DEVOIR SURVEILLE N°2

Durée de l'épreuve : 3 H

L'usage de la calculatrice est interdit.

CE SUJET EST LONG. IL NE S'AGIT PAS D'ESSAYER ABSOLUMENT DE LE FINIR, MAIS DE GERER AU MIEUX VOTRE TEMPS.

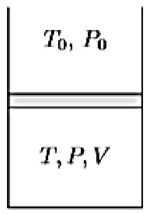
De nombreuses questions sont indépendantes ou proches du cours !

Lire tout l'énoncé avant de commencer, **numéroter** les feuilles et les questions, utiliser les **notations de l'énoncé**, apporter des **justifications** brèves mais précises et complètes, fournir des résultats **homogènes** **et** **encadrés** et des applications numériques **soulignées** et accompagnées d'une **unité.**

Calculatrice INTERDITE

PROBLEME N°1 : COMPRESSIONS D'UN GAZ (30 A 35 % DU BAREME)

On étudie un système constitué de *n* moles de gaz parfait diatomique, enfermé dans une enceinte dont les parois sont diathermes. Cette enceinte est fermée par un piston de masse négligeable, coulissant sans frottement. L'ensemble est situé dans l'atmosphère, considéré comme un thermostat, de pression P_0 et de température T_0.



On donne les capacités massiques du gaz parfait : $C_V = \frac{5}{2}nR$; $C_P = \frac{7}{2}nR$.

~~On donne, pour un gaz parfait, l'expression de la variation d'entropie :~~

$$\cancel{\Delta S = C_P . ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) - nR . ln\left(\frac{P_f}{P_i}\right)}$$

A) Transformation brutale

Initialement, le système est en équilibre mécanique et thermique avec l'extérieur, et le volume du système est V_0.
On exerce brutalement une force verticale et descendante sur le piston, qui entraîne une pression extérieure constante $P_{ext} = 5.P_0$ au niveau du piston.

1) Justifier que la transformation peut être considérée comme adiabatique.
2) Quelle est la pression P_1 du système lorsque le piston se stabilise (état 1) ?
3) Appliquer le Premier Principe entre les états initiaux et 1, et déterminer les expressions de ses 3 termes ΔU_{01}, W_{01} et Q_{01}, en fonction de (tout ou partie) $C_V, T_1, T_0, P_1,\ P_0$.
4) A partir de la question précédente, et en utilisant également l'équation d'état des gaz parfaits, montrer que l'on peut écrire :
$$T_1 = \frac{15}{7}T_0$$
5) En déduire l'expression de V_1, en fonction de V_0.
6) ~~Appliquer le Deuxième Principe entre les états initiaux et 1, et donner les expressions de ses 3 termes~~ $\cancel{\Delta S_{01}}$, $\cancel{S_{créée\ 01}}$ ~~et~~ $\cancel{S_{éch\ 01}}$~~, en fonction de *n* et *R*. La transformation est-elle réversible ?~~

On observe que l'état 1 n'est pas un état d'équilibre : le piston continue lentement de bouger, jusqu'à un état d'équilibre 2.

7) Quel phénomène, négligé précédemment, est responsable de cette nouvelle transformation du système ?
8) Déterminer les expressions de T_2, P_2 et V_2 de l'état 2.
9) Déterminer les expressions de W_{12}, Q_{12} et ΔU_{12} pendant la transformation de l'état 1 à l'état 2, puis les exprimer en fonction de n, R et T_0.
10) En déduire les expressions de W_{02}, Q_{02} et ΔU_{02} pendant la transformation complète.

B) Transformation lente

On étudie maintenant une transformation très lente, dans laquelle la pression extérieure passe très progressivement de P_0 à $5.P_0$.

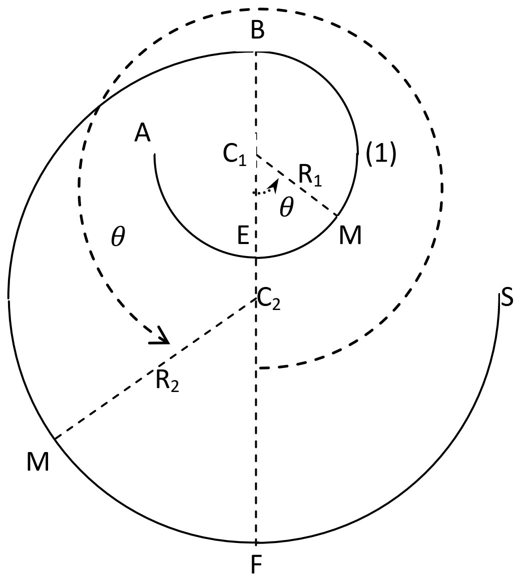
11) Comment qualifie-t-on ce type de transformation ? Que peut-on en conclure sur la température du système au cours de la transformation ?
12) Déterminer la pression P_3 et le volume V_3 dans l'état final. Commenter.
13) Appliquer le Premier Principe entre les états initiaux et 3, et donner les expressions de ses 3 termes, en fonction de n, R et T_0. Comparer à la transformation brutale. Commenter.

