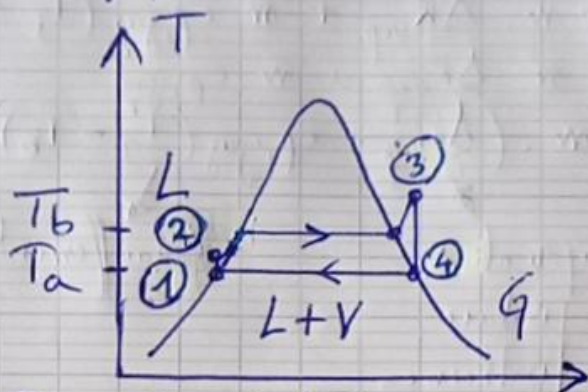


ATS 2025

1. $m = \rho_{\text{liq}} \cdot V_1 = 1,7 \times 80 \cdot 10^{-6} = 136 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$

2.



T_b : Température de vaporisation = 57°C

(car $p = 1,05 \text{ bar}$)

⊕ transformation isobare

T_a : Température de liquéfaction = 56°C

(car $p = 1 \text{ bar}$)

⊕ transformation isobare

3. ① : liquide saturant (après liquéfaction).

② : liquide (après compression).

③ : gaz (après vaporisation ⊕ échauffement)

④ : vapeur saturante (après détente).

→ voir courbe

4. $4 \rightarrow 1$: Transformation isobare - liquéfaction.
 $\Rightarrow Q_f = \Delta H_{41} = -m \cdot \Delta h_{\text{vap}}$

5. A.N: $Q_f = -136 \cdot 10^{-6} \times 90 \cdot 10^3$
 (kg) (J.kg⁻¹)

$Q_f = -136 \times 90 \times 10^{-3}$
 $= -12150 \cdot 10^{-3} = -12,15 \text{ J}$

Signe ⊖ : le système (ballon) cède de la chaleur

à la source froide en se liquéfiant.

6. 2 → 3 : Échauffement du liquide (puis)

Vaporisation (puis) échauffement du gaz

$$Q_c = m \cdot c_{p, \text{liq}} (T_b - T_2) + m \cdot \Delta h_{\text{vap}} + m \cdot c_{p, \text{gaz}} (T_3 - T_b) \quad \text{isobare.}$$

$$Q_c = m \cdot c_{p, \text{liq}} (T_b - T_2) + m \cdot (\Delta h_{\text{vap}} + c_{p, \text{gaz}} (T_3 - T_b))$$

Échauffement du liquide.

Vaporisation
isobare
isotherme

Échauffement du gaz.

7. Il s'agit d'un moteur.

$$\eta = - \frac{W}{Q_c}$$

Premier principe sur un cycle :

$$\Delta U = W + Q_f + Q_c = 0$$

$$\Rightarrow W = -Q_f - Q_c$$

On obtient :

$$\eta_{\text{gch}} = \frac{Q_f + Q_c}{Q_c} = 1 + \frac{Q_f}{Q_c}$$

8. Cycle moteur réversible

$$\Rightarrow \Delta S = S_{\text{acc}} + S_{\text{éch}} = 0$$

avec : $S_{\text{acc}} = 0$ (réversible)

$$S_{\text{éch}} = \frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_c}{T_c}$$

On obtient :

$$\frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_c}{T_c} = 0$$

$$\frac{Q_f}{T_f} = - \frac{Q_c}{T_c}$$

$$\frac{Q_f}{Q_c} = - \frac{T_f}{T_c}$$

d'où :

$$\eta_{\text{rev}} = 1 - \frac{T_f}{T_c}$$

⊕ Chauffage et refroidissement non réversibles.

9. $1 \rightarrow 2$: Compression en réalité non réversible.

