

T2 – TRANSFERT ET CONVERSION D'ÉNERGIE - PREMIER PRINCIPE DE LA THERMODYNAMIQUE

Travaux Dirigés (2)

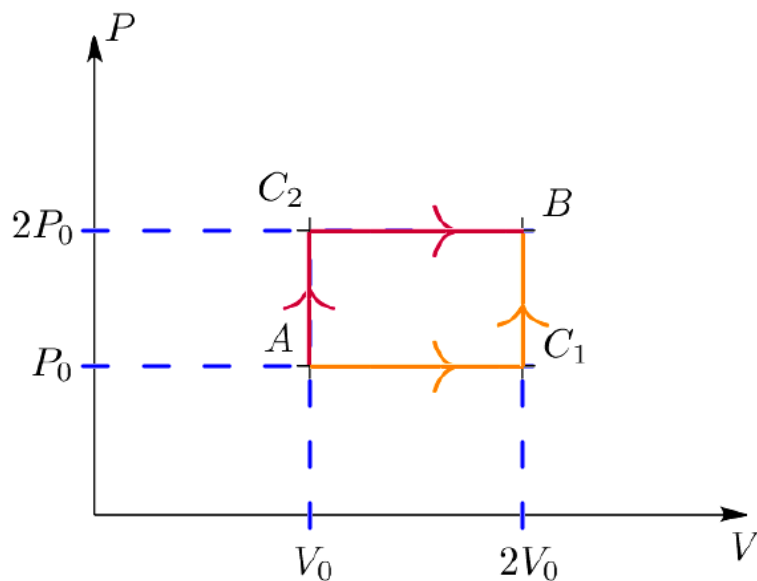
Exercice 1 : Deux chemins différents (T. Kristensen)

Un gaz parfait idéal ($\gamma = \text{cste}$), n moles, subit deux transformations différentes d'un même état initial $A(P_0, V_0)$ vers un même état final $B(2P_0, 2V_0)$.

- La transformation AC_1B constituée d'une isobare AC_1 et d'une isochore C_1B .
- La transformation AC_2B constituée d'une isochore AC_2 et d'une isobare C_2B .

Toutes les transformations sont quasi-statiques (c'est-à-dire mécaniquement réversibles).

1. Tracer les deux transformations sur un diagramme de Watt.
2. Calculer, pour chaque transformation, le travail reçu et la variation d'énergie interne par le gaz de la part du milieu extérieur en fonction de P_0 , V_0 et $\gamma = c_P/c_V$.
3. En déduire, pour chaque transformation, le transfert thermique reçu par le gaz de la part du milieu extérieur en fonction de P_0 , V_0 et γ .



2. Calculer, pour chaque transformation, le travail reçu et la variation d'énergie interne par le gaz de la part du milieu extérieur en fonction de P_0 , V_0 et $\gamma = c_p/c_V$.

Réponse :

Puisque ces transformations sont mécaniquement réversibles, on sait que le travail des forces de pression est l'opposé de l'aire sous la courbe représentant le système dans le diagramme de Watt :

$$\boxed{W_{A \rightarrow C_1 \rightarrow B} = -P_0 V_0} \quad ; \quad \boxed{W_{A \rightarrow C_2 \rightarrow B} = -2P_0 V_0}.$$

Le système est un gaz parfait, donc sa variation d'énergie interne est :

$$\Delta_{A \rightarrow C_1 \rightarrow B} U = C_V (T_B - T_A) \quad ; \quad \Delta_{A \rightarrow C_2 \rightarrow B} U = C_V (T_B - T_A).$$

Remarque. La variation d'énergie interne ne dépend pas du chemin suivi par la transformation : c'est normal puisque l'énergie interne est une fonction d'état. En revanche, le travail des forces de pression dépend du chemin parcouru : c'est également normal car ce travail n'est pas une fonction d'état.

On peut exprimer cela en fonction des données de l'exercice. Pour un gaz parfait :

$$C_V = \frac{nR}{\gamma - 1}.$$

De plus, d'après la loi des gaz parfaits :

$$P_0 V_0 = nRT_A \quad ; \quad 4P_0 V_0 = nRT_B.$$

Finalement :

$$\boxed{\Delta_{A \rightarrow C_1 \rightarrow B} U = \Delta_{A \rightarrow C_2 \rightarrow B} U = \frac{3P_0 V_0}{\gamma - 1}}.$$

En déduire, pour chaque transformation, le transfert thermique reçu par le gaz de la part du milieu extérieur en fonction de P_0 , V_0 et γ .

