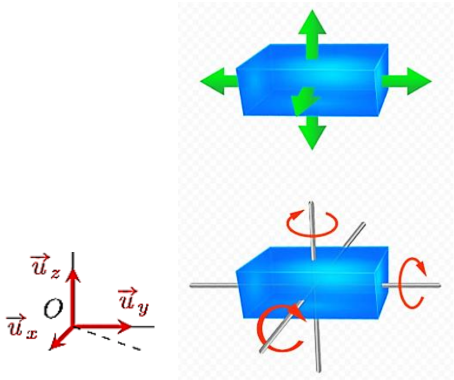
M1 – MOUVEMENTS et FORCES

Programme ATS

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Caractérisation du mouvement d'un point matériel	
Espace et temps classiques. Système de coordonnées cartésiennes, polaires, cylindriques et sphériques. Bases locales.	Dessiner les surfaces sur lesquelles l'une des coordonnées est uniforme dans les différents systèmes de coordonnées. Dans le cas des coordonnées polaires et cylindriques exprimer les vecteurs de base locaux en fonction des vecteurs de base des coordonnées cartésiennes.
Notion de référentiel. Caractère relatif du mouvement. Description du mouvement d'un point matériel. Vecteurs position, vitesse et accélération. Mouvement à vecteur accélération constant.	Utiliser les expressions des composantes des vecteurs position, vitesse et accélération dans le seul cas des coordonnées cartésiennes. Exprimer les vecteurs position et vitesse en fonction du temps. Établir l'expression de la trajectoire en coordonnées cartésiennes.
Mouvement circulaire. Vitesse angulaire.	Relier la valeur de la vitesse du point à celle de la vitesse angulaire.
2. Lois de Newton	
Notion de force.	Déterminer les caractéristiques d'une force d'expression donnée. Établir un bilan des forces et en rendre compte sur un schéma.
Référentiel galiléen. Principe d'inertie.	Décrire le mouvement relatif de deux référentiels galiléens. Citer quelques exemples des référentiels d'étude usuels pouvant être considérés comme galiléens.
Principe des actions réciproques.	Exploiter le principe des actions réciproques.
Principe fondamental de la dynamique pour un point matériel.	Énoncer et exploiter le principe fondamental de la dynamique : - dans le cas d'un mouvement unidirectionnel d'un point matériel ; - dans le cas d'un mouvement plan d'un point matériel soumis à une force constante.
Mouvement de chute libre sans frottement dans le champ de pesanteur uniforme.	Mettre en équation le mouvement de chute libre sans frottement d'un point matériel.

I) DESCRIPTION D'UN MOUVEMENT

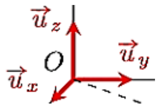
I)1) Du solide au point



Modèle

La masse *m* est affectée au point G :

- G (masse *m*)



Solide indéformable :

Masse *m*
Centre de gravité G

6 degrés de liberté :

3 translations (suivant $\overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, et\ \overrightarrow{u_z}$)
3 rotations (autour de $\overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, et\ \overrightarrow{u_z}$)

Point matériel = Modèle !

Masse *m*
Centre de gravité G

3 degrés de liberté :

3 translations (suivant $\overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, et\ \overrightarrow{u_z}$)

Modéliser un solide par un point matériel est pertinent s'il n'est pas nécessaire de tenir compte de son extension (déformabilité) ou de son orientation pour décrire son mouvement.

I)2) Référentiel et repère de temps

Référentiel : Système physique de référence, considéré comme fixe, par rapport auquel sont étudiés les mouvements. Le **Référentiel** est une **notion physique**.

Repère : Outil géométrique qui sert à décrire le mouvement. Le **repère** est une **notion mathématique**.

Au début du XXème siècle, Albert Einstein a établi, à travers la théorie de la **relativité restreinte**, que **la vitesse de lumière a la même valeur, quel que soit le référentiel** choisi et que le temps ne s'écoule pas de la même manière selon la vitesse à laquelle on se déplace.

