

CPGE ATS

Programme de colles – Semaine 3 (29 septembre au 4 octobre 2025)

Chapitre étudié et questions de cours : M1 Mouvements et forces. M2 Energie mécanique.

- Les mouvements circulaires n'ont pas été vus.
- les coordonnées polaires, cylindriques n'ont pas été vues
- Aucune résolution d'équation différentielle n'a été vue.
- Pour les positions d'équilibre et équations de mouvements de vos exercices, laisser le choix de résolution aux étudiants : soit par le PFS / PFD), soit par Ep et Théorème de l'Energie mécanique.

1 questions de cours par étudiant parmi les questions 1 à 10,

Réponses attendues en bleu ou manuscrit.

- 1) Donner les expressions des vecteurs position, vitesse instantanée et accélération instantanée, ainsi que leurs unités.

Vecteur position (mètres, m) :

$$\overrightarrow{OM} = x \cdot \vec{u}_x + y \cdot \vec{u}_y + z \cdot \vec{u}_z$$

Vecteur vitesse instantanée $\vec{v}_{M/R}$ d'un point M dans un référentiel R ($v_{M/R}$ en mètres par seconde, $m \cdot s^{-1}$) :

$$\vec{v}_{M/R} = \left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \right)_R = \dot{x} \cdot \vec{u}_x + \dot{y} \cdot \vec{u}_y + \dot{z} \cdot \vec{u}_z$$

Vecteur accélération instantanée $\vec{a}_{M/R}$ d'un point M dans un référentiel R ($a_{M/R}$ en mètres par seconde au carré, $m \cdot s^{-2}$) :

$$\vec{a}_{M/R} = \left(\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} \right)_R = \left(\frac{d\vec{v}}{dt} \right)_R = \ddot{x} \cdot \vec{u}_x + \ddot{y} \cdot \vec{u}_y + \ddot{z} \cdot \vec{u}_z$$

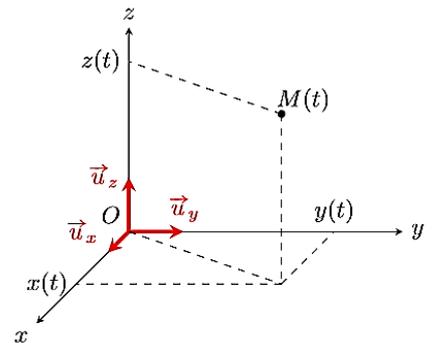
- 2) Donner les expressions de la vitesse moyenne et de l'accélération moyenne + unités.

Dans le cas d'un **mouvement unidirectionnel d'axe x**, la **vitesse moyenne (scalaire)** est définie de la façon suivante :

$$v_{MOY} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \text{ (en mètres par seconde, } m \cdot s^{-1} \text{)}$$

Dans le cas d'un **mouvement unidirectionnel d'axe x**, l'**accélération moyenne (scalaire)** est définie de la façon suivante :

$$a_{MOY} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ (en mètres par seconde au carré, } m \cdot s^{-2} \text{)}$$



- 3) Donner l'expression de la quantité de mouvement et du Principe fondamental de la dynamique.

Quantité de mouvement d'un point matériel M de masse m , en mouvement dans un référentiel R :

$$\overrightarrow{p_{M/R}} = m \cdot \overrightarrow{v_{M/R}}$$

Principe Fondamental de la Dynamique :

$$\sum \vec{F}_{ext \text{ sur } M} = \left(\frac{d\overrightarrow{p_{M/R}}}{dt} \right) = m \cdot \overrightarrow{a_{M/R}}$$

- 4) Donner les expressions des forces suivantes : gravitation, poids, force de rappel élastique, force de frottement fluide, poussée d'Archimède.

Gravitation : $\vec{F}_{A \text{ sur } B} = -\vec{F}_{B \text{ sur } A} = -G \frac{m_A m_B}{r^2} \vec{u}_{A \rightarrow B}$

$F_{A \text{ sur } B}$ poids en newtons (N),

$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ constante de gravitation universelle

r = distance AB (m)

m_A et m_B masses en kilogrammes (kg)

$\vec{u}_{A \rightarrow B}$ vecteur unitaire

Poids : $\vec{P} = \vec{F}_{Terre \rightarrow m} = m \cdot \vec{g}$

P poids en newtons (N)

m masse en kilogrammes (kg)

g accélération de la pesanteur ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)

Force de rappel élastique : $\vec{T} = -k \cdot (l - l_0) \cdot \vec{u}_x = -k \cdot x \cdot \vec{u}_x$

