CPGE ATS

Programme de colles – Semaine 0 (8 au 13 septembre 2025)

Chapitre étudié et questions de cours : Mouvements et forces.

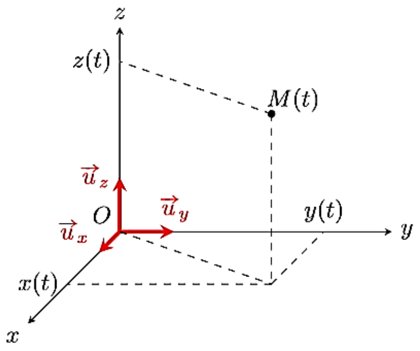
2 questions de cours par étudiant : 1 question de cours (parmi les questions 1 à 5), 1 « démo » (parmi les questions 6 à 10).

Réponses attendues en bleu.

1) Donner les expressions des vecteurs position, vitesse instantanée et accélération instantanée, ainsi que leurs unités.

Vecteur position (mètres, m) :

$$\overrightarrow{OM} = x.\vec{u}_x + y.\vec{u}_y + z.\vec{u}_z$$



Vecteur vitesse instantanée $\vec{v}_{M/R}$ d'un point M dans un référentiel R ($v_{M/R}$ en **mètres par seconde, m.s**$^{-1}$) :

$$\vec{v}_{M/R} = \left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right)_R = \dot{x}.\vec{u}_x + \dot{y}.\vec{u}_y + \dot{z}.\vec{u}_z$$

Vecteur accélération instantanée $\vec{a}_{M/R}$ d'un point M dans un référentiel R ($a_{M/R}$ en **mètres par seconde au carré, m.s**$^{-2}$) :

$$\vec{a}_{M/R} = \left(\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}\right)_R = \left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_R = \ddot{x}.\vec{u}_x + \ddot{y}.\vec{u}_y + \ddot{z}.\vec{u}_z$$

2) Donner les expressions de la vitesse moyenne et de l'accélération moyenne + unités.

Dans le cas d'un **mouvement unidirectionnel d'axe *x***, la **vitesse moyenne (scalaire)** est définie de la façon suivante :

$v_{MOY} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ (en mètres par seconde, m.s^{-1})

Dans le cas d'un **mouvement unidirectionnel d'axe *x***, **l'accélération moyenne (scalaire)** est définie de la façon suivante :

$a_{MOY} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ (en mètres par seconde au carré, m.s^{-2})

3) Donner l'expression de la quantité de mouvement et du Principe fondamental de la dynamique.

Quantité de mouvement d'un point matériel M de masse *m*, en mouvement dans un référentiel *R* :

$$\overrightarrow{p_{M\,/\,R}} = m.\overrightarrow{v_{M\,/\,R}}$$

Principe Fondamental de la Dynamique :

$$\sum \vec{F}_{ext\ sur\ M} = \left(\frac{d\overrightarrow{p_{M/R}}}{dt}\right) = m.\overrightarrow{a_{M/R}}$$

4) Donner les expressions des forces suivantes : gravitation, poids, force de rappel élastique, force de frottement fluide, poussée d'Archimède.

Gravitation : $\vec{F}_{AsurB} = -\vec{F}_{BsurA} = -G\frac{m_A m_B}{r^2}\vec{u}_{A\rightarrow B}$

F_{AsurB} poids en newtons (N),

G = 6.67.10^{-11} m^3.kg^{-1}.s^{-2} constante de gravitation universelle

r = distance AB (m)

m_A et m_B masses en kilogrammes (kg)

$\vec{u}_{A\rightarrow B}$ vecteur unitaire

Poids : $\vec{P} = \vec{F}_{Terre\rightarrow m} = m.\vec{g}$

P poids en newtons (N)

m masse en kilogrammes (kg)

g accélération de la pesanteur (m.s^{-2})

Force de rappel élastique : $\vec{T} = -k.(l - l_0).\overrightarrow{u_x} = -k.x.\overrightarrow{u_x}$