Ce postulat est en contradiction avec la **mécanique newtonienne**, qui postule que les vitesses s'additionnent lors d'un changement de référentiel, et **décrit le caractère relatif** du mouvement : les mouvements et les vitesses ne sont pas les mêmes, suivant le référentiel dans lequel on les décrit. Cependant, les hypothèses de la mécanique newtonienne restent valables dans le cas d'un solide possédant une vitesse ***v*** qui respecte la condition suivante :

$\boldsymbol{v < \frac{c}{10}}$ avec ***c***, vitesse de la lumière dans le vide, $\boldsymbol{c = 3,00.10^8\ m.s^{-1}}$

En mécanique newtonienne ou « classique », le **temps** est dit « **absolu** » : les durées ne dépendent pas du référentiel dans lequel elles sont mesurées.

Référentiel Galiléen : référentiel dans lequel la **première loi de Newton** ou le **principe d'inertie** est vérifié.

Principe d'inertie (première loi de Newton) : Dans un Référentiel Galiléen, tout **système matériel isolé ou pseudo-isolé** est immobile ou en **mouvement rectiligne uniforme**.

Système isolé : s'il n'est en interaction avec aucun corps extérieur (en pratique, système suffisamment éloigné de toute matière pour qu'on puisse négliger les actions qu'il subit).

Exemple :

Système pseudo-isolé : système pour lequel les interactions appliquées se compensent.

Exemple :

Mouvement rectiligne : la trajectoire du système est une droite

Exemple :

Mouvement uniforme : la vitesse $\boldsymbol{v}$ du point matériel est constante

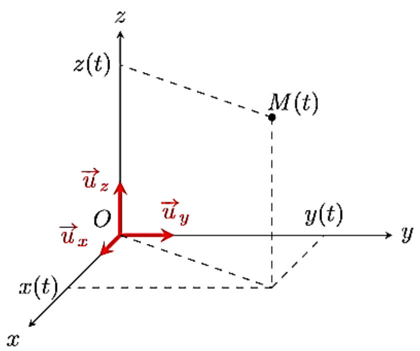
Exemple :

Référentiel terrestre : peut être assimilé à un **référentiel galiléen** tant qu'on peut négliger la rotation de la Terre autour des pôles : adapté pour des mouvements sur Terre dont la durée est faible devant une journée.

I)3) Vecteurs cinématiques

- **Coordonnées cartésiennes**

On peut repérer un point dans l'espace grâce au repère cartésien, composé d'un **point 0** et d'un **repère orthonormé direct $\overrightarrow{u_x}$, $\overrightarrow{u_y}$, $\overrightarrow{u_z}$, fixe** par rapport au référentiel d'étude.



Vecteur position (mètres, m) :

$\overrightarrow{\boldsymbol{OM}}(\boldsymbol{t}) =$

Les coordonnées $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ sont appelées **coordonnées cartésiennes**.

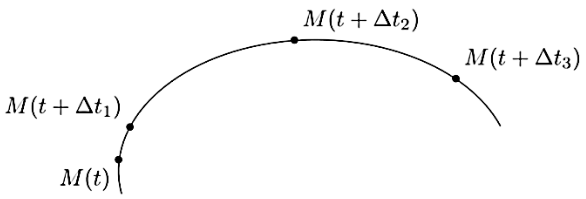
Vecteur vitesse instantanée $\vec{v}_{M/R}$ d'un point M dans un référentiel R ($v_{M/R}$ en **mètres par seconde, m.s^{-1}**) :

$\vec{v}_{M/R} =$

En effet : $\frac{d}{dt}(\vec{u}_x) = \frac{d}{dt}(\vec{u}_y) = \frac{d}{dt}(\vec{u}_z) = 0$ car le repère $\overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, \overrightarrow{u_z}$ est fixe par rapport au référentiel d'étude.