$3 \rightarrow 4$: Détente en réalité non réversible.

$$\Rightarrow \eta_{\text{cycle}} < \eta_{\text{rév}}$$

10. Relation fondamentale de la statique des fluides.

$$\frac{dp}{dz} = \rho \cdot g$$

En intégrant :

$$p(z) = \rho g z + \text{cte}$$

$$p(z) = \rho g z + p_1 \quad \leftarrow \text{avec } p(0) = p_1 \text{ (C.L.)}$$

11. On veut :

$$p(h) = \underbrace{\rho g h}_{\text{mat}} + \underbrace{p_1}_{\text{phys}} = p_2$$

d'où :

$$p_2 - p_1 = \rho g h$$

$$h = \frac{p_2 - p_1}{\rho g}$$

$$\text{A.N. : } h = \frac{(1,05 - 1,00) \cdot 10^5}{10^3 \times 9,8} \approx \frac{5 \cdot 10^3}{10^3 \times 10} \approx \underline{0,5 \text{ m}}$$

12. Référentiel : Terre (non galiléen).

Système : Ballon de masse $m = \rho_{\text{liq}} \cdot V_b$

B.A.N.E. :

$$\begin{aligned} \vec{P} &= m \vec{g} = m g \vec{u}_z = \rho_{\text{liq}} \cdot V_b \cdot g \cdot \vec{u}_z \\ \vec{F} &= -\rho \cdot V_b \cdot g \cdot \vec{u}_z \end{aligned}$$

P.F.D. :

$$\vec{P} + \vec{F} = m \vec{a}$$

$$\rho_{\text{liq}} \cdot V_b \cdot g \cdot \vec{u}_z - \rho \cdot V_b \cdot g \cdot \vec{u}_z = \rho_{\text{liq}} \cdot V_b \cdot \ddot{z} \cdot \vec{u}_z$$

En projetant sur z , on obtient :

$$(p_{liq} - p_e)g = p_{liq} \ddot{z}$$

$$\left(\frac{p_{liq} - p_e}{p_{liq}} \right) g = \ddot{z}$$

$$\ddot{z} = g \left(1 - \frac{p_e}{p_{liq}} \right)$$

$$g' = g \left(1 - \frac{p_e}{p_{liq}} \right)$$

13. $g' = \text{cte} \Rightarrow \text{MRUA}$

$$\ddot{z} = g'$$

En intégrant par rapport au temps :

$$\dot{z} = g't + \text{cte}$$

$$\text{C.I. : } \dot{z}(0) = 0 \Rightarrow \text{cte} = 0$$

$$\dot{z} = g't$$

En intégrant de nouveau par rapport au temps :

$$z = \frac{1}{2} g' t^2 + \text{cte}'$$

$$\text{C.I. : } z(0) = 0$$

$$z = \frac{1}{2} g' t^2$$

$$z(\Delta t) = h = \frac{1}{2} g' (\Delta t)^2$$

d'où :

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g'}} \quad \begin{matrix} \rightarrow \text{m} \\ \rightarrow \text{m.s}^{-2} \end{matrix}$$

$$\text{A.N. } \Delta t = \sqrt{\frac{2 \times 0.5}{4}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} = \underline{0.5 \text{ s}}$$

14. la loi de Boyle s'applique pour une transformation adiabatique réversible.

$$p_b \cdot V_b^\gamma = p_4 \cdot V_4^\gamma$$

15. lors de l'asension, la pression externe pe baisse
 $\Rightarrow$ le volume du bulle augmente.
 (le dessin le confirme :)

$\Rightarrow$ les forces de frottement augmentent la pression
 $\Rightarrow$ Ralentissement du mouvement d'Archimède $\nearrow$
 $\Rightarrow$ Accélération du mouvement.

16. $p_b \cdot V_b^\gamma = p_4 \cdot V_4^\gamma$

avec $m = p_b \cdot V$ cad $V = \frac{m}{p_b}$

$$p_b \cdot \left(\frac{m}{p_b}\right)^\gamma = p_4 \cdot \left(\frac{m}{p_4}\right)^\gamma$$

$$p_b \cdot \frac{m^\gamma}{p_b^\gamma} = p_4 \cdot \frac{m^\gamma}{p_4^\gamma}$$

On obtient : $\frac{p_b}{p_b^\gamma} = \frac{p_4}{p_4^\gamma}$

pression
 masse vol.
 $\uparrow$
 Δp et ρ
 (écritures!)

$$\frac{p_b}{p_4} \cdot p_4^\gamma = p_b^\gamma$$

$$\left(\frac{p_b}{p_4}\right)^{\frac{1}{\gamma}} p_4 = p_b$$

$$p_b = p_4 \cdot \left(\frac{p_b}{p_4}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

