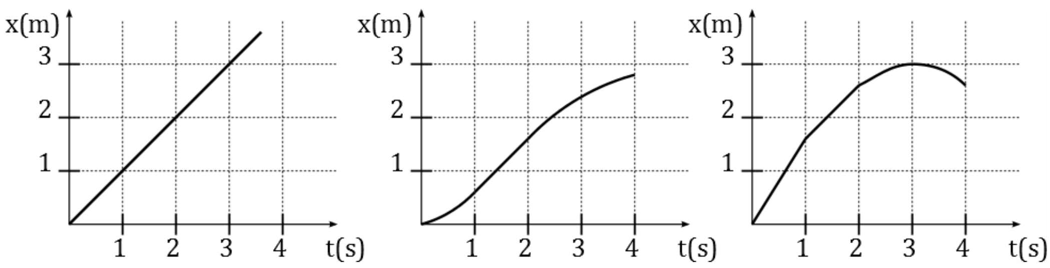
M1 – MOUVEMENTS ET FORCES - Travaux dirigés

Exercice 1 : Analyse de graphes

1) Voici trois graphiques donnant l'abscisse x en fonction du temps t de trois mobiles.



a) Quelle est la vitesse moyenne de chaque mobile entre $t = 0$ et $t = 3\ s$?

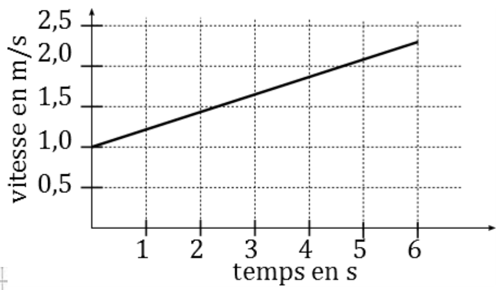
b) Quel mobile a reculé pendant le parcours ? Quel mobile s'est déplacé à vitesse constante ?

c) Quel mobile atteint la plus grande vitesse ? À quelle date atteint-il cette vitesse ?

d) Quel mobile atteint la plus faible vitesse (en valeur absolue) ? À quelle date atteint-il cette vitesse ?

e) Quel mobile a parcouru la plus grande distance entre $t = 0$ et $t = 3\ s$?

2) On donne ci-contre le graphique de la vitesse d'un mobile en fonction du temps. Ce mobile se déplace sur une droite.



a. Quelle est l'accélération du mobile ?

b. Quelle est la distance parcourue par le mobile entre $t = 3\ s$ et $t = 5\ s$?

1)a) Remarque : Définition de la vitess

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Cas 1 : $v_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{final} - x_{initial}}{t_{final} - t_{initial}}$

$$v_1 = \frac{3-0}{3-0} = 1\ m.s^{-1}$$

Cas 2 : $v_2 = \frac{2,4-0}{3-0} = 0,8\ m.s^{-1}$

Cas 3 : $v_3 = \frac{3-0}{3-0} = 1\ m.s^{-1}$

b) Cas 3 : $x \nearrow$ entre 0 et 3 s

$x \searrow$ entre 3 et 4 s

Cas 1 : $x = f(t)$ linéaire

$\Leftrightarrow v = cte$.

c) Vitesse instantanée :

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$v_{max} = v_3(0) \quad \text{(Pente maximale)}.$$

d) $v_{min} = v_3(3)$: A $t = 3\,s$, $\frac{dx}{dt} = 0$
(tangente horizontale).

e) Les mobiles 1 et 3 ont parcouru 3 m entre 0 et 3 s.

2) a) v augmente de manière linéaire en fonction du temps
$\Rightarrow$ l'accélération est constante

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2{,}3 - 1{,}0}{6 - 0} = \frac{1{,}3}{6} \simeq 0{,}2\ m.s$$

2) b) Mouvement uniformément accéléré

$$v = at + v_0$$

$$v = 0{,}2t + 1{,}0$$

En intégrant :

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$x = 0{,}1t^2 + t + x_0$$

D'où :

$$x(5) = 0{,}1 \times 5^2 + 5 + x_0$$
$$x(5) = 7{,}5 + x_0$$

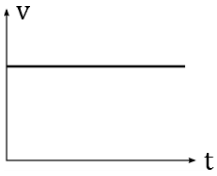
$$x(3) = 0{,}1 \times 3^2 + 3 + x_0$$
$$x(3) = 3{,}9 + x_0$$

On en déduit :

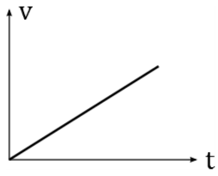
$$d = x(5) - x(3) = 7{,}5 + x_0 - 3{,}9 - x$$
$$= 3{,}6\ m$$

<u>Exercice 2 : Accélération à partir d'un graphe *v(t)*</u>

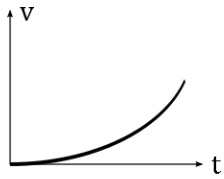
Un mobile a une trajectoire rectiligne. Voici 3 graphes de la vitesse en fonction du temps.



graphe 1



graphe 2



graphe 3

***a**.* Lequel représente le mieux celui d'un mobile dont l'accélération est constante et non-nulle ?

***b**.* Que peut-on dire du mouvement du mobile dans chacun des cas ci-dessus ?

	graphe 1	*graphe 2*	*graphe 3*
1) La vitesse est nulle	☐	☐	☐
2) La vitesse est constante	☐	☐	☐
3) La vitesse augmente	☐	☐	☐
4) L'accélération est nulle	☐	☐	☐
5) L'accélération est constante	☐	☐	☐
6) L'accélération augmente	☐	☐	☐

c. Peut-on avoir une vitesse nulle et une accélération non nulle ?

a) Graphe 2 : $v = f(t)$ linéaire
$\Rightarrow a = cte.$

b) 1) la vitesse est nulle pour :
graphe 2 ($v = 0$ à $t = 0$)
graphe 3 (idem)

2) la vitesse est constante pour graphe 1
3) Graphes 2 et 3.
4) Graphe 1.
5) Graphe 2.
6) Graphe 3.

c) On peut avoir $v = 0$
mais $a = \frac{dv}{dt} \neq 0$!