Remarque : Dans le cas d'un **mouvement unidirectionnel d'axe *x***, la **vitesse moyenne (scalaire)** est définie de la façon suivante :

$$v_{MOY} =$$

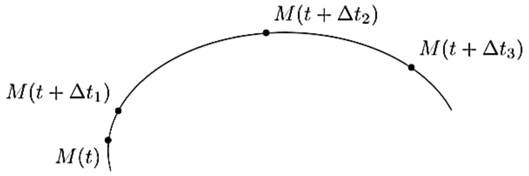


Trajectoire du point M : ensemble des positions successives occupées par le point M. Le **vecteur vitesse instantané** $\vec{v}$ est tangent à la trajectoire et dirigé dans le sens du mouvement.

Vecteur accélération instantanée $\vec{a}_{M/R}$ d'un point M dans un référentiel R ($a_{M/R}$ en **mètres par seconde au carré, m.s^{-2}**) :

De même :

$\vec{a}_{M/R} =$

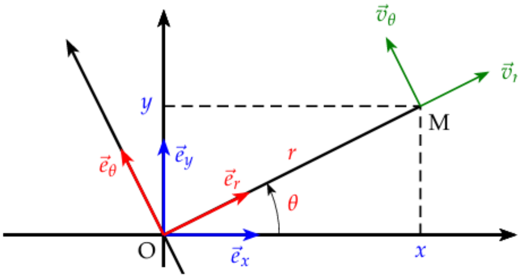


Remarque : Dans le cas d'un **mouvement unidirectionnel d'axe *x***, **l'accélération moyenne (scalaire)** est définie de la façon suivante :

$$a_{MOY} =$$

➢ Coordonnées polaires

Dans le plan, le point M est repéré par ses 2 coordonnées polaires r et θ :



La **base polaire** est formée par les vecteurs $(\overrightarrow{\boldsymbol{e_r}}, \overrightarrow{\boldsymbol{e_\theta}})$ ou $(\overrightarrow{\boldsymbol{u_r}}, \overrightarrow{\boldsymbol{u_\theta}})$:

- $\overrightarrow{e_r}$ vecteur unitaire colinéaire à $\overrightarrow{OM}$
- $\overrightarrow{e_\theta}$ vecteur unitaire perpendiculaire à $\overrightarrow{OM}$

Contrairement à la base cartésienne, la **base polaire** est **mobile** et attachée au point M.

Expression de la base polaire dans la base cartésienne :

$$\overrightarrow{\boldsymbol{e_r}} =$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{e_\theta}} =$$

Dérivation des vecteurs de base $\overrightarrow{e_r}$ et $\overrightarrow{e_\theta}$:

$$\frac{\boldsymbol{d\overrightarrow{e_r}}}{\boldsymbol{dt}} = \frac{d}{dt}\left(cos\theta.\overrightarrow{e_x} + sin\theta.\overrightarrow{e_y}\right) = -\dot{\theta}.sin\theta.\overrightarrow{e_x} + \dot{\theta}.cos\theta.\overrightarrow{e_y} = \dot{\theta}.\left(-sin\theta.\overrightarrow{e_x} + cos\theta.\overrightarrow{e_y}\right) = \boldsymbol{\dot{\theta}.\overrightarrow{e_\theta}}$$

$$\frac{\boldsymbol{d\overrightarrow{e_\theta}}}{\boldsymbol{dt}} = \frac{d}{dt}\left(-sin\theta.\overrightarrow{e_x} + cos\theta.\overrightarrow{e_y}\right) = -\dot{\theta}.cos\theta.\overrightarrow{e_x} - \dot{\theta}.sin\theta.\overrightarrow{e_y} = -\dot{\theta}.\left(cos\theta.\overrightarrow{e_x} + sin\theta.\overrightarrow{e_y}\right)$$
$$= \boldsymbol{-\dot{\theta}.\overrightarrow{e_r}}$$

Vecteur position :