17. $p_b = p_4 \left(\frac{p_b - p_4 + p_4}{p_4}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = p_4 \left(1 + \frac{p_b - p_4}{p_4}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$

avec $\frac{p_b - p_4}{p_4} \ll 1$

On applique le DL d'ordre 1 : $(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x$

On obtient : $p_b \approx p_4 \left(1 + \frac{1}{8} \left(\frac{p_b - p_4}{p_4} \right) \right)$

Avec : $p_b - p_4 = \rho g z$
On obtient :

$$p_b \approx p_4 \left(1 + \frac{\rho g z}{8 p_4} \right)$$

$$p_b \approx p_4 \left(1 + \frac{z}{H} \right)$$

Par identification : $H = \frac{8 p_4}{\rho g}$

18. $[H] = m$

Vérification : $[H] = \left[\frac{8 p_4}{\rho g} \right]$
 $= \frac{\text{Pa}}{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}}{\text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-2}}} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}^{-2}}{\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-2}}$
 $= \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}}{\text{kg} \cdot \text{s}^{-2}} = m$

A.N. $H = \frac{1,03 \times 10^5}{10^3 \times 9,8} \approx \frac{10^5}{10^4} = 10 \text{ m}$

On a bien : $h \ll H$

d'où : $z \ll H$

19. le système est considéré comme un Gaz Parfait

$$\Rightarrow pV = nRT$$

$$\Rightarrow p_4 V_4 = n R T_4$$

En divisant par n :

$$p_4 \frac{V_4}{n} = \frac{n}{n} R T_4$$

$$\frac{p_4}{p_4} = \frac{R T_4}{M} \Rightarrow \underline{p_4 = \frac{M p_4}{R T_4}}$$

20. Référentiel : Terre, suppose galiléen.
 Système : gaz contenu dans le ballon.
 B.A.N.E. :

$$\vec{P} = m\vec{g} = \rho_b \cdot V_b \cdot g \cdot \vec{u}_z$$

$$\vec{F} = -\rho_c \cdot V_b \cdot g \cdot \vec{u}_z$$

P.F.D. :

$$\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a} = \rho_b \cdot V_b \cdot \ddot{z} \cdot \vec{u}_z$$

$$\rho_b \cdot V_b \cdot g \cdot \vec{u}_z - \rho_c \cdot V_b \cdot g \cdot \vec{u}_z = \rho_b \cdot V_b \cdot \ddot{z} \cdot \vec{u}_z$$

$$g(\rho_b - \rho_c) = \rho_b \cdot \ddot{z}$$

$$\ddot{z} = g \left(\frac{\rho_b - \rho_c}{\rho_b} \right) = g \left(1 - \frac{\rho_c}{\rho_b} \right)$$

$$= g \left(1 - \frac{\rho_c}{\rho_4} \left(1 - \frac{z}{H} \right) \right)$$

$$\ddot{z} = g \left(1 - \frac{\rho_c}{\rho_4} + \frac{\rho_c z}{\rho_4 H} \right)$$

On obtient :

$$\ddot{z} - g \frac{\rho_c z}{\rho_4 H} = g \left(1 - \frac{\rho_c}{\rho_4} \right)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g \rho_c}{H \rho_4}}$$

$$\omega_0^2 = \frac{g \rho_c}{\rho_4 H}$$

→ Vérif. homogénéité :

$$\left[\omega_0 \right] = \left(\frac{m \cdot s^{-2}}{m} \right)^{\frac{1}{2}} = s^{-1}$$

$$\alpha = g \left(\frac{\rho_c}{\rho_4} - 1 \right)$$

21. Eq. diff. :

$$\ddot{z} - \omega_0^2 z = -\alpha$$

Eq. caractéristique associée :

$$r^2 - \omega_0^2 = 0$$

$$r_{1,2} = \pm \omega_0$$

Deux racines réelles distinctes -

$$\text{SEH: } z_h(t) = Ae^{r_1 t} + Be^{r_2 t}$$

$$z(t) = Ae^{-\omega_0 t} + Be^{\omega_0 t}$$

$$\text{SP: } z_p = \frac{\alpha}{\omega_0^2}$$

$$\text{SG: } z(t) = Ae^{-\omega_0 t} + Be^{\omega_0 t} + \frac{\alpha}{\omega_0^2}$$

