

Exercice 1 : Lâcher de balle

À $t = 0$, un golfeur admirant la vue des falaises du golf d'Etretat lâche sa balle de masse $m = 45 \text{ g}$ du haut d'une falaise d'une hauteur de 25 m, et ce sans vitesse initiale. On supposera que les frottements exercés par l'air sont des frottements visqueux, la force de frottement étant de la forme $\vec{f} = -k\vec{v}$. On donne $k = 0,2 \text{ USI}$

Etablir l'expression de la vitesse au cours du temps et tracer l'allure de la courbe $v(t)$.

Exercice 2 : Hockey sur glace et dissipation d'énergie

Un palet de Hockey de masse m est lancé sur la glace avec une vitesse initiale v_0 . La puissance des forces de frottement est $P_{fr} < 0$, **supposée constante**.

Pendant combien de temps le palet va-t-il glisser ?

Exercice 6 : Chute d'une gouttelette d'eau (d'après Ecrit ATS)

On cherche à comprendre dans cette partie pourquoi les gouttelettes de la partie inférieure d'un nuage ne tombent pas. On supposera dans cette partie que l'air est immobile dans le référentiel galiléen terrestre et que sa masse volumique reste constante. On considère la chute d'une gouttelette d'eau de rayon r et de masse volumique $\rho_{eau} = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ supposée constante, située initialement à une altitude $H = 500 \text{ m}$ au-dessus de la surface de la Terre avec une vitesse initiale v_0 nulle. On supposera par ailleurs que la résultante des forces de frottements exercées par l'air sur la goutte suit la loi de Stokes : $\vec{f} = -6\pi\eta_{air}r\vec{v}$, où η_{air} correspond à la viscosité dynamique de l'air et $\vec{v}$ à la vitesse de la gouttelette. On négligera la poussée d'Archimède s'exerçant sur la gouttelette.

- 1) Etablir le bilan des forces s'appliquant sur la gouttelette d'eau.
- 2) En appliquant le Principe Fondamental de la Dynamique, établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v de la gouttelette. Mettre cette équation sous forme canonique et déterminer le temps caractéristique τ .
- 3) Montrer que la vitesse limite atteinte par la gouttelette peut s'écrire :

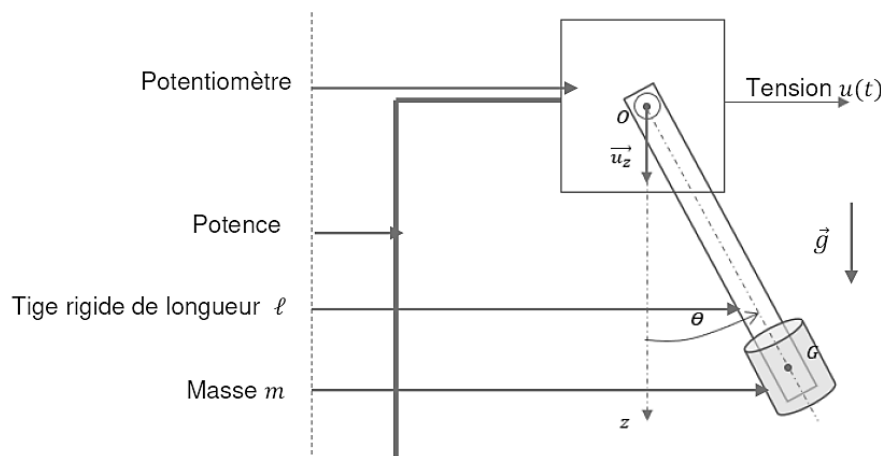
$$\vec{v}_{lim} = \frac{2r^2}{9\eta_{air}} \rho_{eau} \vec{g}$$

- 4) Tracer l'évolution de la vitesse v en fonction du temps.
- 5) On donne $\eta_{air} = 2.10^{-5} \text{ Pa.s}$
Pour une gouttelette de rayon $r = 0,01 \text{ mm}$, calculer v_{lim} . En supposant que cette vitesse limite est atteinte très rapidement, évaluer la durée de chute de cette gouttelette depuis la base d'un nuage à $H = 500 \text{ m}$ d'altitude jusqu'au sol.
- 6) Conclure.

PROBLEME N° 2 : ETUDE DES OSCILLATIONS D'UN PENDULE

Modélisation

On considère le dispositif dessiné ci-dessous permettant d'observer le mouvement d'un pendule pesant constitué d'une tige rigide de longueur ℓ et d'une masse m fixée à son extrémité. A l'image du balancier d'une horloge ou d'une balançoire, la masse m va osciller autour du point O . La position angulaire $\theta(t)$ de la tige est repérée par rapport à l'axe vertical descendant Oz . Un potentiomètre alimenté, fixé sur une potence et solidaire de la tige en rotation, permet d'apprécier la position angulaire $\theta(t)$ de la tige en délivrant une tension $u(t) = k\theta(t)$ avec k constante.