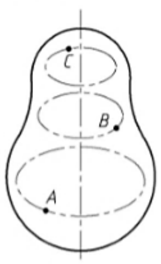
$$\overrightarrow{\boldsymbol{OM}} =$$

Vecteur vitesse :

$$\vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{M/R}} =$$

Vecteur accélération :

$$\vec{\boldsymbol{a}}_{\boldsymbol{M/R}} =$$



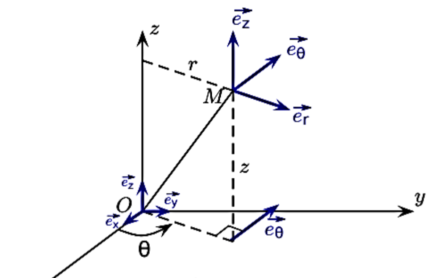
➢ Coordonnées cylindriques

Simulation : [Coordonnées cylindriques]

Les coordonnées cylindriques s'imposent lorsqu'il s'agit par exemple de repérer un point appartenant à un solide en rotation autour d'un axe fixe :

- Repérage de la position du point sur sa trajectoire, qui est un cercle : coordonnées polaires $r(t)$ et $\theta(t)$,
- Repérage de sa hauteur le long de l'axe : coordonnée cartésienne $z(t)$.

Expression des vecteurs cinématiques en coordonnées cylindriques dans le cas général :



coordonnées cylindriques : r θ z

$r \in [0, +\infty[$
$\theta \in [0, 2\pi]$
$z \in]-\infty, +\infty[$

Vecteur position :

$$\overrightarrow{\boldsymbol{OM}} = \boldsymbol{r}.\overrightarrow{\boldsymbol{e_r}} + \boldsymbol{z}.\overrightarrow{\boldsymbol{e_z}}$$

Vecteur vitesse :

$$\vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{M/R}} = \dot{\boldsymbol{r}}.\overrightarrow{\boldsymbol{e_r}} + \boldsymbol{r}.\dot{\boldsymbol{\theta}}.\overrightarrow{\boldsymbol{e_\theta}} + \dot{\boldsymbol{z}}.\overrightarrow{\boldsymbol{e_z}}$$

Vecteur accélération :

$$\vec{\boldsymbol{a}}_{\boldsymbol{M/R}} = \left(\ddot{\boldsymbol{r}} - \boldsymbol{r}.\dot{\boldsymbol{\theta}}^2\right).\overrightarrow{\boldsymbol{e_r}} + \left(2.\dot{\boldsymbol{r}}.\dot{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{r}.\ddot{\boldsymbol{\theta}}\right).\overrightarrow{\boldsymbol{e_\theta}} + \ddot{\boldsymbol{z}}.\overrightarrow{\boldsymbol{e_z}}$$

Cas particulier : mouvement circulaire uniforme

Mouvement circulaire :

Mouvement uniforme : **Ω vitesse angulaire (rad.s^{-1})**

Vecteur position : $\overrightarrow{OM} =$

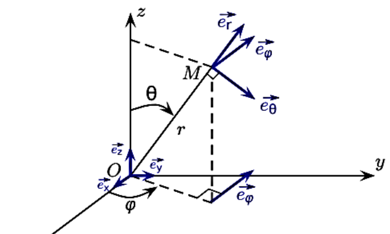
Vecteur vitesse : $\vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{M/R}} =$ La vitesse est dite « orthoradiale »

Vecteur accélération : $\vec{a}_{M/R} =$ L'accélération est radiale et centripète

- **Coordonnées sphériques**
  Simulation : Simulation : [Coordonnées sphériques]

Les coordonnées sphériques s'imposent lorsqu'il s'agit par exemple de repérer un point à la surface de la Terre.

Vecteur position :



coordonnées sphériques : r θ φ

$r \in [0, +\infty[$
$\theta \in [0, \pi]$
$\varphi \in [0, 2\pi]$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{OM}} = \boldsymbol{r}.\overrightarrow{\boldsymbol{e_r}}$$

Vecteur vitesse :

Trop complexe dans le cas général

Vecteur accélération :

Trop complexe dans le cas général

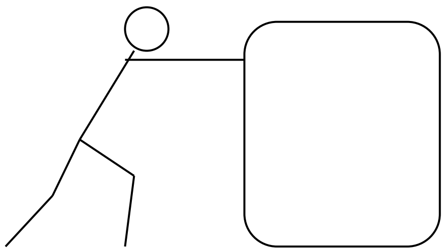
II) ACTIONS MECANIQUES EXERCEES SUR UN SYSTEME

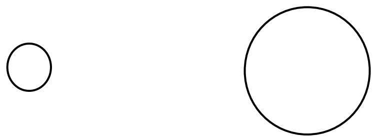
II)1) Modélisation d'une action mécanique

Deux systèmes interagissent en exerçant des **actions** l'un sur l'autre, modélisables par des **forces**, qui sont des **grandeurs vectorielles**.