T en newtons (N)

k = raideur du ressort (N.m^{-1})

x = allongement du ressort : $x = l - l_0$ (m)

$\overrightarrow{u_x}$: vecteur unitaire sortant du ressort

Force de frottement fluide : $\vec{f} = -h.\vec{v}$

f en newtons (N)

h coefficient de frottement fluide (kg.s^{-1})

v : vitesse du point matériel (m.s^{-1})

Poussée d'Archimède : Un système immergé dans un fluide subit de la part de ce fluide une force verticale vers le haut égale à l'opposé du poids du volume de fluide déplacé.

$$\overrightarrow{\Pi_a} = -\rho_{fluide} V g \overrightarrow{u_z} \text{ (pour un axe } z \text{ orienté vers le bas)}$$

Π_a : poussée d'Archimède (N ou kg.m.s^{-2})

ρ_{fluide} : masse volumique du fluide (kg.m^{-3})

V : Volume de solide immergé ou volume de fluide déplacé (m^3)

g : accélération de la pesanteur (m.s^{-2})

5) Donner les expressions de l'accélération, de la vitesse et de la position pour les mouvements suivants : MRU ET MRUA.

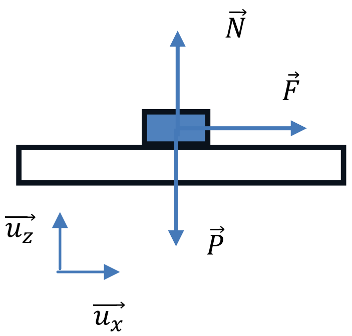
Mouvement rectiligne uniforme (MRU) : mouvement rectiligne à vitesse constante.

- **Accélération** $a(t) = \ddot{x}(t) = 0$
- **Vitesse** $v(t) = \dot{x}(t) = v_0$
- **Position** $x(t) = v_0 t + x_0$

Mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA) : mouvement rectiligne à accélération constante.

- **Accélération** $a(t) = \ddot{x}(0) = a_0$
- **Vitesse** $v(t) = \dot{x}(t) = a_0.t + v_0$
- **Position** $x(t) = \frac{1}{2}a_0 t^2 + v_0 t + x_0$

6) Exemple du palet de hockey glissant sans frottement sur la glace, et soumis à une force de poussée constante : faire un schéma, réaliser le BAME, appliquer le PFD, établir l'équation du mouvement.



Référentiel : Terrestre supposé galiléen

Système : galet, modélisé par un point matériel *M* de masse *m*

BAME (Bilan des Actions Mécaniques Extérieures) :

Poids du galet : $\vec{P} = -mg\overrightarrow{u_z}$

Réaction du sol (normale) : $\vec{N} = N\overrightarrow{u_z}$

Force de poussée constante : $\vec{F} = F\overrightarrow{u_x}$

Remarque : le mouvement est **unidirectionnel**, c'est-à-dire suivant le seul axe *x* ici.

PFD (Principe fondamentale de la dynamique) :

$\sum \vec{F}_{ext} = m.\overrightarrow{a_{M/R}}$ c'est-à-dire $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F} = m.\vec{a}$ c'est-à-dire $-mg\overrightarrow{u_z} + N\overrightarrow{u_z} + F\overrightarrow{u_x} = m.(\ddot{x}.\overrightarrow{u_x} + \ddot{z}.\overrightarrow{u_z})$

Projection sur *x* :

$F = m.\ddot{x}$ d'où : $\ddot{x} = \frac{F}{m}$

Sur *x* : $\ddot{x}(t) = \frac{F}{m} = cte0 = \ddot{x}(0) = a_0$

$\Longrightarrow$ *en intégrant par rapport au temps* : $\dot{x}(t) = \int \ddot{x}(t).dt = \int a_0.dt = a_0.t + cte1$