T en newtons (N)

k = raideur du ressort ($\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$)

x = allongement du ressort : $x = l - l_0$ (m)

\vec{u}_x : vecteur unitaire sortant du ressort

Force de frottement fluide : $\vec{f} = -h \cdot \vec{v}$

f en newtons (N)

h coefficient de frottement fluide ($\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$)

v : vitesse du point matériel ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)

Poussée d'Archimède : Un système immergé dans un fluide subit de la part de ce fluide une force verticale vers le haut égale à l'opposé du poids du volume de fluide déplacé.

$$\vec{\Pi}_a = -\rho_{\text{fluide}} V g \vec{u}_z \text{ (pour un axe } z \text{ orienté vers le bas)}$$

5) Donner les expressions de l'accélération, de la vitesse et de la position pour les mouvements suivants : MRU ET MRUA.

Mouvement rectiligne uniforme (MRU) : mouvement rectiligne à vitesse constante.

- **Accélération** $a(t) = \ddot{x}(t) = 0$
- **Vitesse** $v(t) = \dot{x}(t) = v_0$
- **Position** $x(t) = v_0 t + x_0$

Mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA) : mouvement rectiligne à accélération constante.

- **Accélération** $a(t) = \ddot{x}(0) = a_0$
- **Vitesse** $v(t) = \dot{x}(t) = a_0 \cdot t + v_0$
- **Position** $x(t) = \frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t + x_0$

6) Donner les expressions du travail et de la puissance d'une force + unités.

Travail élémentaire fourni par la force \vec{F} au point matériel M au cours de son déplacement élémentaire \vec{dM} :

$$\delta W(\vec{F})_{/R} = \vec{F} \cdot \vec{dM}$$

Unité du travail : le joule (J)

Travail d'une force \vec{F} le long d'une trajectoire donnée allant de A vers B :

$$W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = \int_{\vec{AB}} \vec{F}(\vec{M}) \cdot \vec{dM}$$

Puissance fournie par la force \vec{F} au point matériel M :

$$P(\vec{F})_{/R} = \frac{\delta W(\vec{F})_{/R}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}_{M/R}$$

Unité de la puissance : le watt (W)

7) Donner la définition de l'énergie cinétique et du théorème de l'énergie cinétique.

Energie cinétique d'un point matériel de masse m , en mouvement dans un référentiel R :

$$E_{c,M/R} = \frac{1}{2} m v_{M/R}^2$$

Théorème de l'énergie cinétique pour un point matériel de masse m se déplaçant le long d'une trajectoire \widehat{AB} :

$$\Delta E_C = E_C(B) - E_C(A) = \sum W(\vec{F}_n)_{A \rightarrow B}$$

Théorème de la puissance cinétique ;

$$\frac{dE_C}{dt} /_R = \sum P_{/R}(\vec{F}_n)$$

- 8) Donner la définition de l'énergie potentielle, ainsi que les expressions des énergies potentielles de pesanteur et élastique.

Une force est dite **conservative** si son travail le long d'une trajectoire \widehat{AB} ne dépend que des points A et B, et pas du chemin suivi pour aller de A vers B.

Dans ce cas, la force \vec{F} dérive d'une **énergie potentielle** E_P :

$$\delta W(\vec{F}) = -dE_P$$

Energie Potentielle de Pesanteur E_{PP} mesurée le long d'un axe vertical orienté vers le haut :

$$E_{PP} = mgz + cte$$

Energie Potentielle de Pesanteur E_{PP} mesurée le long d'un axe vertical orienté vers le bas :

$$E_{PP} = -mgz + cte'$$

Les constantes sont déterminées à partir des Conditions aux Limites (CL)

Energie Potentielle Elastique $E_{P \text{ é}l}$ dont dérive la force de rappel élastique $\vec{F}_{\text{é}l}$ exercée par un ressort de raideur k :

$$E_{P \text{ é}l} = \frac{1}{2} k(l - l_0)^2 \Rightarrow \vec{F}_{\text{é}l} = -k \cdot x \cdot \vec{u}_x \text{ si allongement } x = l - l_0 \text{ suivant } \vec{u}_x$$

- 9) Donner la définition de l'énergie mécanique et du théorème de l'énergie mécanique.

Energie mécanique d'un point matériel :

$$E_m = E_C + E_P$$

Théorème de l'Energie Mécanique pour un point matériel de masse m :

$$\frac{dE_m}{dt} = \frac{d}{dt}(E_C + E_P) = P(\vec{F}_{\text{non conservative}})$$

- 10) Définitions des positions d'équilibre stable et instable à partir de l'énergie potentielle.