Caractéristiques d'une force $\vec{F}$ (vecteur) :

- Sa direction, son sens,
- Sa norme $F = \left\|\vec{F}\right\|$**,** exprimée en **newtons** (**N**),
- Son point d'application





Terre Soleil

Exemple 1 : Personne poussant une caisse

Exemple 2 : Attraction gravitationnelle

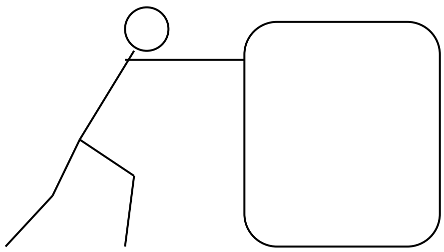
II)2) Principe des actions réciproques

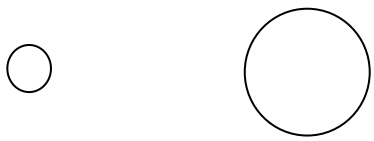
C'est le principe d'**Action / Réaction** ou aussi la **troisième loi de Newton**.

Principe des actions réciproques ou 3ème loi de Newton :

Si un système 1 exerce une force $\vec{F}_{1\ sur\ 2}$ sur un système 2, alors le système 2 exerce une force $\vec{F}_{2\ sur\ 1}$sur le système 1, de même direction, de même norme et de sens opposé :

$$\vec{F}_{1\ sur\ 2} = -\vec{F}_{2\ sur\ 1}$$





Terre Soleil

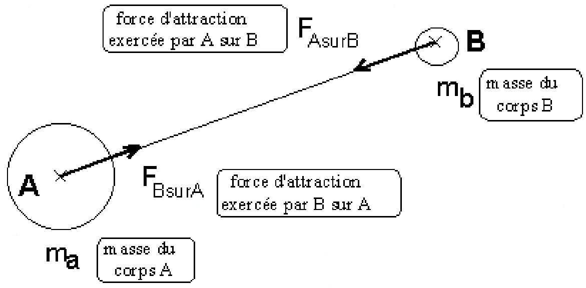
Exemple 1 : personne poussant une caisse

Exemple 2 : Attraction gravitationnelle

II)3) Quelques exemples de forces

- **Gravitation**

Action à distance :



$$\vec{F}_{AsurB} = -\vec{F}_{BsurA} = -G\frac{m_A m_B}{r^2}\vec{u}_{A\to B}$$

G = 6.67.10^{-11} m^3.kg^{-1}.s^{-2} Constante de gravitation universelle

r = AB

$\vec{u}_{A\to B}$ vecteur unitaire

⇨ Vérification homogénéité

➢ **Poids**

C'est la force de gravitation exprimée à la surface de la Terre sur une masse *m*.

$m_A = M_{Terre}$ = 5.97.10^{24} kg ; $r = R_{Terre}$ = 6400 km = 6.4.10^6 m

⇨ $g = G.\frac{M_{Terre}}{{R_{Terre}}^2} = 9.81 m.s^{-2} \approx 10 m.s^{-2}$

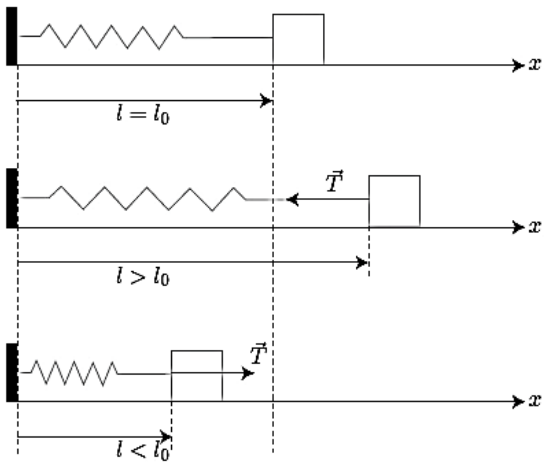
$\vec{P} =$

➢ **Force de Lorentz**

q placée dans un champ électrique $\vec{E}$.