Prise en compte des **conditions initiales (CI)** : $\dot{x}(0) = v_0$

$\Longrightarrow \dot{x}(0) = a_0.0 + cte1 = v_0$

$\Longrightarrow \dot{x}(t) = a_0.t + v_0$

$\Longrightarrow$ *en intégrant par rapport au temps*

$$x(t) = \int \dot{x}(t).dt = \int (a_0.t + v_0).dt = \frac{1}{2}a_0 t^2 + v_0 t + cte2$$

Prise en compte des **conditions initiales (CI)** : $x(0) = x_0 = \frac{1}{2}.a_0.0^2 + v_0.0 + cte2 = cte2$

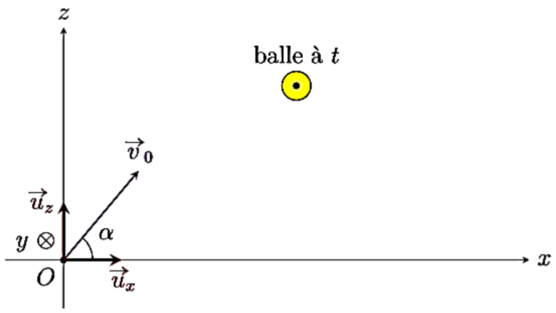
$\Longrightarrow \boldsymbol{x(t) = \frac{1}{2}a_0 t^2 + v_0 t + x_0}$

7) Exemple de la chute libre sans frottement d'une balle : établir les équations horaires de l'accélération, de la vitesse et la position.

Référentiel : Terrestre supposé galiléen

Système : Balle de masse *m*

Repère : $O, \overrightarrow{\boldsymbol{u_x}}, \overrightarrow{\boldsymbol{u_y}}, \overrightarrow{\boldsymbol{u_z}}$



BAME : Poids de la balle $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\overrightarrow{u_z}$

Frottements négligés

Equations horaires : accélération, vitesse

$$\sum \vec{F}_{ext\ sur\ M} = \left(\frac{d\vec{p}_{M/R}}{dt}\right)_R = m.\vec{a}_{M/R}$$

$\vec{P} = m\vec{g} = m.\vec{a}_{M/R}$ d'où : $m\vec{g} = m.\vec{a}_{M/R}$ d'où : $\vec{g} = -g\overrightarrow{u_z} = \vec{a}_{M/R}$

$\vec{a}_{M/R} = \overrightarrow{constante}$: le mouvement est uniformément accéléré

$\vec{a}_{M/R} = -g\overrightarrow{u_z} = \ddot{x}.\overrightarrow{u_x} + \ddot{y}.\overrightarrow{u_y} + \ddot{z}.\overrightarrow{u_z}$

Projection sur les 3 axes :

$\ddot{x} = 0$

$\ddot{y} = 0$

$\ddot{z} = -g$

Par intégration :

$\dot{x} = C_x$

$\dot{y} = C_y$

$\dot{z} = -gt + C_z$

Prise en compte des conditions initiales (CI) :

$\dot{x}(0) = v_{0x} = v_0.cos\alpha = C_x$

$\dot{y}(0) = 0 = C_y$

$\dot{z}(0) = v_{0z} = v_0.sin\alpha = -g * 0 + C_z = C_z$

Expression de la vitesse $\vec{v}_{M/R}$ à tout instant *t* :

$\boldsymbol{\dot{x}(t) = v_0.cos\alpha}$

$\boldsymbol{\dot{y}(t) = 0}$

$\boldsymbol{\dot{z}(0) = -gt + v_0.sin\alpha}$

Equations horaires : position

Par intégration :

$x(t) = v_0.cos\alpha.t + C_x{}'$

$y(t) = C_y{}'$

$z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0.sin\alpha.t + C_z{}'$

Prise en compte des conditions initiales (CI) :

$x(0) = 0 = C_x{}'$

$y(0) = 0 = C_y{}'$

$z(0) = 0 = C_z{}'$

Expression de la position $\overrightarrow{OM}(t)$ à tout instant *t* :

