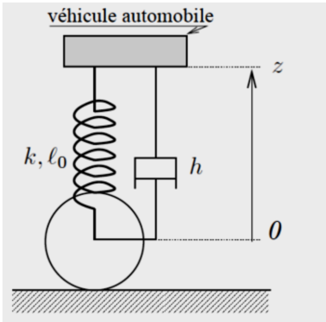
DEVOIR MAISON N°1

Oscillateurs harmoniques

- **A rendre le MARDI 18 NOVEMBRE 2025**

PROBLEME 1 : Suspension de voiture



On modélise l'amortisseur d'une roue de voiture à l'aide d'un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0, en parallèle avec un amortisseur de coefficient de frottement fluide h, correspondant à une puissance des forces de frottement $P_{fr} = -hv^2$.

Une masse $\frac{m}{4}$ est posée sur ce dispositif et peut se déplacer verticalement sur l'axe (Oz) lié au référentiel terrestre $\mathcal{R}_T$ supposé galiléen.

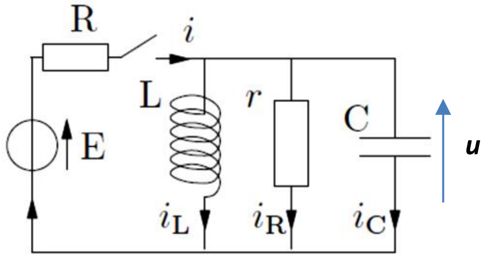
On donne $m = 1\,200$ kg.

1) Lors du changement d'une roue, on soulève la masse $\frac{m}{4}$ d'une hauteur d = 25 cm, ce qui correspond au moment où la roue (de masse négligeable) ne touche plus le sol : la longueur du ressort vaut alors 40 cm, et on peut alors considérer qu'aucune force ne s'exerce plus sur le ressort (alors qu'à l'équilibre, le ressort est comprimé par le poids du véhicule). Montrer que la constante de raideur du ressort vaut $k = \frac{mg}{4d}$.
2) Déterminer et calculer h afin que le dispositif fonctionne en régime critique (la roue étant sur le sol à l'arrêt et la masse $\frac{m}{4}$ en mouvement vertical).
3) On enfonce la masse $\frac{m}{4}$ d'une hauteur d' = 5 cm et on lâche le système à $t = 0$ sans vitesse initiale. Après avoir établi l'équation différentielle du mouvement (par le Principe Fondamentale de la Dynamique et/ou le Théorème de la Puissance Mécanique), déterminer l'évolution de l'altitude $z(t)$ de la masse $\frac{m}{4}$.

Les questions 4) et 5) sont facultatives.

4) On charge maintenant l'amortisseur au maximum : la masse totale du véhicule vaut m = 1 700 kg. Déterminer les paramètres Q et ω_0 de l'amortisseur.
5) Tracer l'allure de sa réponse lorsqu'on enfonce de x_0 = 5 cm la masse $\frac{m}{4}$ et qu'on lâche sans vitesse initiale. Conclure.

PROBLEME 2 : Circuit RLC parallèle



La figure suivante donne le schéma du montage étudié ; le générateur de tension est idéal, de f.é.m. *E* constante. Les résistors sont linéaires de résistances *R* et *r* constantes.

Tant que l'interrupteur est ouvert, le condensateur de capacité *C* est déchargé et la bobine idéale, l'autoinductance *L*, n'est parcourue par aucun courant. A l'instant *t* = 0, l'interrupteur est fermé instantanément et on cherche à déterminer l'évolution ultérieure du réseau électrique.

1. Déterminer par un raisonnement physique simple (pratiquement sans calcul), la tension u et les intensités i, i_L, i_C, i_R dans les 4 branches :

- Juste après la fermeture de l'interrupteur (instant $t = 0^+$).

- Au bout d'une durée très grande ($t \rightarrow \infty$).

2. a. Déterminer l'équation différentielle liant *u* à ses dérivées par rapport au temps t et la mettre sous forme canonique.

On posera pour la suite : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $\lambda = \frac{R+r}{2RrC}$

Les questions suivantes sont facultatives.

b. Quelle relation doit-il exister entre *R, r, C* et *L* pour que la solution de l'équation différentielle du 2.a. corresponde à un régime pseudo périodique ? Pour la suite on prendra : $R = 2{,}5\ k\Omega$; $r = 1{,}25\ k\Omega$; C = 1 μF ; L = 20 mH.

c. Calculer numériquement la pulsation propre ω_0, la période propre T_0, ainsi que le coefficient λ ; que caractérise λ ?

d. Définir et calculer la pseudo pulsation Ω et la pseudo période *T*. Compte tenu de la précision des données, que peut-on dire des valeurs numériques comparées de ω_0 et Ω ?

e. Déterminer en fonction du temps les expressions complètes de la tension *u* et de l'intensité *i* (on pourra utiliser λ et Ω pour alléger les écritures). Donner l'allure de ces deux courbes. Retrouver les conditions aux limites déterminées au 1.