Force subie par q : $\vec{F} = q\vec{E}$

➢ **Force de rappel élastique**



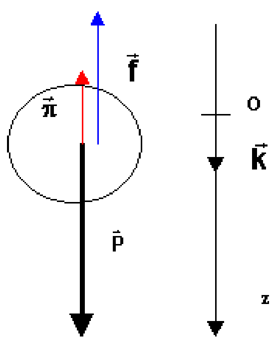
$\vec{T} =$

$k =$

$x =$

$\vec{u_x}$:

➢ **Force de frottement fluide**



$\vec{f} = -h.\vec{v}$

h coefficient de frottement fluide (kg.s^{-1})

III) PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA DYNAMIQUE

III)1) Quantité de mouvement

On appelle quantité de mouvement d'un point matériel M de masse *m* le vecteur :

$\vec{p}_{M/R} =$

III)2) Loi de la quantité de mouvement *ou* Principe Fondamental de la Dynamique *ou* seconde loi de Newton

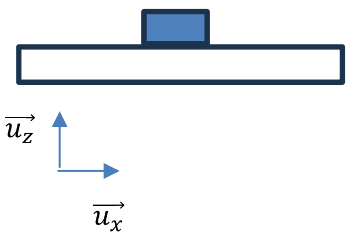
Les variations de quantité de mouvement d'un point matériel M de masse *m* sont reliées aux forces qu'il subit. Dans un Référentiel R galiléen :

- Si le système ne subit aucune force, il est dit « **isolé** »,
- Si la somme des forces ou **résultante est nulle**, le système est dit « **pseudo-isolé** ».

IV) QUELQUES EXEMPLES DE MOUVEMENTS

IV)1) Exemple : Mouvement rectiligne uniforme (MRU)

Exemple : palet de hockey glissant **sans frottement** sur la glace.



Référentiel :

Système :

BAME (Bilan des Actions Mécaniques Extérieures) :

Remarque 1 : la vitesse $\vec{v}$ n'est pas une force !

Remarque 2 : le mouvement est **unidirectionnel**, c'est-à-dire suivant le seul axe *x* ici.

PFD (Principe fondamentale de la dynamique) :

Projections sur les axes *x* et *z* :

Dérivation par rapport au temps $\longrightarrow$

Abscisse	Vitesse	Accélération
$x(t)$	$v(t)$	$a(t)$

$\longleftarrow$ **Intégration par rapport au temps**

Sur *z* : Mouvement unidirectionnel suivant axe x $\Longrightarrow z(t) =$

$\Longrightarrow$ *en dérivant par rapport au temps :* $\dot{z}(t) =$

$\Longrightarrow$ *en (re)dérivant par rapport eu temps ;* $\ddot{z}(t) =$

$\Longrightarrow N = mg$: La réaction du sol est opposée au poids

Sur *x* : $\ddot{x}(t) =$

$\Longrightarrow$ *en intégrant par rapport au temps :* $\dot{x}(t) =$

Prise en compte des **conditions initiales (CI)** : $\dot{x}(0) =$

$\Longrightarrow \dot{x}(t) =$

$\Longrightarrow$ *en intégrant par rapport au temps :* $x(t) =$

Prise en compte des **conditions initiales (CI)** : $x(0) =$

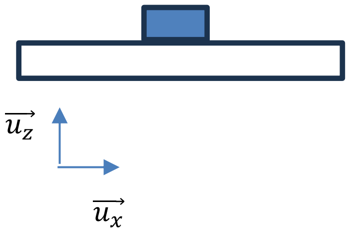
$\Longrightarrow x(t) =$

Caractéristique d'un mouvement rectiligne uniforme (MRU) : mouvement rectiligne à vitesse constante.