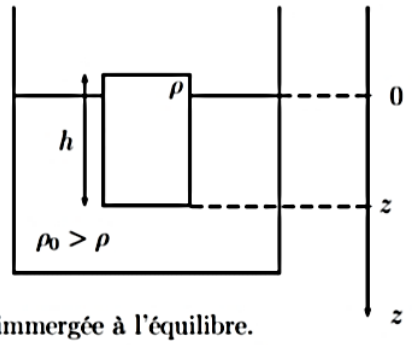
$\boldsymbol{x(t) = v_0.cos\alpha.t}$

$\boldsymbol{y(t) = 0}$

$\boldsymbol{z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0.sin\alpha.t}$

8)

Un cylindre de section $s = 1\ \mathrm{cm}^2$, de hauteur $h = 10$ cm et de densité 0,6 (masse volumique ρ) est placé dans l'eau (masse volumique ρ_0). Un système annexe, non représenté sur la figure, maintient son axe de révolution vertical.



1. Déterminer z_0 la hauteur immergée à l'équilibre.
2. Quelle est la force à exercer sur le cylindre pour l'immerger en entier ?

1. Référentiel ; Terrestre, supposé galiléen
   Système : cylindre
   BAME :

   Poids : $\vec{P} = m\vec{g} = \rho V g\overrightarrow{u_z} = \rho s h g\overrightarrow{u_z}$
   Poussée d'Archimède : $\overrightarrow{\Pi_a} = -\rho_{fluide} V g\overrightarrow{u_z} == -\rho_0 s z g\overrightarrow{u_z}$

   PFD : $\sum \vec{F}_{ext} = m.\overrightarrow{a_{M/R}} = \vec{0}$ car équilibre c'est-à-dire $\vec{P} + \overrightarrow{\Pi_a} = \vec{0}$

   C'est-à-dire : $\rho s h g\overrightarrow{u_z} - \rho_0 s z_0 g\overrightarrow{u_z} = \vec{0}$

   Projection sur *z* : $\rho s h g - \rho_0 s z_0 g = 0$

   On en déduit : $\boldsymbol{z_0 = \frac{\rho}{\rho_0} h}$

   Vérification.

2. On souhaite : *z* = *h*
   BAME :

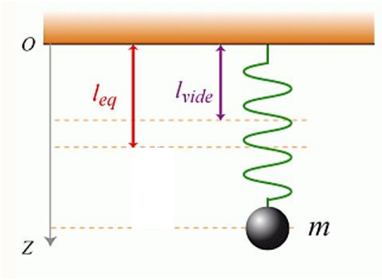
   Poids : $\vec{P} = m\vec{g} = \rho V g\overrightarrow{u_z} = \rho s h g\overrightarrow{u_z}$
   Poussée d'Archimède : $\overrightarrow{\Pi_a} = -\rho_{fluide} V g\overrightarrow{u_z} == -\rho_0 s h g\overrightarrow{u_z}$
   Force $\vec{F} = F\overrightarrow{u_z}$

   PFD : $\sum \vec{F}_{ext} = m.\overrightarrow{a_{M/R}} = \vec{0}$ car équilibre c'est-à-dire $\vec{P} + \overrightarrow{\Pi_a} + \vec{F} = \vec{0}$

   Projection sur *z* : $\rho s h g - \rho_0 s h g + F = 0$

   On en déduit : $\boldsymbol{F = (\rho_0 - \rho) s h g}$

9) Pour le système « masse-ressort » ci-dessous, déterminer l'expression de la position d'équilibre $\boldsymbol{z_{éq}}$. Vérifier la cohérence de votre résultat.