(Exemples pour $t = 0$ dans les cas des graphes 2 et 3).

Exercice 3 : Mouvements uniformes

1) Un automobiliste roule sur l'autoroute avec le régulateur de vitesse réglé sur $120\,km/h$; le passager déclenche un chronomètre au moment où l'automobiliste enclenche le régulateur.

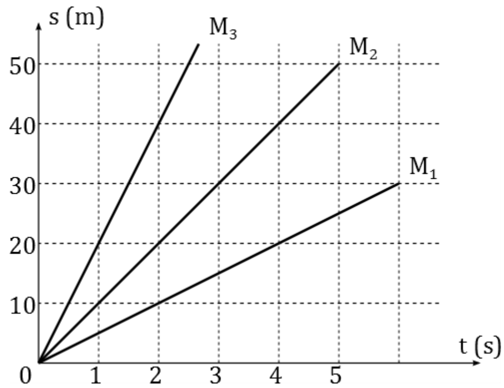
   a) Représenter la courbe donnant les variations de la vitesse $v(t)$ au cours du temps entre 0 et $30\,min$.

   b) Représenter la courbe donnant la distance parcourue $x(t)$ au cours du temps entre 0 et $30\,min$.

   c) Comment interpréter la vitesse sur le graphique donnant $x(t)$?

   d) Comment interpréter la distance parcourue sur le graphique donnant $v(t)$?

2) Trois objets se déplacent à vitesse constante. On a relevé les variations de leurs positions en fonction du temps. On obtient le graphique ci-contre.



   a) Justifier que leurs mouvements sont uniformes.

   b) Déterminer la vitesse scalaire des objets M_1 et M_2.

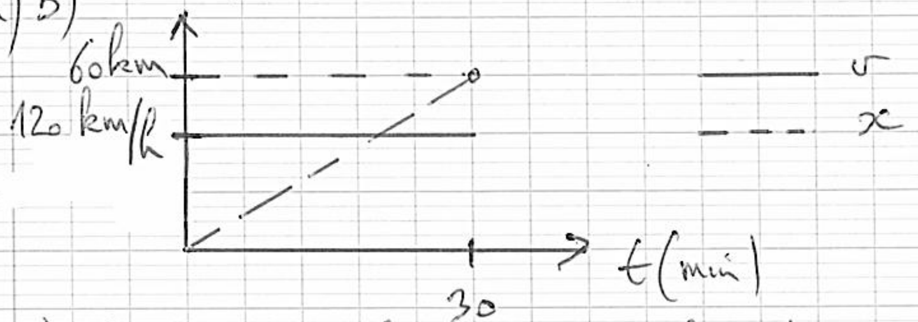
   c) Quelles relations mathématiques y a-t-il entre les vitesses des différents objets ? Pouvait-on le voir graphiquement ?

   d) Tracer un graphique donnant les variations de vitesse de M_1 en fonction du temps.

   e) Calculer la distance parcourue entre l'instant $t_1 = 1\,s$ et l'instant $t_2 = 3\,s$ pour M_2.

1) a) $v = 120$ km/h $=$ cte
$\Rightarrow x = vt +$ cte' linéaire en fonction du temps.

a) b)



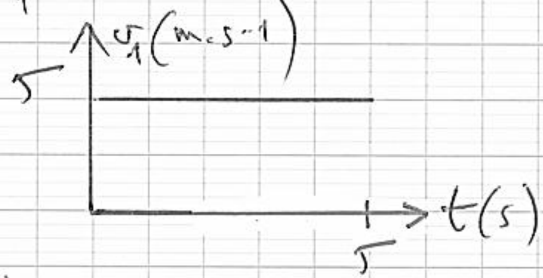
c) La vitesse est la dérivée de la position $x(t)$.
d) La distance parcourue est représentée par l'aire sous la courbe de $v(t)$ (Primitive $\Leftrightarrow$ Intégrale)

2) a) $s(t)$ linéaire pour les 3 objets
$\Leftrightarrow v(t) =$ cte.
$\Leftrightarrow$ Mouvements uniformes
b) $v_1 = \frac{\Delta s_1}{\Delta t} = \frac{30}{6} = 5$ m.s-1.

$v_2 = \frac{\Delta s_2}{\Delta t} = \frac{50}{5} = 10$ m.s-1

c) $v_2 = 2v_1$: Coefficient directeur 2 fois plus grand.
$v_3 = 2v_2$: idem.

d) $v_1 =$ cte



e) $d = 30 - 10 = 20$ m.

Exercice 4 : Mouvement rectiligne uniformément accéléré

Considérons une balle M en mouvement vertical. L'*axe vertical ascendant* est noté Oz, l'origine étant prise au niveau du sol.

On montre que l'*équation horaire du mouvement* de M est : $z(t) = -\frac{1}{2}\, g\, t^2 + v_0 t + h$;
avec

- g accélération de la pesanteur, constante positive telle que $g = 9{,}81$ U.S.I.;
- v_0 et h sont des constantes positives.

1) D'après l'expression de $z(t)$:
   a) quelle est la dimension de h ? Que représente cette constante ?
   b) quelle est la dimension de v_0 ?
   c) quelle est la dimension de g ? Quelle est son unité dans le système international ?
2) Exprimer $\dot{z}(t)$; en déduire ce que représente v_0.
3) Exprimer $\ddot{z}(t)$.
4) Tracer les allures des courbes donnant $z(t)$, $v_z(t) = \dot{z}(t)$ et $a_z(t) = \ddot{z}(t)$.
5) Soit t_0 la date pour laquelle v_z s'annule. Que peut-on dire du mouvement de M avant t_0 ? Que peut-on dire du mouvement de M après t_0 ?
6) Calculer littéralement t_0, z_{max}, et vérifier l'homogénéité des résultats.

$z(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 t + h$.