- **Accélération** $a(t) = \ddot{x}(t) = 0$
- **Vitesse** $v(t) = \dot{x}(t) = v_0$
- **Position** $x(t) = v_0 t + x_0$
- **Sens de déplacement** : donné par le signe de la vitesse scalaire : $v_0 > 0$ implique x augmente donc déplacement dans le sens des x croissants et inversement.

IV)2) Exemple : Mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA)

Exemple : palet de hockey glissant **sans frottement** sur la glace, et soumis à une force de poussée constante.



Référentiel :

Système

BAME (Bilan des Actions Mécaniques Extérieures) :

Remarque : le mouvement est **unidirectionnel**, c'est-à-dire suivant le seul axe *x* ici.

PFD (Principe fondamentale de la dynamique) :

Projections sur les axes *x* et *z* :

Sur *x* :

Sur *z* :

Sur *z* : Mouvement unidirectionnel suivant axe $x \Longrightarrow z(t) =$

$\Longrightarrow en\ dérivant\ par\ rapport\ au\ temps :\ \dot{z}(t) =$

$\Longrightarrow\ en\ (re)dérivant\ par\ rapport\ eu\ temps\ ;\ \ddot{z}(t) =$

$\Longrightarrow N = mg$: La réaction du sol est opposée au poids (même conclusion que précédemment)

Sur *x* : $\ddot{x}(t) =$

$\Longrightarrow\ en\ intégrant\ par\ rapport\ au\ temps :\ \dot{x}(t) =$

Prise en compte des **conditions initiales (CI)** : $\dot{x}(0) =$

$\Longrightarrow \dot{x}(0) =$

$\Longrightarrow \dot{x}(t) =$

$\Longrightarrow\ en\ intégrant\ par\ rapport\ au\ temps$

$x(t) =$

Prise en compte des **conditions initiales (CI)** : $x(0) =$

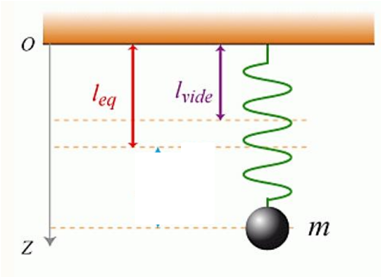
$\Longrightarrow x(t) =$

Caractéristique d'un mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA) : mouvement rectiligne à accélération constante.

- **Accélération** $a(t) = \ddot{x}(0) = a_0$
- **Vitesse** $v(t) = \dot{x}(t) = a_0.t + v_0$
- **Position** $x(t) = \frac{1}{2}a_0 t^2 + v_0 t + x_0$

IV)3) Exemple : Mouvement sinusoïdal

Pour le système « masse-ressort » ci-dessous, déterminer l'équation différentielle du mouvement.



Référentiel : Terrestre, supposé galiléen

Système : masse *m*

BAME :

PFD :

Remarque : le mouvement est **unidirectionnel**, c'est-à-dire suivant le seul axe z ici.

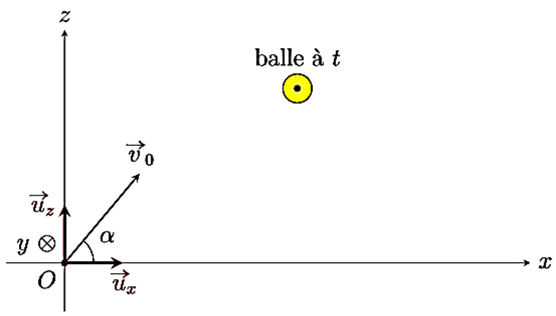
Projection sur z :

Ou :

Résolution : $\boldsymbol{z(t) = z_{eq} + A.cos(\omega t + \varphi)}$ Démontré plus tard

Le mouvement est **sinusoïdal**.