Référentiel : Terrestre, supposé galiléen

Système : masse *m*

BAME :

Poids : $\vec{P} = m\vec{g} = mg\overrightarrow{u_z}$

Tension du ressort : $\vec{T} = -k(l - l_0)\overrightarrow{u_{sortant}} = -k(z - l_0)\overrightarrow{u_z}$

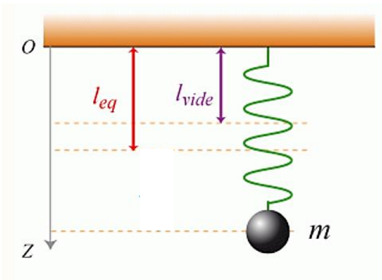
PFD : $\sum \vec{F}_{ext} = m.\overrightarrow{a_{M/R}} = \vec{0}$ car équilibre c'est-à-dire $\vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$

Projection sur *z* : $mg - k(z_{éq} - l_0) = 0$

On obtient : $\boldsymbol{z_{éq} = l_0 + \frac{mg}{k}}$

Vérifications : $z_{éq} \geq l_0$; si m augmente, alors $z_{éq}$ augmente ; si k augmente, alors $z_{éq}$ diminue.

10) Pour le système « masse-ressort » ci-dessous, déterminer l'équation différentielle du mouvement.



Référentiel : Terrestre, supposé galiléen

Système : masse *m*

BAME :

Poids : $\vec{P} = m\vec{g} = mg\overrightarrow{u_z}$

Tension du ressort : $\vec{T} = -k(l - l_0)\overrightarrow{u_{sortant}} = -k(z - l_0)\overrightarrow{u_z}$

PFD : $\sum \vec{F}_{ext} = m.\overrightarrow{a_{M/R}}$ c'est-à-dire $\vec{P} + \vec{T} = m.\overrightarrow{a_{M/R}}$

Remarque : le mouvement est **unidirectionnel**, c'est-à-dire suivant le seul axe z ici.

Projection sur z : $mg - k(z - l_0) = m.\ddot{z}$

Ou : $\boldsymbol{m.\ddot{z} + k.z = mg + k.l_0}$ **: Equation différentielle du mouvement**

Puis : de 1 à 2 exercices proposés par le colleur.

Programme ATS

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Caractérisation du mouvement d'un point matériel	
Espace et temps classiques. Système de coordonnées cartésiennes, polaires, cylindriques et sphériques. Bases locales.	Dessiner les surfaces sur lesquelles l'une des coordonnées est uniforme dans les différents systèmes de coordonnées. Dans le cas des coordonnées polaires et cylindriques exprimer les vecteurs de base locaux en fonction des vecteurs de base des coordonnées cartésiennes.
Notion de référentiel. Caractère relatif du mouvement. Description du mouvement d'un point matériel. Vecteurs position, vitesse et accélération. Mouvement à vecteur accélération constant.	Utiliser les expressions des composantes des vecteurs position, vitesse et accélération dans le seul cas des coordonnées cartésiennes. Exprimer les vecteurs position et vitesse en fonction du temps. Établir l'expression de la trajectoire en coordonnées cartésiennes.
Mouvement circulaire. Vitesse angulaire.	Relier la valeur de la vitesse du point à celle de la vitesse angulaire.
2. Lois de Newton	
Notion de force.	Déterminer les caractéristiques d'une force d'expression donnée. Établir un bilan des forces et en rendre compte sur un schéma.
Référentiel galiléen. Principe d'inertie.	Décrire le mouvement relatif de deux référentiels galiléens. Citer quelques exemples des référentiels d'étude usuels pouvant être considérés comme galiléens.
Principe des actions réciproques.	Exploiter le principe des actions réciproques.
Principe fondamental de la dynamique pour un point matériel.	Énoncer et exploiter le principe fondamental de la dynamique : - dans le cas d'un mouvement unidirectionnel d'un point matériel ; - dans le cas d'un mouvement plan d'un point matériel soumis à une force constante.
Mouvement de chute libre sans frottement dans le champ de pesanteur uniforme.	Mettre en équation le mouvement de chute libre sans frottement d'un point matériel.