$$22. \quad z(t) = Ae^{-\omega_0 t} + Be^{\omega_0 t} + \frac{\alpha}{\omega_0^2}$$

$$\dot{z}(t) = -\omega_0 A e^{-\omega_0 t} + \omega_0 B e^{\omega_0 t}$$

Don:

$$\begin{cases} z(0) = \underbrace{A + B}_{\text{maths}} + \underbrace{\frac{\alpha}{\omega_0^2}}_{\text{CI}} = h & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{z}(0) = \underbrace{-\omega_0 A + \omega_0 B}_{\text{maths}} = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(2) \Rightarrow A = B$$

$$(1) \Rightarrow 2A + \frac{\alpha}{\omega_0^2} = h \Rightarrow A = \frac{h}{2} - \frac{\alpha}{2\omega_0^2}$$

$$\text{Solution: } z(t) = \left(\frac{h}{2} - \frac{\alpha}{2\omega_0^2} \right) (e^{-\omega_0 t} + e^{\omega_0 t}) + \frac{\alpha}{\omega_0^2}$$

$$\text{Verif. homogene: } \left[\frac{\alpha}{\omega_0^2} \right] = \left[\frac{g\left(\frac{1}{\omega_0^2} - 1\right)}{\omega_0^2} \right] = \frac{m \cdot s^{-2}}{s^{-2}} = m \quad \underline{\text{OK}}$$

A.N. ① vérif. courbe $z(t)$:

$$h = 0,5 \text{ m}$$

$$H = 10 \text{ m}$$

$$\rho_e = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$\text{Vérif } \rho_4 = 12 \text{ (p.5)}$$

$$\rho_4 = \frac{M \rho_4}{R T_4} = \frac{338 \cdot 10^{-3} \times 1 \cdot 10^5}{8,3 \times (273 + 57)} = 12,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

D'où:

$$\alpha = g \left(\frac{\rho_e}{\rho_4} - 1 \right) = 9,8 \left(\frac{10^3}{12,3} - 1 \right) = 787 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

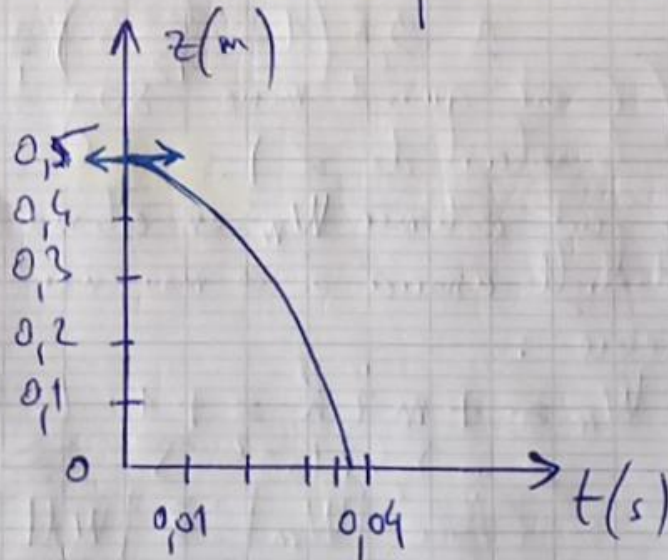
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2}{H} \frac{\rho_e}{\rho_4}} = \sqrt{\frac{9,8 \times 10^3}{10 \times 12,3}} = 8,9 \text{ s}^{-1}$$

D'où:

$$z(t) = \left(\frac{h}{2} - \frac{\alpha}{2\omega_0^2} \left(e^{-\omega_0 t} + e^{\omega_0 t} \right) \right) + \frac{\alpha}{\omega_0^2}$$

$$z(t) = -4,7 \left(e^{-8,9t} + e^{8,9t} \right) + 9,9$$

GEOMETRA : Courbe conforme à Doc 6.