1)a) h : dimension L / unité m.
h représente la position de la balle à $t =$

b) v : dimension $L.T^{-1}$ / unité $m.s^{-1}$
c) g : dimension $L.T^{-2}$ / unité $m.s^{-2}$

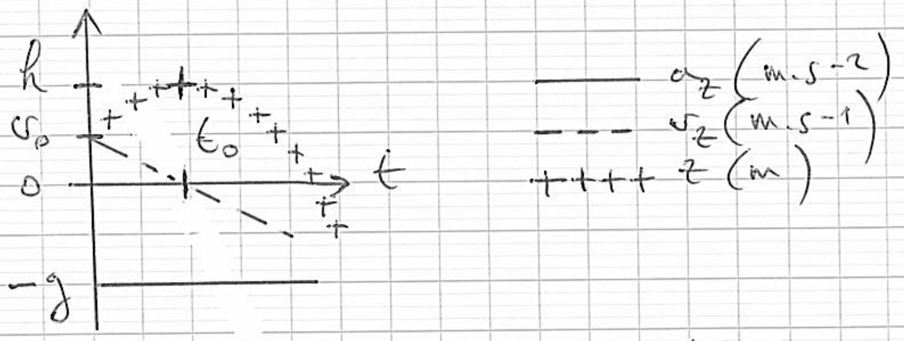
2) $\dot{z}(t) = \frac{d}{dt}\left(-\frac{1}{2} g t^2 + v_0 t + h\right)$

$\dot{z}(t) = -gt + v_0$.

v_0 représente la vitesse de la balle à $t=0$

3) $\ddot{z}(t) = \frac{d}{dt}(\dot{z}(t)) = \frac{d}{dt}(-gt+v_0) = -g$.

4)



5) $v_z = \dot{z} = -gt + v_0 = 0$ pour $t = t_0$.
Après t_0 : $v < 0$ la balle descend.
Avant t_0 : $v > 0$ la balle monte.

6) * $-gt_0 + v_0 = 0 \Rightarrow \underline{t_0 = \frac{v_0}{g}}$

$$[t_0] = \left[\frac{v_0}{g}\right] = \frac{m.s^{-1}}{m.s^{-2}} = s.$$

* $z_{max} = -\frac{1}{2}g t_0^2 + v_0 t_0 + h.$

$$z_{max} = -\frac{1}{2}g\left(\frac{v_0}{g}\right)^2 + v_0\left(\frac{v_0}{g}\right) + h$$

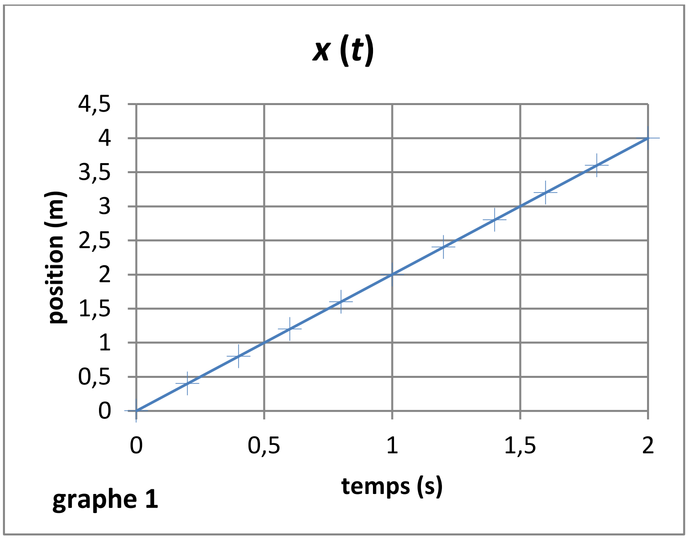
$$= -\frac{\cancel{g}v_0^2}{2g^{\cancel{2}}} + \frac{v_0^2}{g} + h$$

$$= \frac{v_0^2}{2g} + h$$

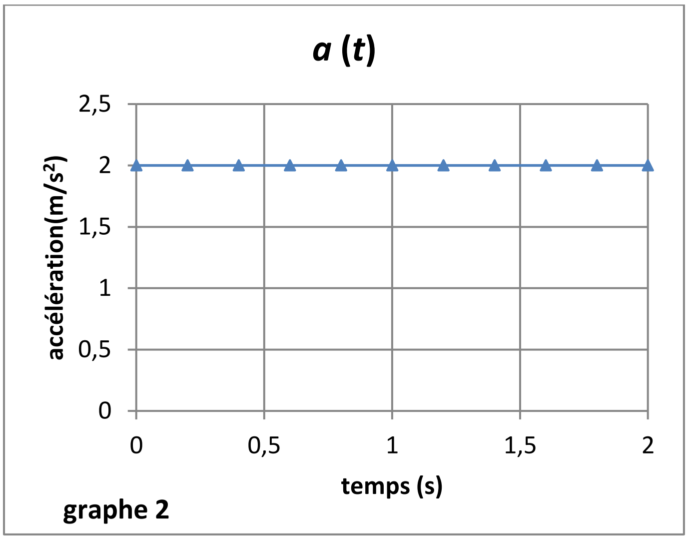
$$[z_{max}] = \left[\frac{v_0^2}{2g}\right] = \frac{m^2.s^{-2}}{m.s^{-2}} = m.$$

Exercice 5 : Graphes caractéristiques de mouvements rectilignes

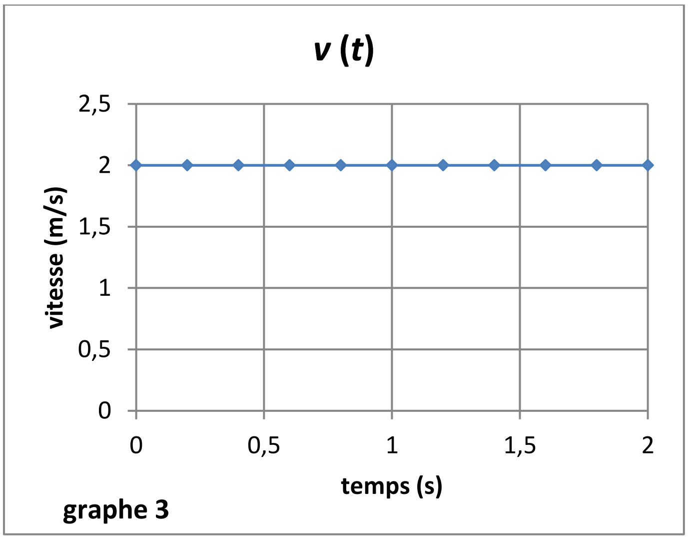
Les graphes ci-dessous sont associés à deux mouvements rectilignes particuliers : un mouvement rectiligne uniforme (MRU) ainsi qu'un mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA). Attribuer les différents graphes à chacun des deux mouvements.



