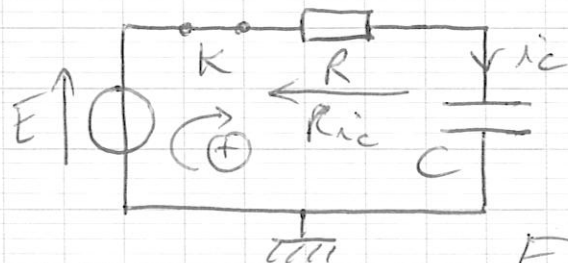


Problème N°3 : Régimes Transitoires

147

Premier arcant.

1) loi des mailles : $E - Ri_c - u = 0$



avec :

$$i_c = C \frac{du}{dt}$$

On obtient :

$$E - RC \frac{du}{dt} - u = 0$$

(6) Forme canonique :

$$\frac{du}{dt} + \left(\frac{1}{RC} \right) u = \frac{E}{RC}$$

$$\tau = RC$$

Régime forcé-car | générateur présent (phys.)
second membre (maths.)

2) SEH : $u_h(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

SP : $u_p(t) = E$

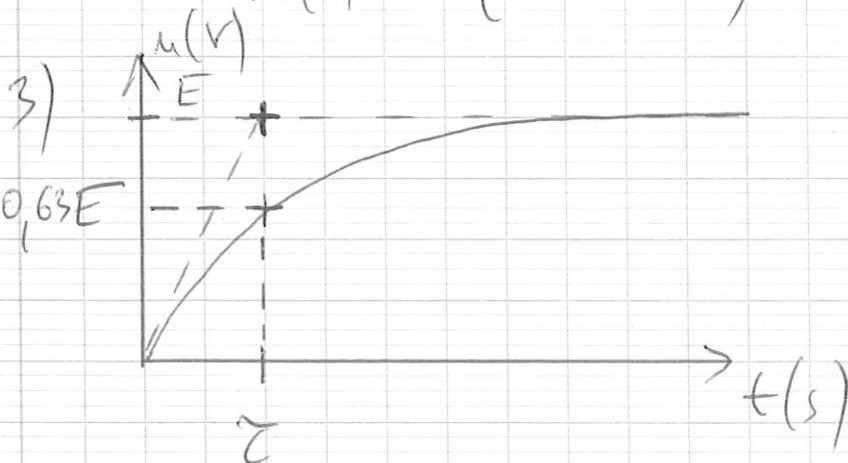
SG : $u(t) = E + Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

(3) CI : $u(0^+) = u(0^-) = 0$ (condensateur déchargé)

Donc : $E + A = 0 \Rightarrow A = -E$

Solution :

$$u(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$



4) Régime permanent atteint à 5% près
 $\Rightarrow u = 0,95 E$
 obtenu pour $t = 3\tau$.

①

5) $E = Ri_c + u$
 ou $E = Ri + u_c$

En multipliant par i .

1

$$Ei = Ri^2 + i u_c$$

$$Ei = Ri^2 + C \cdot \frac{du_c}{dt} \cdot u_c$$

1

$$Ei = Ri^2 + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} C u_c^2 \right)$$

1

Ei = puissance délivrée par le générateur

⑥

1

Ri^2 = puissance consommée par la résistance
 (pertes joule)

1

$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} C u_c^2 \right)$ = variation d'énergie dans le condensateur

Régime permanent atteint $\Rightarrow u = E$
 donc :

1

$$E_c = \frac{1}{2} C E^2$$

Deuxième état

6) Schéma équivalent.

①



Circuit LC série
 régime libre
 (pas de générateur)

1

7) $i_L(0^+) = 0$ Continuité du courant
 dans une bobine

1

$$i_C(0^+) = -i_L(0^+) = 0$$

④

1
1

$u(0^+) = E$ Continuité de la tension
aux bornes du condensateur
 $u_L(0^+) = u(0^+) = E$ car L et C en //.

8)

$u - u_L = 0$ (loi des mailles)
 $u - L \frac{di_L}{dt} = 0$ car $u_L = L \frac{di_L}{dt}$

2

$u + L \frac{di_C}{dt} = 0$ car $i_L = -i_C$

⑥

1

$u + LC \frac{du}{dt} = 0$ car $i_C = C \frac{du}{dt}$
On obtient:

1

$u + LC \frac{du}{dt} = 0$
Forme canonique:
 $\frac{du}{dt} + \left(\frac{1}{LC} \right) u = 0$
 $\rightarrow \omega_0^2$

1

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

1

9) SEH = SG : $u(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t)$
d'où : $\frac{du}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t) + B\omega_0 \cos(\omega_0 t)$

④

2

d'où : $u(0^+) = A = E$
 $\frac{du}{dt}(0^+) = B\omega_0 = 0 \Rightarrow B = 0$

1

d'où : $u(t) = E \cos(\omega_0 t)$

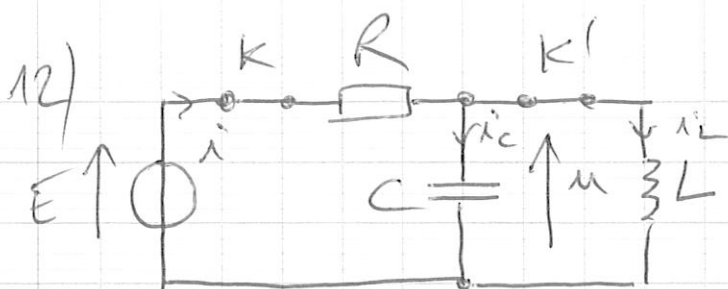
①

10)

$E_L = \frac{1}{2} L i^2$

④

11)



2 X $i = i_C + i_L$ (loi des nœuds)

2 X $E - Ri - u = 0$ (loi des mailles)
d'où :

1 $E - R(i_C + i_L) - u = 0$

En dérivant par rapport au temps :

$-R \frac{di_C}{dt} - R \frac{di_L}{dt} - \frac{du}{dt} = 0$

Avec : $i_C = \frac{du}{dt}$ $u = L \frac{di_L}{dt}$

1 $+ RC \frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{R}{L} u + \frac{du}{dt} = 0$

Forme canonique :

1 $\frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{du}{dt} + \frac{1}{LC} u = 0$

Identification :

$\begin{cases} \frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{RC} \Rightarrow Q = \omega_0 RC = \frac{RC}{\sqrt{LC}} = R \sqrt{\frac{C}{L}} \\ \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \end{cases}$