Une position d'équilibre est **stable** si la force y ramène le point matériel lorsqu'il est faiblement éloigné. Dans ce cas, l'**énergie potentielle** est **minimale**. On a :

$$\frac{dE_P}{dx}(x_{\text{é}q}) = 0 \quad \frac{d^2 E_P}{dx^2}(x_{\text{é}q}) > 0$$

Une position d'équilibre est **instable** si la force en éloigne le point matériel lorsqu'il est faiblement éloigné. Dans ce cas, l'**énergie potentielle** est **maximale**. On a :

$$\frac{dE_P}{dx}(x_{\text{éq}}) = 0$$

$$\frac{d^2E_P}{dx^2}(x_{\text{éq}}) < 0$$

Puis : de 1 à 2 exercices proposés par le colleur.

Programme ATS

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Caractérisation du mouvement d'un point matériel	
Espace et temps classiques. Système de coordonnées cartésiennes, polaires, cylindriques et sphériques. Bases locales.	Dessiner les surfaces sur lesquelles l'une des coordonnées est uniforme dans les différents systèmes de coordonnées. Dans le cas des coordonnées polaires et cylindriques exprimer les vecteurs de base locaux en fonction des vecteurs de base des coordonnées cartésiennes.
Notion de référentiel. Caractère relatif du mouvement. Description du mouvement d'un point matériel. Vecteurs position, vitesse et accélération. Mouvement à vecteur accélération constant.	Utiliser les expressions des composantes des vecteurs position, vitesse et accélération dans le seul cas des coordonnées cartésiennes. Exprimer les vecteurs position et vitesse en fonction du temps. Établir l'expression de la trajectoire en coordonnées cartésiennes.
Mouvement circulaire. Vitesse angulaire.	Relier la valeur de la vitesse du point à celle de la vitesse angulaire.
2. Lois de Newton	
Notion de force.	Déterminer les caractéristiques d'une force d'expression donnée. Établir un bilan des forces et en rendre compte sur un schéma.
Référentiel galiléen. Principe d'inertie.	Décrire le mouvement relatif de deux référentiels galiléens. Citer quelques exemples des référentiels d'étude usuels pouvant être considérés comme galiléens.
Principe des actions réciproques.	Exploiter le principe des actions réciproques.
Principe fondamental de la dynamique pour un point matériel.	Énoncer et exploiter le principe fondamental de la dynamique : - dans le cas d'un mouvement unidirectionnel d'un point matériel ; - dans le cas d'un mouvement plan d'un point matériel soumis à une force constante.
Mouvement de chute libre sans frottement dans le champ de pesanteur uniforme.	Mettre en équation le mouvement de chute libre sans frottement d'un point matériel.

3. Energie mécanique	
Travail et puissance d'une force.	Calculer le travail d'une force constante lors d'un déplacement. Reconnaître des situations où le travail d'une force est nul, strictement positif ou strictement négatif.
Energie cinétique, théorème de l'énergie cinétique.	Utiliser le théorème de l'énergie cinétique pour déterminer des paramètres du mouvement d'un point matériel.
Interactions conservatives. Énergie potentielle.	Déterminer le travail d'une force conservative à partir de la variation d'énergie potentielle associée. Établir l'expression de la force associée à une énergie potentielle de forme connue dans le cas d'un mouvement rectiligne. Citer les expressions de l'énergie potentielle de pesanteur uniforme et de l'énergie potentielle élastique associée à un ressort.
Energie mécanique. Conservation de l'énergie mécanique.	Identifier les cas de conservation de l'énergie mécanique. Dans une situation à un degré de liberté, exploiter l'expression analytique de l'énergie potentielle ou une représentation graphique de celle-ci pour déterminer des caractéristiques du mouvement d'un point matériel, son énergie mécanique étant connue.
Théorème de la puissance mécanique.	Énoncer et exploiter le théorème de la puissance mécanique en présence de forces non conservatives.
4. Équilibre et stabilité d'un point matériel	
Équilibre d'un point matériel. Stabilité.	Démontrer et exploiter la condition d'équilibre d'un point matériel dans un référentiel galiléen. Analyser qualitativement la stabilité d'une position d'équilibre en considérant un petit déplacement au voisinage de celle-ci.
Équilibre dans un champ de force conservatif.	À partir d'un graphe ou d'une expression analytique de l'énergie potentielle déterminer les éventuelles positions d'équilibre d'un point matériel et leur stabilité dans un mouvement à un degré de liberté.