25. Travail produit par le cycle = Différence entre le travail à la descente & le travail à la montée.

Descente du ballon :

$$W_d = mgh = 136 \cdot 10^{-6} \times 4 \times 0,5 = 2,7 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

Montée du ballon :

$$W_m = ?$$

On a : $\rho_f = 12 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
 $\rho_e = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

$$\rho_f \ll \rho_e$$

On peut négliger le poids du ballon gazeux devant la poussée d'Archimède :

$$\|\vec{P}\| \ll \|\vec{F}\|$$

Loi de la montée du ballon :

$$\ddot{z} = g \left(1 - \frac{\rho_e}{\rho_f}\right) \approx g \left(1 - \frac{\rho_e}{\rho_f}\right)$$

→ Temps de montée
 0,035 s

← Temps de descente
 0,5 s

$$\approx 9,8 \left(1 - \frac{1000}{12}\right) \approx -800 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

(C'est quand même 80g !, c'est environ la valeur de α).

On peut estimer W_m en estimant l'énergie potentielle associée à ce mouvement uniformément accéléré :

$$W_m \approx + m \ddot{z} h = + 136 \cdot 10^{-6} \times (-800) \times 0,5 = -5,4 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

Donc : (Avec $|W_m| \gg |W_d|$)

$$W_T = W_m + W_d \approx W_m \approx -5,4 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

Donc : Travail produit par un cycle :

$$W = -W_T \approx 5,4 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

Puissance : quelles sont les durées des phases vaporisation & liquéfaction ? 10

$$26. \phi = N \iint_S \vec{m} \cdot \vec{B} \cdot d\vec{S} = NBS = N B \pi a^2$$

$$\phi = \frac{\pi a^2 N K}{(a^2 + z_R(t)^2)^{3/2}}$$

27. Avec: $z_R = v \times |t|$. Pour $t > 0$: $z_R = vt$

On obtient:

$$e = - \frac{d\phi}{dt} = - \frac{d}{dt} \left(\frac{\pi a^2 N K}{(a^2 + (vt)^2)^{3/2}} \right)$$

$$= - \frac{d}{dt} \left(\pi a^2 N K (a^2 + (vt)^2)^{-3/2} \right)$$

$$= - \pi a^2 N K \frac{d}{dt} (a^2 + (vt)^2)^{-3/2}$$

Avec:

$$(u^{-3/2})' = -\frac{3}{2} u^{-5/2} u'$$

On obtient:

$$e = \frac{3}{2} \pi a^2 N K \times v^2 t \times (a^2 + (vt)^2)^{-5/2}$$

$$e = \frac{3 \pi a^2 N K v^2 t}{(a^2 + (vt)^2)^{5/2}}$$

28. $e = R i$ (ou) $i = \frac{e}{R}$

$$P_e = e \cdot i = \frac{e^2}{R}$$

29. Action / Reaction !

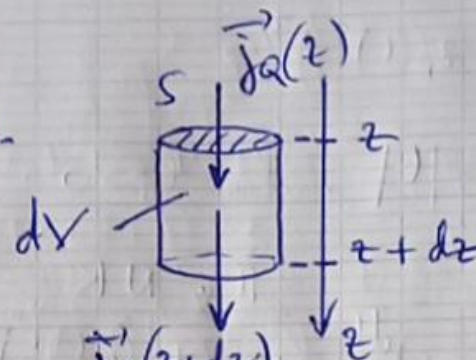
(ou) Loi de Newton (3ème)

force réactive.

Loi de l'eng.

30. $P_e = \frac{E}{\Delta t}$. Doc B: 1 cycle dure 4 secondes.

D'où: $P_e = \frac{28 \cdot 10^{-6}}{4} = 7 \cdot 10^{-6} \text{ W}$

31.  Régime stationnaire pour le volume dV
 $\Rightarrow d^2 H = 0$

Or:
 $d^2 H = S(j_Q(z) - j_Q(z+dz)) = 0$

On en déduit:

$$j_Q(z) = j_Q(z+dz)$$

32. D'où: $j_Q(z) = -\lambda \cdot \text{grad}' T_c = -\lambda \frac{\partial T_c}{\partial z} \vec{u}_z$

$$\Rightarrow -\lambda \left(\frac{\partial T_c}{\partial z}(z+dz) - \frac{\partial T_c}{\partial z}(z) \right) = 0$$

$$\underbrace{\frac{\partial^2 T_c}{\partial z^2} dz}_{\frac{\partial^2 T_c}{\partial z^2}}$$