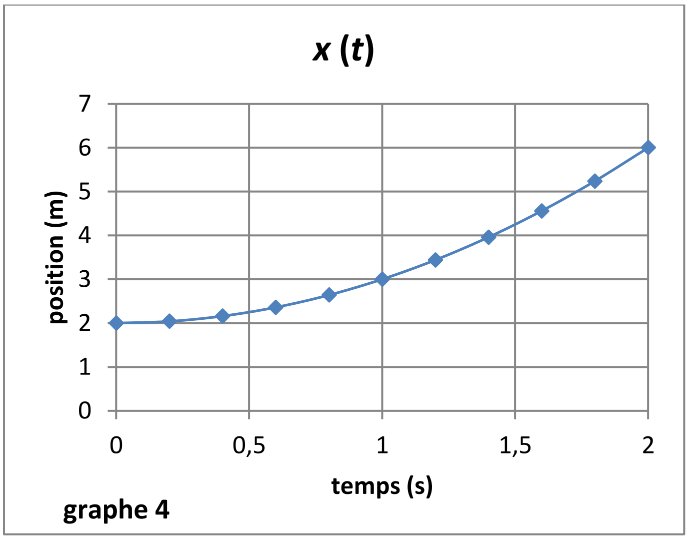
graphe 1



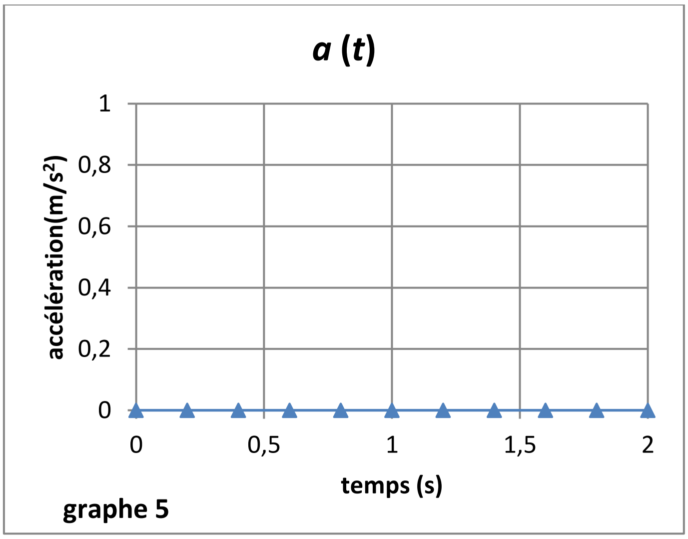
graphe 2



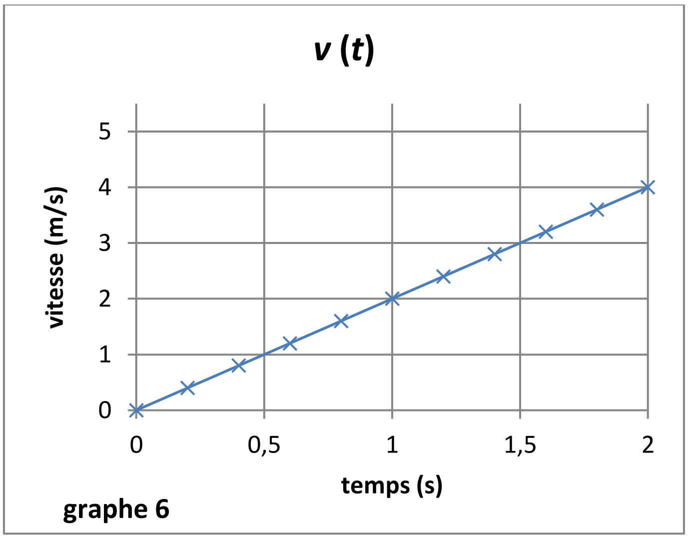
graphe 3



graphe 4



graphe 5



graphe 6

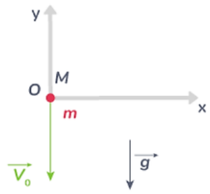
Graphe 1 : MRU
Graphe 2 : MRUA
Graphe 3 : MRU
Graphe 4 : MRUA
Graphe 5 : MRU
Graphe 6 : MRUA

Exercice 6 : Bilan des forces

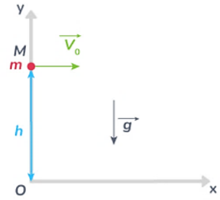
Dans les cas ci-dessous :

- Définir le système mécanique (considéré comme un point matériel),
- Réaliser le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME), les représenter sur un schéma,
- Appliquer le Principe Fondamental de la Dynamique (PFD),
- Identifier s'il s'agit d'un mouvement unidimensionnel ou non,
- Etablir l'équation ou les équations horaires du mouvement,

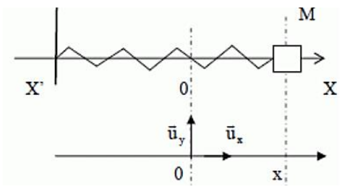
Cas 1 : chute libre d'un point matériel avec vitesse initiale verticale, sans frottement :



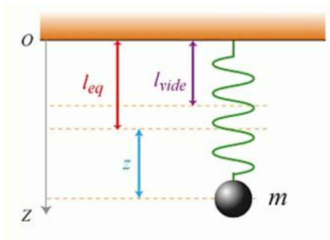
Cas 2 : chute libre d'un point matériel avec vitesse initiale horizontale, sans frottement :



