractéristiques de cette corde, c'est-à-dire, sa longueur L, sa masse linéique μ et la tension F à laquelle est soumise.

Exo M48 Corde vibrante

Une corde tendue entre deux supports fixes situés à $75\ cm$ l'un de l'autre a des fréquences de résonance de $420\ Hz$ et de $315\ Hz$, sans fréquence de résonance intermédiaire.

Déterminer la plus basse fréquence de résonance et le module de la vitesse des ondes.

Exo M49 Corde de Melde

Lors d'une manipulation avec la corde de Melde, on trouve les résultats ci-dessous :

1. Pour une même longueur de la corde L et une même masse M accrochée à celle-ci, on obtient les résultats suivants :

Fréquence de résonance $19\ Hz$ pour deux fuseaux.

Fréquence de résonance 28 Hz pour trois fuseaux.
Ces valeurs numériques sont-elles compatibles entre elles ? Quelles seraient les fréquences de résonance suivantes ?

2. La longueur de la corde est $L = 117\ cm$. Quelle est la vitesse c de propagation d'une perturbation sur cette corde (2 chiffres significatifs) ?
3. La masse M accrochée à cette corde est égale à $M = 25\ g$. Quelle est la tension de la corde ? En déduire un ordre de grandeur de la masse linéique de la corde.

Exo M50 Onde stationnaire

Une corde délimitée par ses abscisses $x = 0$ et $x = L = 1{,}2\ m$ est attachée, au point P à un vibreur produisant des ondes sinusoïdales dans la corde. La corde passe par un support au point Q et est tendue par un bloc de masse m.
La masse linéique de la corde est $\mu = 1{,}6\ g.m^{-1}$ et la fréquence du vibreur est à 120 Hz.
On observe sur la corde des ondes stationnaires de petite amplitude.

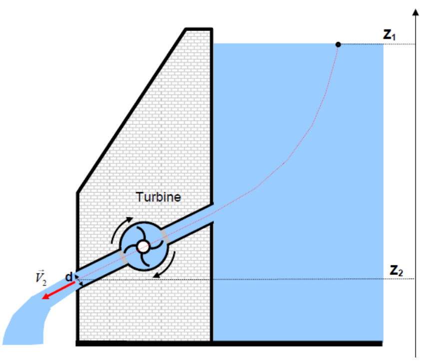
1. Quelles sont les Conditions aux Limites en $x = 0$ et $x = L$?
2. Donner la forme mathématique d'une OS solution de l'équation de d'Alembert respectant ces CL.
3. Déterminer la position x_n des nœuds de vibration en fonction de la longueur d'onde.
4. Déterminer la position x_n des ventres de vibration en fonction de la longueur d'onde. Que vaut l'amplitude des ventres ?
5. Pour quelle pulsation temporelle apparait le phénomène de résonance ?
6. D'après la figure, déterminer quel est l'harmonique observé.
7. Quelle masse m permet d'observer cet harmonique ?

Exo MF24 ❤ Écoulement de Couette plan

Champ de vitesses donné par $\vec{v}(x, y, y) = (\alpha y + \beta)\overrightarrow{u_x}$ où $\alpha = Cte > 0$
Représenter les lignes de courant et quelques vecteurs vitesses dans le plan Oxy
Calculer la divergence et le rotationnel du champ de vitesses. Commentaires.

Exo MF25 Turbine avec pertes

La figure ci-dessus représente un barrage qui est équipé d'une turbine dont les aubes sont entraînées par un jet d'eau sous pression.



La conduite de sortie de diamètre $d = 2{,}5\ m$ est située à une altitude $z_2 = 5\ m$.

Le débit volumique $D_v = 25\ m^3.s^{-1}$. On suppose que le niveau d'eau dans le barrage ($z_1 = 30\ m$) varie lentement ($v_1 = 0$), et les pertes de charges sont évaluées à $J_{12} = 32{,}75\ J.kg^{-1}$.

On donne : - la masse volumique de l'eau: $\rho = 10^3\ kg.m^{-3}$,
- l'accélération de la pesanteur : $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$.

1. Calculer la vitesse v_2 d'écoulement d'eau à la sortie de la canalisation en $m.s^{-1}$.
2. Déterminer la puissance P_a disponible sur l'arbre de la turbine en MW si son rendement η est de 60 %.