On obtient:

$$\frac{\partial^2 T_c}{\partial z^2} = 0$$

$$T_c(z) = az + b$$

CL: $T_c(0) = T_f \Rightarrow T_f = b$
 $T_c(h) = T_c \Rightarrow ah + T_f = T_c$
 $a = \frac{T_c - T_f}{h}$

On obtient:

$$T_c(z) = \frac{T_c - T_f}{h} z + T_f$$

$$33. \quad \phi_q = j_R \cdot S = -\lambda \cdot \left(\frac{\partial T_c}{\partial z} \right) \cdot S$$

$$= -\lambda S \frac{T_c - T_f}{L}$$

(le signe $\ominus$ signifie que ϕ_q est opposé au sens de z , donc vers le haut : logique, car ϕ_q circule de la source chaude vers la source froide).

$$34. \quad \phi_q = -0,6 \times 50 \cdot 10^{-4} \times \frac{2}{0,5} = -120 \cdot 10^{-4} \text{ W}$$

$$|\phi_q| = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ W} \gg P_e : \text{Mauvais rendement.}$$

$$\eta_1 = \frac{P_e}{|\phi_q|} = \frac{7 \cdot 10^{-6}}{12 \cdot 10^{-2}} \approx 5 \cdot 10^{-4}$$

Dans l'ordre de grandeur des rendements annoncés précédemment : $\eta_{\text{cycle}} \leq \eta_1 \leq \eta_{\text{rév}}$

35. les pertes thermiques à travers le paroi (convection) augmentent $|\phi_q|$.

36. * Écoulement parfait, stationnaire et incompressible du fluide $\Rightarrow$ Bernoulli entre 1 et 2 :

$$p_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

* De plus, manque ρ constant.

(+) Pas de changement de section entre 1 et 2 $\Rightarrow v_1 = v_2$
On obtient :

$$\textcircled{on} : p_1 + \rho g z_1 = p_2 + \rho g z_2$$

$$\rho g (z_1 - z_2) = p_2 - p_1$$

$$\textcircled{on} : \underline{p_2 - p_1 = \rho g (z_1 - z_2) = \rho g H}$$

37. Diagramme (p, h) : On a:

$$\begin{aligned} p_2 - p_1 &= (0,8 - 0,15) \cdot 10^6 \\ &= 0,65 \cdot 10^6 \\ &= 6,5 \cdot 10^5 \text{ Pa} \end{aligned}$$

d'où:

$$H = \frac{p_2 - p_1}{\rho g} = \frac{6,5 \cdot 10^5}{143 \cdot 10^3 \times 9,8} \approx 46 \text{ m}$$

Volume marnique liquide le: $\nu = 0,0070 \text{ m}^3/\text{kg}$
 $\Rightarrow \rho = \frac{1}{\nu} = 143 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

38. Premier principe en Σ ouvert, pour la turbine:

$$\Delta h_{34} = w_{i34} + q_{34}$$

En imposant $q_{34} = 0$ (adiabatique).

On obtient:

$$\begin{aligned} \Delta h_{34} &= w_{i34} \\ w_{i34} = \Delta h_{34} &= h_4 - h_3 \approx 420 - 435 = -15 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

$$39. P_{\text{turbine}} = |D_m \cdot w_{i34}|$$

$$\approx 0,5 \times 15 \cdot 10^3 \approx 7,5 \text{ kW}$$

(Vérif. homogénéité!)

$$\begin{aligned} [P_{\text{turbine}}] &= [D_m \cdot w_{i34}] \\ &= \text{kg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} = \text{kJ} \cdot \text{s}^{-1} \\ &= \text{kW} \end{aligned}$$