Dans toute la suite la suite, nous allons travailler avec les hypothèses suivantes :

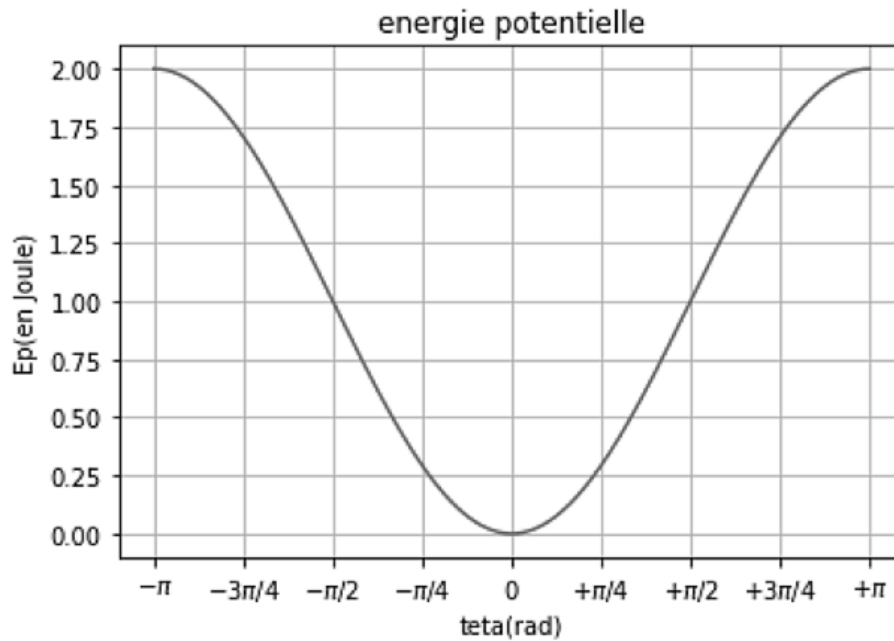
- Le mouvement du pendule est étudié dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen.
- Les frottements de type fluide seront négligés.
- On néglige également les effets dissipatifs des actions de contact entre le potentiomètre et la tige.
- On note g le champ de pesanteur terrestre et on néglige la poussée d'Archimède de l'air environnant.
- On néglige la masse de la tige par rapport à la masse m dont le centre de masse G est tel que $OG \approx \ell$.

Ce système oscillant est alors modélisé par un pendule simple dont l'étude se limite à celle de la masse m animée d'une vitesse algébrique v donnée par $v = \ell \frac{d\theta}{dt} = \ell \dot{\theta}$.

1. Etablir l'expression de l'énergie cinétique E_c de ce pendule en fonction de m , ℓ et $\dot{\theta}$.
2. Etablir l'expression de l'énergie potentielle E_p associée à ce pendule en fonction de m , g , ℓ et θ en prenant $E_p(\theta = 0^\circ) = 0$.
3. Déterminer par une étude théorique la ou les positions d'équilibre de ce système ainsi que leur stabilité.
4. Enoncer le théorème de la puissance mécanique. On nommera les termes intervenant dans ce théorème.
5. Montrer alors que l'angle $\theta(t)$ vérifie l'équation différentielle non linéaire $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta = 0$. On donnera l'expression de la pulsation propre ω_0 en fonction de g et ℓ .

Partie expérimentale

On donne ci-dessous la représentation graphique de $E_p(\theta)$ du pendule de longueur $\ell = 1\text{ m}$ étudié avec $m = 0,2\text{ kg}$.



6. Cette représentation graphique est-elle en accord avec l'étude des positions d'équilibre effectuée précédemment ?

A $t = 0$, on lance la masse m avec une vitesse initiale $v(0) = v_0 = \sqrt{10}\text{ m.s}^{-1}$ à la position angulaire $\theta(t = 0) = 0^\circ$.

7. Quelle est la valeur de l'énergie mécanique E_m de la masse m ? Justifier.
8. Quelle sera la position angulaire maximale θ_0 atteinte par cette masse m ? Justifier.
9. Quelle sera la vitesse de la bille lorsqu'elle atteindra la position $\theta_1 = \frac{\pi}{4}$? Justifier.
10. Avec quelle vitesse initiale minimale faut-il lancer la bille à partir de la position angulaire $\theta(t = 0) = 0^\circ$ pour qu'elle puisse effectuer un tour complet ?