IV)4) Exemple : chute libre sans frottement



Remarque : le **mouvement** n'est pas unidirectionnel, mais **plan**, ici dans le plan $(O,\ x, z)$.

Référentiel : Terrestre supposé galiléen

Système : Balle de masse *m*

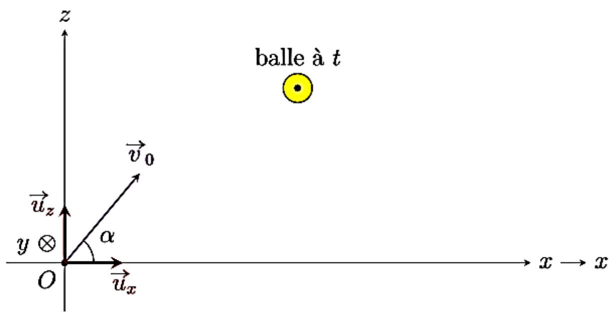
Repère : $O, \overrightarrow{\boldsymbol{u_x}}, \overrightarrow{\boldsymbol{u_y}}, \overrightarrow{\boldsymbol{u_z}}$

BAME :

Equations horaires : accélération, vitesse

Expression de la vitesse $\vec{v}_{M/R}$ à tout instant *t* :

Equations horaires : position



Prise en compte des conditions initiales (CI) :

Expression de la position $\overrightarrow{OM}(t)$ à tout instant *t* :

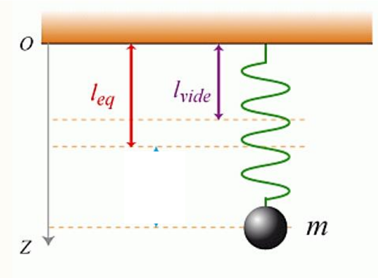
Equation de la trajectoire

Equation de la trajectoire :

V) EQUILIBRE D'UN SOLIDE

V)1) Exemple : Equilibre d'un système masse-ressort

Pour le système « masse-ressort » ci-dessous, déterminer l'expression de la position d'équilibre $\boldsymbol{z_{éq}}$. Vérifier la cohérence de votre résultat.



Référentiel : Terrestre, supposé galiléen

Système : masse *m*

BAME :

PFD :

Projection sur *z* :

On obtient :

Vérifications :

V)2) Exemple : poussée d'Archimède

Poussée d'Archimède : Un système immergé dans un fluide subit de la part de ce fluide une force verticale vers le haut égale à l'opposé du poids du volume de fluide déplacé.

$$\overrightarrow{\boldsymbol{\Pi_a}} = -\boldsymbol{\rho_{fluide}} \boldsymbol{V} \boldsymbol{g} \overrightarrow{\boldsymbol{u_z}} \text{ (pour un axe } z \text{ orienté vers le bas)}$$

Π_a : poussée d'Archimède (N ou kg.m.s^{-2})

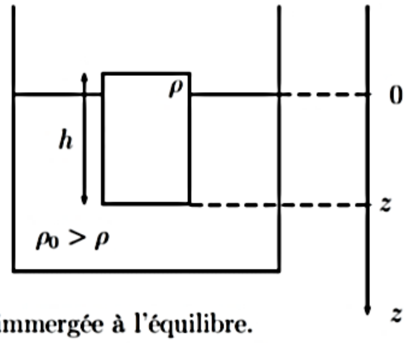
ρ_{fluide} : masse volumique du fluide (kg.m^{-3})

V : Volume de solide immergé ou volume de fluide déplacé (m^3)

g : accélération de la pesanteur (m.s^{-2})

- Vérif homogénéité

Un cylindre de section $s = 1\ \text{cm}^2$, de hauteur $h = 10$ cm et de densité 0,6 (masse volumique ρ) est placé dans l'eau (masse volumique ρ_0). Un système annexe, non représenté sur la figure, maintient son axe de révolution vertical.



1. Déterminer z_0 la hauteur immergée à l'équilibre.
2. Quelle est la force à exercer sur le cylindre pour l'immerger en entier ?