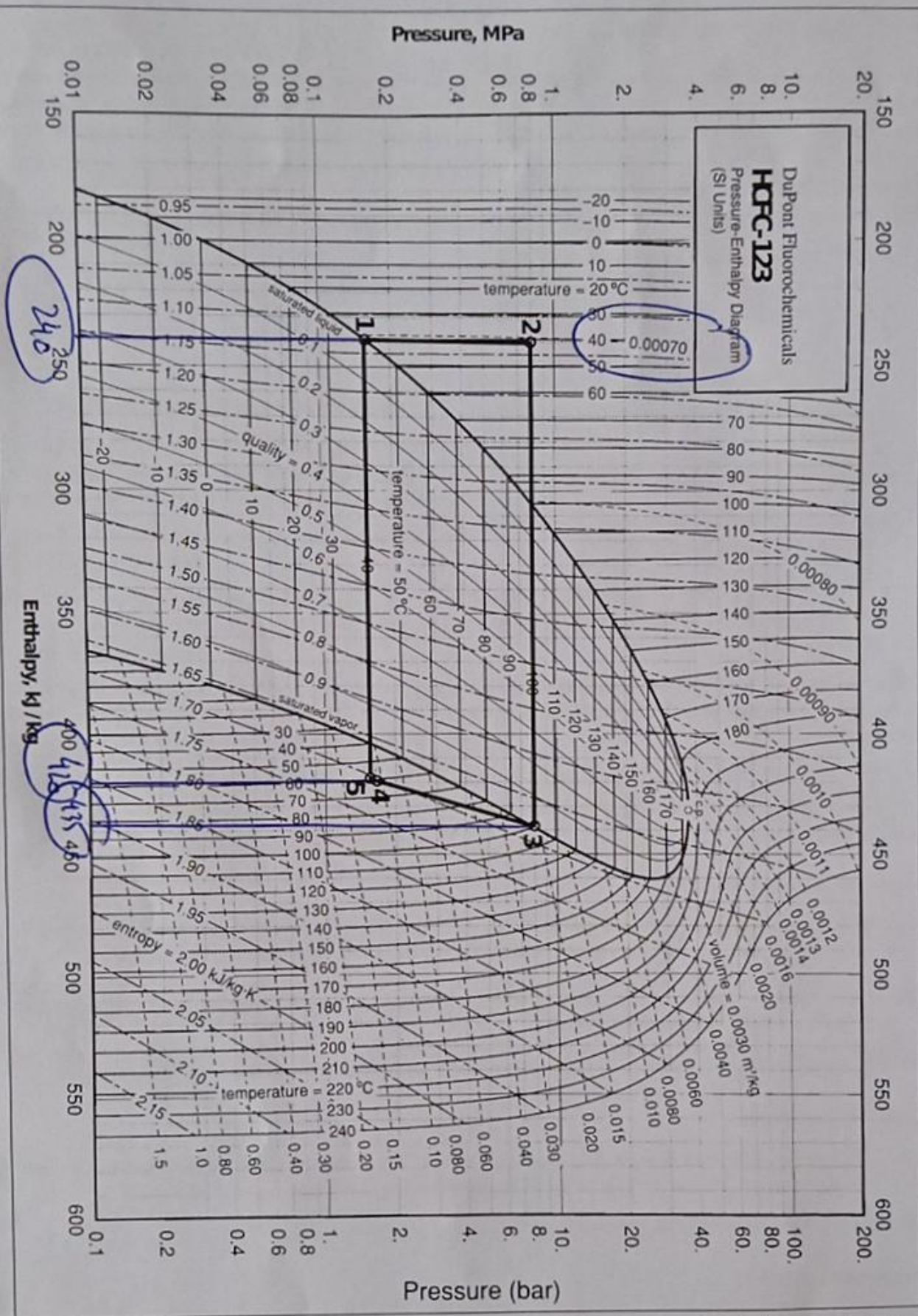
40. Ce n'est pas un problème ouvert!

$$\eta = -\frac{w_T}{q_c} = -\frac{w_{i34}}{q_{23}}$$

$$\text{Or: } q_{23} = \Delta h_{23} = h_3 - h_2 \approx 435 - 240 = 200 \text{ kJ/kg}$$

On obtient:

$$\eta \approx -\frac{15}{200} \approx 7\%$$



Document 11 : diagramme pression p - enthalpie massique h pour le fluide R123, et tracé du cycle thermogravitational envisagé.