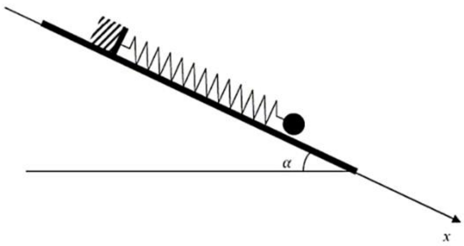
Cas 3 : masse - ressort sur plan horizontal, sans frottement :



Cas 4 : ressort vertical, avec frottement fluide $\vec{f} = -h.\vec{v}$

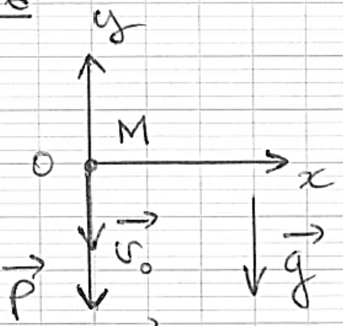


Cas 5 : ressort sur plan incliné, sans frottement :



Exercice 6

Cas 1



Mouvement unidirectionnel car : $\vec{v_0}$ suivant y et $\vec{a}$ suivant y

BAME : $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{u_y}$

PFD : $\vec{P} = m\vec{a}$

$$-mg\vec{u_y} = m\left(\ddot{x}\,\vec{u_x} + \ddot{y}\,\vec{u_y}\right)$$

Sur x :

$$\ddot{x} = 0$$

Sur y :

$$\ddot{y} = -g$$

On intègre par rapport au temps :

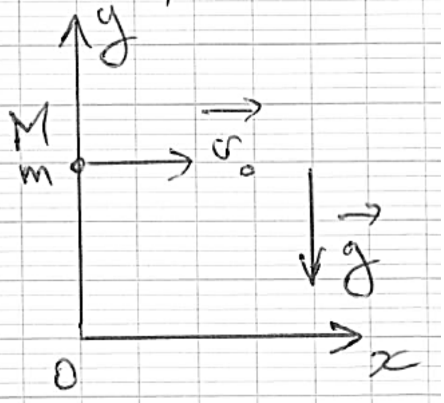
$$\dot{y} = -gt + cte = -gt - v_0$$

On intègre par rapport au temps :

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 - v_0 t + \underbrace{y(0)}_{0}$$

$$\underline{y = -\frac{1}{2}gt^2 - v_0 t}$$

Cas 2 Même BAME que précédemment (lorsqu'absence de frottement)



PFD :

$$-mg\vec{u_y} = m\left(\ddot{x}\,\vec{u_x} + \ddot{y}\,\vec{u_y}\right)$$

Sur x :

$$\ddot{x} = 0$$

$$\dot{x} = cte = v_{0x} = v_0$$

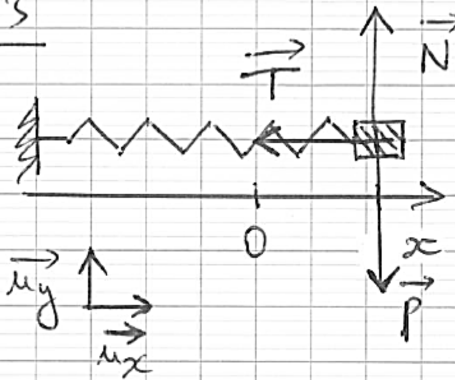
$$x = v_0 t + \underbrace{x(0)}_{0}$$

$$\underline{x = v_0 t}$$

Sur y :

$$\ddot{y} = -g$$
$$\dot{y} = -gt + v_y(0) = -gt$$
$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + y(0) = -\frac{1}{2}gt^2 + h$$

Cas 3



Système : masse

BAME :

* $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{u_y}$
* $\vec{N} = N\vec{u_y}$
* $\vec{T} = -k(\ell - \ell_0)\vec{u_x}$
$= -kx\vec{u_x}$

PFD :

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{T} = m\vec{a}$$
$$-mg\vec{u_y} + N\vec{u_y} - kx\vec{u_x} = m(\ddot{x}\vec{u_x} + \ddot{y}\vec{u_y})$$

Sur x :

$$-kx = m\ddot{x} \Leftrightarrow m\ddot{x} + kx = 0$$

→ Equation différentielle que l'on peut résoudre (voir M4).

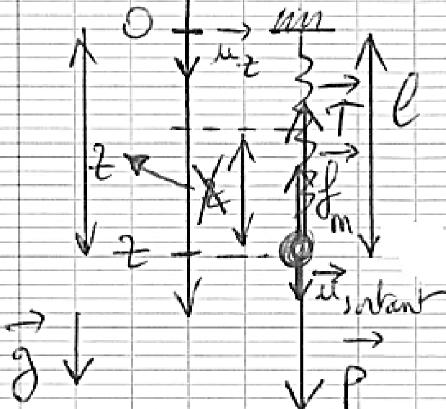
Sur y :

$$-mg + N = m\ddot{y} = 0 \quad \text{car} \quad \begin{cases} y = cte \\ \dot{y} = 0 \\ \ddot{y} = 0 \end{cases}$$

Mouvement unidirectionnel suivant x.

d'où : $N = mg$.

Cas 4



Avec ce paramétrage :
$\underline{z = \ell}$

Référentiel : Terrestre, supposé galiléen

Système : masse m.

BAME :

$* \ \vec{P} = m\vec{g} = mg\vec{u}_z$

$* \ \vec{T} = -k(\ell - \ell_0)\vec{u}_{sortant}$
$= -k(z-\ell_0)\vec{u}_z$

$* \ \vec{f} = -h\vec{v} = -h\dot{z}\vec{u}_z$

PFD : $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$\Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} + \vec{f} = m\vec{a}$

$\Leftrightarrow mg\vec{u}_z - k(z-\ell_0)\vec{u}_z - h\dot{z}\vec{u}_z = m\ddot{z}\vec{u}_z$

Remarque : le mouvement est unidirectionnel d'axe z.