PROBLEME N°3 : SOUS LES EFFETS DE LA GRAVITE (30 A 35 % DU BAREME)

A) Petites voitures sur une double piste circulaire

Pour l'ensemble du problème, le référentiel d'étude est le référentiel terrestre considéré comme galiléen.

On considère le dispositif de la figure ci-contre, où une petite voiture supposée ponctuelle (point M) de masse m se déplace solidairement à une piste fixe dans le plan vertical constituée de deux parties circulaires (1) et (2) de rayons R_1 et R_2, de centres C_1 et C_2, dans un plan vertical avec $R_2 > R_1$.



La position du point M est repérée à l'aide d'un angle θ tel que : (voir figure ci-contre) :

- L'angle $\theta = (\overrightarrow{C_1E}, \overrightarrow{C_1M})$ lorsque la voiture se déplace sur le cercle de rayon R_1. θ varie alors de $\theta_A = -\frac{\pi}{2}$ en A à $\theta_B = \pi$ en B.
- L'angle $\theta = (\overrightarrow{C_2F}, \overrightarrow{C_2M})$ lorsque la voiture se déplace sur le cercle de rayon R_2. θ varie alors de $\theta_B = \pi$ en B à $\theta_S = \frac{5\pi}{2}$ en S.

Un dispositif situé au point A tel que $\theta_A = -\frac{\pi}{2}$ empêche la voiture de quitter la piste ; on ne peut donc pas avoir $\theta < \theta_A = -\frac{\pi}{2}$. La voiture peut en revanche quitter la piste au niveau du point S.

On négligera toute forme de frottement dans le mouvement de la voiture.

On souhaite étudier l'énergie potentielle de pesanteur Ep_p de la voiture M en fonction de l'angle θ en choisissant comme origine des énergies potentielles le point B avec $\theta_B = \pi$. On travaillera avec un axe vertical descendant ayant pour origine le point B. On étudiera successivement les 2 cas correspondant aux trajets sur chaque portion de cercle.

1. Réaliser le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures appliquées à la voiture de masse m.

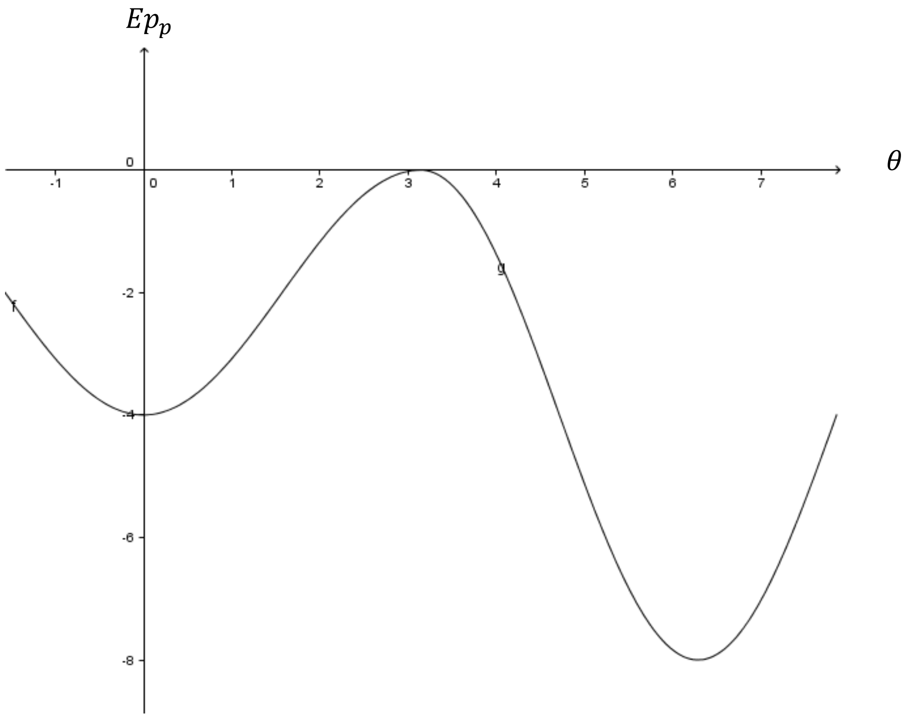
2. Pour θ variant de $-\frac{\pi}{2}$ à π : montrer en justifiant soigneusement que l'énergie potentielle de pesanteur est de la forme : $Ep_p = -mgR_1(1 + cos\theta) + cste$. Déterminer la valeur de la constante.

3. Etablir ensuite l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur pour θ variant de π à $\frac{5\pi}{2}$.

4. Déterminer les positions d'équilibre de la voiture.

5. Etudier la stabilité de ces positions d'équilibre.

On donne ci-dessous la courbe représentative de l'énergie potentielle de pesanteur Ep_p en fonction de θ.



6. Cette courbe est-elle en accord avec l'étude des positions d'équilibre effectuée par le calcul ? (justifier brièvement).