$\Rightarrow \dot{x} = \dot{y} = 0$

et $\ddot{x} = \ddot{y} = 0$

Projection du PFD sur z :

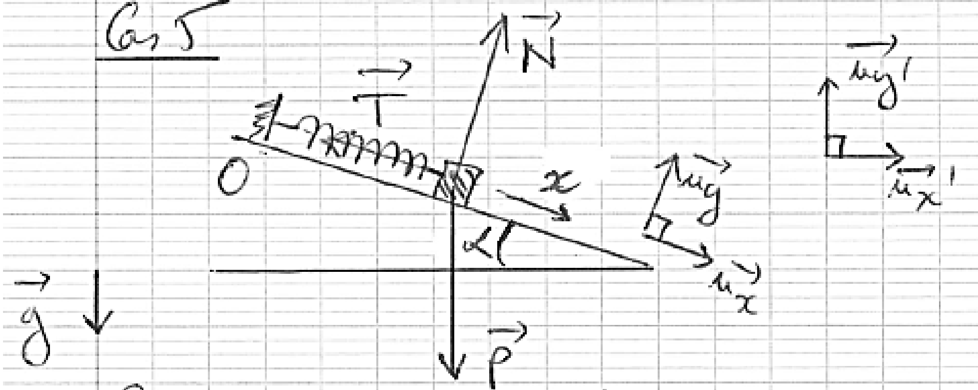
$mg - k(z-\ell_0) - h\dot{z} = m\ddot{z}$

$\Leftrightarrow \underline{mg + k\ell_0 = kz + h\dot{z} + m\ddot{z}}$

$\hookrightarrow$ Equation différentielle du second ordre, car comprenant z (qui dépend de t), $\dot{z}$ et $\ddot{z}$ (qui dépendent de t également).

$\rightarrow$ Résolution + tard.

Cas 5



Remarque : le mouvement est unidirectionnel d'axe x.

⇒ Choix du repère $(\vec{u_x}, \vec{u_y})$ ⊕ judicieux.

Référentiel : Terrestre, supposé galiléen

Système : masse m

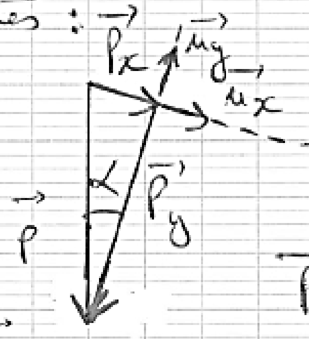
BAME :

* $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\,\vec{u_y}'$
* $\vec{T} = -k(\ell - \ell_0)\,\vec{u}_{sortant}$
  $= -k(x - \ell_0)\,\vec{u_x}$
* $\vec{N} = N\,\vec{u_y}$

Il faut exprimer $\vec{P}$ dans le repère $(\vec{u_x}, \vec{u_y})$

2 possibilités :

①

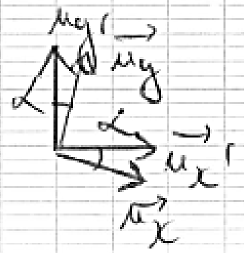


$\vec{P} = \vec{P_x} + \vec{P_y}$

$= P\sin\alpha\,\vec{u_x} - P\cos\alpha\,\vec{u_y}$

$\vec{P} = mg\sin\alpha\,\vec{u_x} - mg\cos\alpha\,\vec{u_y}$

②



$\vec{u_y}' = \cos\alpha\,\vec{u_y} - \sin\alpha\,\vec{u_x}$

d'où :

$\vec{P} = -mg(\cos\alpha\,\vec{u_y} - \sin\alpha\,\vec{u_x})$

$= mg\sin\alpha\,\vec{u_x} - mg\cos\alpha\,\vec{u_y}$

PFD :

$$mg\sin\alpha\,\vec{u_x} - mg\cos\alpha\,\vec{u_y} - k(x - l_0)\vec{u_x} + N\vec{u_y} = m\ddot{x}\,\vec{u_x}$$

Projection sur y :

$$-mg\cos\alpha + N = 0$$

d'où : $N = mg\cos\alpha$

Vérification : $\sin\alpha = 0$, $\cos\alpha = 1$

$N = mg$

On retrouve le cas horizontal

Projection sur x :

$$mg\sin\alpha - k(x - l_0) = m\ddot{x}$$

$$\Leftrightarrow \underline{mg\sin\alpha + kl_0 = m\ddot{x} + kx}$$

<u>Exercice 7 : 2 TGV</u>

Un premier TGV part de Paris à 8H00 en direction de Lille, on considère pour simplifier qu'il roule à la vitesse constante de 360 km/h. Un deuxième TGV part de Lille à la même heure (8H00) en direction de Paris, on considère pour simplifier qu'il roule à la vitesse constante réduite de 180 km/h pour des raisons techniques.
La distance entre Paris et Lille est de 240 km.

1) A quelle heure le TGV 1 arrive-t-il à Lille ? A quelle heure le TGV 2 arrive-t-il à Paris ?
2) A quelle heure et à quelle distance de Paris les deux TGV se croisent-ils ? On pourra mettre en équation le système en écrivant les positions $x_1(t)$ et $x_2(t)$ des TGV.
3) Reprendre la question 2) dans le cas où le TGV 1 part avec 15 mn de retard.

1) $v_1 = 360$ km/h $\quad d = 240$ km

$\Delta t_1 = \dfrac{d}{v_1} = \dfrac{240}{360} = 0{,}667$ h $= 40$ min

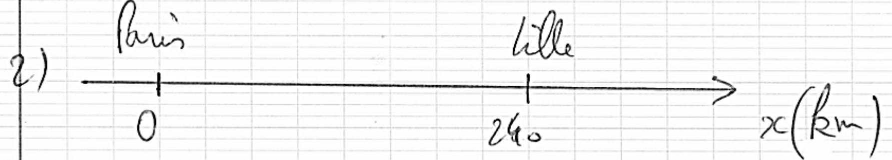
$\Rightarrow$ Arrivée à 8H40

$v_2 = 180$ km/h $\quad d = 240$ km

$\Delta t_2 = \dfrac{d}{v_2} = \dfrac{240}{180} = 1{,}33$ h $= 1$ h 20 min

$\Rightarrow$ Arrivée à 9H20

2)



$x_1(t) = v_1 t = 360\,t \quad$ (t en h)

$x_2(t) = 240 - v_2 t$

$\quad = 240 - 180\,t \quad$ (t en h)

$x_1(t) = x_2(t)$

$360\,t = 240 - 180\,t$

$540\,t = 240$

$t = \dfrac{240}{540} = \dfrac{24}{54} = \dfrac{8}{18} = 0{,}44$ h $= 27$ mn $\simeq 1/2$ h.

Il se croisent environ à 8H30
| à 8H27

D'où $x_1 = v_1 t$

$= 360 \times 0{,}44 = 158$ km

Vérif : $x_2 = 240 - 180 \times 0{,}44 = 161$ km

3) $x_1(t) = v_1(t - 0{,}25) = 360\,(t - 0{,}25)$

$x_2(t) = 240 - 180\,t$.

$x_1(t) = x_2(t)$

$360\,t - 90 = 240 - 180\,t$

$540\,t = 330$

$t = \dfrac{330}{540} = 0{,}61$ h

$= 37$ mn.

Ils se croisent à 8H37

Exercice 8 : Usain Bolt

Usain Bolt, aujourd'hui sportif retraité, a affolé les compteurs de l'épreuve de sprint du 100 m d'athlétisme pendant une décennie. Aux championnats du monde de Berlin de 2009, il a établi le dernier record du monde de la discipline avec un chrono de 9 secondes et 58 centièmes.

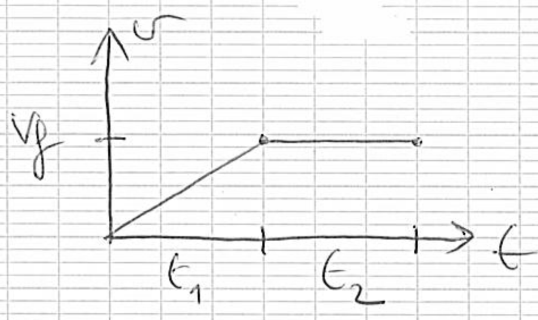
Pour les athlètes spécialistes de cette épreuve, on peut considérer (de manière simplifiée) que leur mouvement se décompose en 2 phases :

- Phase 1 : mouvement uniformément accéléré, sur une distance de 50 m,
- Phase 2 : mouvement uniforme, sur une distance de 50 m.

On s'intéresse à l'épreuve de sprint de l'athlète Usain Bolt, et on considère qu'il établit un chrono très moyen (pour lui) de 10 secondes au 100 m.

> ➢ Mettre en équation le mouvement puis calculer la vitesse maximale de Usain Bolt durant cette course.

Usain Bolt



$$\begin{cases} 100 = \frac{1}{2} V_f t_1 + V_f t_2 & (1) \\ 10 = t_1 + t_2 & (2) \\ 50 = V_f t_2 \text{ ou } V_f = \frac{50}{t_2} & (3) \end{cases}$$

3 eq.
3 inconnues

(1) $200 = V_f t_1 + 2 V_f t_2 = V_f (t_1 + 2 t_2)$

(2) $t_1 = 10 - t_2$

$\Rightarrow$

$$200 = V_f (10 - t_2 + 2 t_2) = V_f (10 + t_2)$$

(3) $\Rightarrow$ $200 = \frac{50}{t_2}(10 + t_2)$

$$200 t_2 = 50 (10 + t_2) = 500 + 50 t_2$$

$\Leftrightarrow$

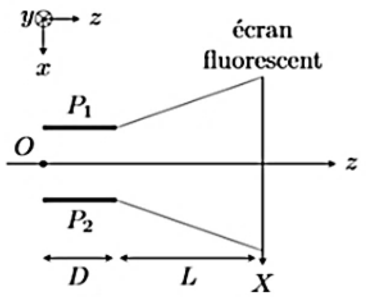
$150 t_2 = 500 \quad \Rightarrow \quad t_2 = \frac{500}{150} = 3{,}33\ s$

$\Rightarrow t_1 = 6{,}67\ s$

$\Rightarrow V_f = \frac{50}{t_2} = \frac{50}{3{,}33} = 15\ m.s^{-1}$

Exercice 9 : Oscilloscope analogique

Ce problème s'intéresse au principe de fonctionnement des anciens oscilloscopes, dont le principe est d'exploiter la déviation d'un faisceau d'électrons sous l'effet d'une tension que l'on souhaite observer à l'écran. Dans tout le problème, on se place dans le référentiel terrestre, supposé galiléen, auquel on associe un repère $(0, \overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, \overrightarrow{u_z})$.



Une zone de champ électrique uniforme est établie entre 2 plaques P_1 et P_2, le champ est supposé nul en dehors de cette zone. La distance entre les 2 plaques est notée *d*, la longueur des plaques *D* et on note *U* la tension (supposée constante et positive) entre les plaques, égale à la tension d'entrée de l'oscilloscope. On admet que le champ électrique entre les plaques s'écrit :

$$\vec{E} = -\frac{U}{d}\overrightarrow{u_x}$$

Des électrons accélérés au préalable pénètrent en O où existe le champ avec une vitesse $\overrightarrow{v_O} = v_O \overrightarrow{u_z}$ selon l'axe *Oz*. On suppose leur poids négligeable devant la force électrique.