La voiture, initialement en A, est lancée avec une vitesse v_0 sur le support fixe.

7. A quelle condition sur la vitesse v_0 la voiture peut-elle atteindre le point B ?

8. A quelle condition sur la vitesse v_0 la voiture peut-elle atteindre le point F tel que $\theta_F = 2\pi$?

9. Cette condition étant remplie, donner l'expression de la vitesse v_F atteinte en F en fonction des données du problème.

B) <u>Saut à l'élastique</u>

Un étudiant d'ATS, de masse $m = 75\ kg$, saute sans vitesse initiale d'un pont de hauteur h en étant retenu au niveau des chevilles par un élastique.

On modélise le comportement de l'élastique par une force de rappel identique à celle exercée par un ressort de longueur à vide $\ell_0 = 80\ m$ et de constante de raideur $k = 150\ N.m^{-1}$. Lorsque l'élastique est étiré à une longueur $\ell > \ell_0$, avec une tension $T = k(\ell - \ell_0)$ pour un allongement $\ell - \ell_0$. Lorsque l'élastique n'est pas tendu (longueur $\ell < \ell_0$), il se comporte comme un fil sans masse dont on pourra négliger l'existence.

Le saut à l'élastique est donc modélisé par une première phase de chute libre au cours de laquelle on pourra négliger l'existence de l'élastique, puis par une seconde phase avec force de rappel élastique. On suppose les frottements négligeables.

10. Rappeler l'expression de l'énergie potentielle élastique.

11. Lorsque l'étudiant effectue un saut à l'élastique, il finit par s'immobiliser après quelques oscillations. Etablir alors la longueur de l'élastique.

Nous nous intéressons à présent à la phase de saut. On considère que l'étudiant se laisse tomber sans vitesse initiale.

12. Y a-t-il conservation de l'énergie mécanique pour chaque phase ? Justifier brièvement.

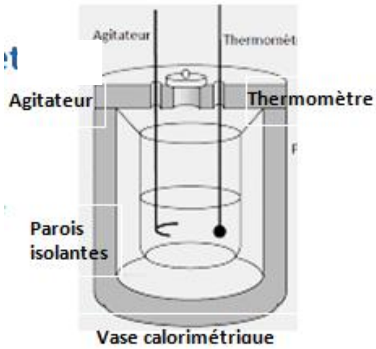
13. Déterminer la vitesse au moment où l'élastique est à sa longueur à vide (juste avant de se tendre, soit à la fin de la chute libre).

14. Quelle est la longueur maximale de l'élastique ?

15. En déduire la hauteur minimale du pont permettant d'utiliser cet élastique sans danger.

PROBLEME N°4 : CALORIMETRE (ENVIRON 15 % DU BAREME)

On donne la capacité thermique massique de l'eau : C = 4180 J.kg^{-1}.K^{-1}.



A) Mélange de deux masses d'eau

On mélange dans un calorimètre, de valeur en eau $= 20g$, deux masses $m_1 = 200g$ et $m_2 = 200g$ d'eau initialement à des températures différentes et connues $T_1 = 20°\text{C}$ et $T_2 = 100°\text{C}$.

Initialement, le calorimètre est également à la température T_1.

La pression extérieure est maintenue constante (pression atmosphérique).

1) Comment appelle-t-on une transformation dont la pression extérieure reste constante ?
2) La transformation est-elle adiabatique ?
3) Ecrire le premier appliqué à l'ensemble {calorimètre + masse m_1 + masse m_2}.
4) En déduire l'expression de la température T_F à l'équilibre, en fonction de m, m_1, m_2, T_1 et T_2.
5) Faire l'application numérique (on pourra faire les approximations nécessaires).

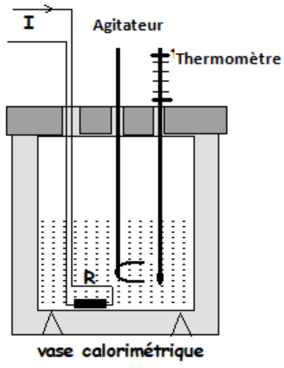
B) Chauffage d'une masse d'eau

On insère maintenant une résistance électrique $R = 5{,}0\ \Omega$ dans le calorimètre. On fait passer un courant électrique $I = 2{,}0\ \text{A}$ dans la résistance pendant un certain temps t, il en résulte une élévation de température due à la puissance électrique dissipée par effet Joule par la résistance

La masse d'eau est $M = 480g$, la valeur en eau du calorimètre est $m = 20g$.

Initialement, le calorimètre et la masse d'eau sont à la température $T_0 = 20°\text{C}$.

On cherche à estimer la température T à l'instant t.



Vase calorimétrique

6) Ecrire le premier principe appliqué à l'ensemble {calorimètre + masse M}, entre les instants $t = 0$ et t.
7) En déduire l'expression de T en fonction de t.
8) Tracer l'allure de la fonction $T = f(t)$; on estimera la valeur numérique du coefficient directeur, on précisera son unité et on vérifiera l'homogénéité du résultat.