1) Exprimer la force subie par un électron, de masse *m* et de charge négative $q = -e$, lorsqu'il se trouve entre les 2 plaques.
2) En appliquant le Principe Fondamental de la Dynamique à l'électron, établir les 3 équations horaires du mouvement dans la zone du champ, en fonction des paramètres *m, e, d, U* et v_0. En déduire l'équation de la trajectoire de l'électron $x = f(z)$.
3) Déterminer les coordonnées (x_K, y_K, z_K) du point de sortie K de la zone de champ, ainsi que les composantes de la vitesse $(\dot{x_K}, \dot{y_K}, \dot{z_K})$ de l'électron en ce point, en fonction de *m, e, d, D, U* et v_0.
4) Montrer que dans la zone entre les plaques chargées et l'écran fluorescent le mouvement est rectiligne uniforme.
5) On note *L* la distance entre la sortie de la zone de champ et l'écran fluorescent, et *I* le point d'impact sur l'écran. Etablir l'équation $x = g(z)$ de la droite *(KI)*. En déduire l'abscisse $\boldsymbol{x_I}$ du point d'impact de l'électron sur l'écran, en fonction de *m, e, d, D, L, U* et v_0. Pour *m, e, d, D, L* et v_0 fixées, la position $\boldsymbol{x_I}$ du point d'impact sur l'écran est-elle proportionnelle à la tension *U* ?
6) A lumière des questions précédentes, expliquer le principe du fonctionnement de ce type d'oscilloscope. Proposer une solution technique pour obtenir un chronogramme sur l'écran, plutôt qu'un point.

1. $\vec{F} = q\vec{E}$

2. Référentiel : Terrestre ⟹ galiléen.
Système : Électron
Bilan des forces :
$$\vec{F} = q\vec{E} = -e\left(-\frac{U}{d}\vec{u_x}\right) = \frac{eU}{d}\vec{u_x}$$
PFD :
$$\left(\frac{d\vec{p}/R}{dt}\right)_R = \Sigma\vec{F}$$
$$m\vec{a}/R = \frac{eU}{d}\vec{u_x}$$
$$\vec{a} = \frac{eU}{md}\vec{u_x}$$

$$\begin{cases} \ddot{x} = \dfrac{eU}{md} \\ \ddot{y} = 0 \\ \ddot{z} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x} = \dfrac{eU}{md}t + 0 \\ \dot{y} = cte = 0 \\ \dot{z} = cte = v_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{1}{2}\dfrac{eU}{md}t^2 + 0 \\ y = cte = 0 \\ z = v_0 t + 0 \end{cases}$$

d'où :
$$t = \frac{z}{v_0}$$
$$x = \frac{1}{2}\frac{eU}{md}\left(\frac{z}{v_0}\right)^2 \qquad x = \frac{1}{2}\frac{eU}{mdv_0^2}z^2$$
Éq. trajectoire.

3. En K, $z_K = D$

d'où : $x_K = \frac{1}{2}\frac{eUD^2}{mdv_0^2}$

Or $x_K = \frac{1}{2}\frac{eU}{md}t_K^2$

$$\frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}\frac{\cancel{e}\cancel{U}D^2}{\cancel{m}\cancel{d}v_0^2} = \frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}\frac{\cancel{eU}}{\cancel{md}}t_K^2$$

$$t_K = \frac{D}{v_0}$$ ☺ Bien sûr !

$$\begin{cases} x_K = \frac{1}{2}\frac{eUD^2}{mdv_0^2} \\ y_K = 0 \\ z_K = D. \end{cases}$$

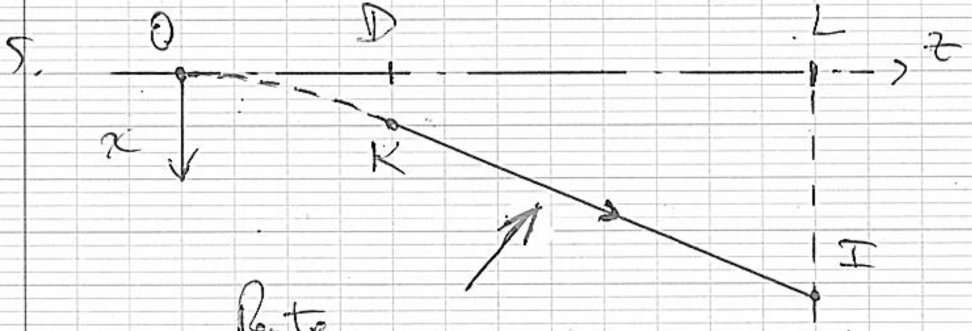
d'où : $$\begin{cases} \dot{x}_K = \frac{eU}{md}\cdot\frac{D}{v_0} = \frac{eUD}{mv_0 d} \\ \dot{y}_K = 0 \\ \dot{z}_K = v_0 \end{cases}$$

4. Poids négligé

⇒ Aucune force

⇒ Mouvement rectiligne uniforme.

5.



Pente

$$\left(\frac{dx}{dz}\right)_{x=K} = \frac{eUD}{mdv_0^2} = \frac{\dot{x}_K}{\dot{z}_K}$$

d'où : Equation de la droite

$$x = \frac{eUD}{mdv_0^2}z + b$$

Cette droite passe par (z_k, x_k)

$$\frac{1}{2}\frac{eUD^2}{mdv_0^2} = \frac{eUD}{mdv_0^2}D + b$$

$$\text{d'où : } b = -\frac{1}{2}\frac{eUD^2}{mdv_0^2}$$

d'où : Equation de la droite :

$$x = \frac{eUD}{mdv_0^2}z - \frac{1}{2}\frac{eUD^2}{mdv_0^2}$$

d'où : $x_I = \frac{eUD}{mdv_0^2}(D+L) - \frac{1}{2}\frac{eUD^2}{mdv_0^2}$

$$x_I = \frac{1}{2}\frac{eUD^2}{mdv_0^2} + \frac{eUDL}{mdv_0^2}$$

$$x_I = \frac{eUD}{mdv_0^2}\left(\frac{D}{2} + L\right)$$ Proportionnalité !

6. Deux autres plaques alimentées par une tension alternative dépendant de la base de temps permettent une déviation suivant y
$\Rightarrow$ Balayage

⊕ x_I proportionnelle à U
$\Rightarrow$ Déviation suivant x proportionnelle à la tension à mesurer.