Réponse :

On applique le 1^{er} principe de la thermodynamique à ce gaz pour chacune des transformations (AC_1B) et (AC_2B) :

$$\Delta_{A \rightarrow C_1 \rightarrow B} U = W_{A \rightarrow C_1 \rightarrow B} + Q_{A \rightarrow C_1 \rightarrow B} \quad ; \quad \Delta_{A \rightarrow C_2 \rightarrow B} U = W_{A \rightarrow C_2 \rightarrow B} + Q_{A \rightarrow C_2 \rightarrow B}.$$

On trouve :

$$Q_{A \rightarrow C_1 \rightarrow B} = \frac{3P_0 V_0}{\gamma - 1} + P_0 V_0 \quad ; \quad Q_{A \rightarrow C_2 \rightarrow B} = \frac{3P_0 V_0}{\gamma - 1} + 2P_0 V_0.$$

Finalement :

$$\boxed{Q_{A \rightarrow C_1 \rightarrow B} = \frac{\gamma + 2}{\gamma - 1} P_0 V_0} \quad ; \quad \boxed{Q_{A \rightarrow C_2 \rightarrow B} = \frac{2\gamma + 1}{\gamma - 1} P_0 V_0}.$$

Remarque. Là encore, on remarque que le transfert thermique dépend du chemin suivi puisqu'il ne s'agit pas d'une fonction d'état.

Exercice 2 : Transformation affine dans le diagramme de Watt (E. thibierge)

Un système contenant n_0 mol de gaz parfait passe d'un état initial (P_0, V_0) à un état final $(P_0/k, k V_0)$, $k > 1$ lors d'une évolution mécaniquement réversible représentable par une droite dans le diagramme de Watt.

- 1 - Que peut-on dire des températures initiale et finale ?
- 2 - Par un argument graphique, montrer que la transformation n'est pourtant pas isotherme. Déterminer si la température passe par un maximum ou par un minimum au cours de la transformation.
- 3 - Établir l'équation de la courbe représentant la transformation en fonction de P_0 , V_0 et k .
- 4 - Déterminer le travail reçu par le gaz au cours de la transformation. Peut-elle être adiabatique ?

1 D'après l'équation d'état des gaz parfaits, on a $T_I = T_F = T_0$.

2 Les isothermes dans le diagramme de Watt sont des hyperboles, puisque

$$P = \frac{nRT}{V} = \frac{\text{cte}}{V}.$$

Une droite n'étant pas une hyperbole, la transformation n'est pas isotherme. Plus les isothermes sont hautes dans le diagramme de Watt, plus la température associée est élevée (facile à voir en raisonnant à V fixé) : on déduit graphiquement de la température passe par un maximum au cours de l'expérience, la température maximale correspondant à celle de l'isotherme tangente à la courbe représentant la transformation, comme schématisé figure 1.

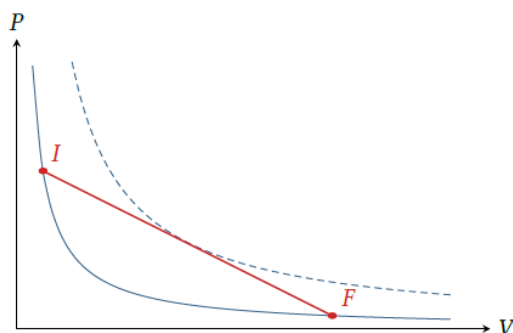


Figure 1 – Représentation de la transformation dans le diagramme de Watt.

3 La courbe de la transformation est une droite, donc l'équation s'écrit

$$P = \alpha V + \beta$$

avec

$$\begin{cases} P_0 = \alpha V_0 + \beta \\ P_0/k = \alpha kV_0 + \beta \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \begin{cases} \alpha = -\frac{P_0}{kV_0} \\ \beta = \frac{1+k}{k}P_0 \end{cases}$$

soit finalement

$$P = -\frac{P_0}{k} \frac{V}{V_0} + \frac{1+k}{k} P_0$$

4 La transformation étant mécaniquement réversible,

$$\begin{aligned}
 W_P &= - \int_{V_I}^{V_F} P(V) dV \\
 &= - \int_{V_I}^{V_F} (\alpha V + \beta) dV \\
 &= - \left[\alpha \frac{V^2}{2} + \beta V \right]_{V_I}^{V_F} \\
 &= - \frac{\alpha}{2} (V_F^2 - V_I^2) - \beta (V_F - V_I) \\
 &= + \frac{P_0}{2kV_0} (k^2 - 1) V_0^2 - \frac{1+k}{k} P_0 (k-1) V_0 \\
 &= \frac{(k-1)(k+1)}{2k} P_0 V_0 - \frac{(k+1)(k-1)}{k} P_0 V_0 \\
 \boxed{W_P} &= - \frac{(k+1)(k-1)}{2k} P_0 V_0 .
 \end{aligned}$$

Le travail des forces pressantes est négatif, ce qui est logique car il s'agit d'une détente. Le bilan d'énergie de la transformation s'écrit

$$\Delta U \underset{\uparrow \text{1er}}{=} W_P + Q \underset{\uparrow \text{GP}}{=} C_V \Delta T = 0 \quad \text{d'où} \quad Q = -W_P \neq 0 .$$

Exercice 3 : Transitions de phase pour le dioxyde de carbone

Ce problème explore quelques propriétés du dioxyde de carbone.

Le diagramme de phase du CO₂ est donné ci-dessous, ainsi que les coordonnées de quelques points importants.

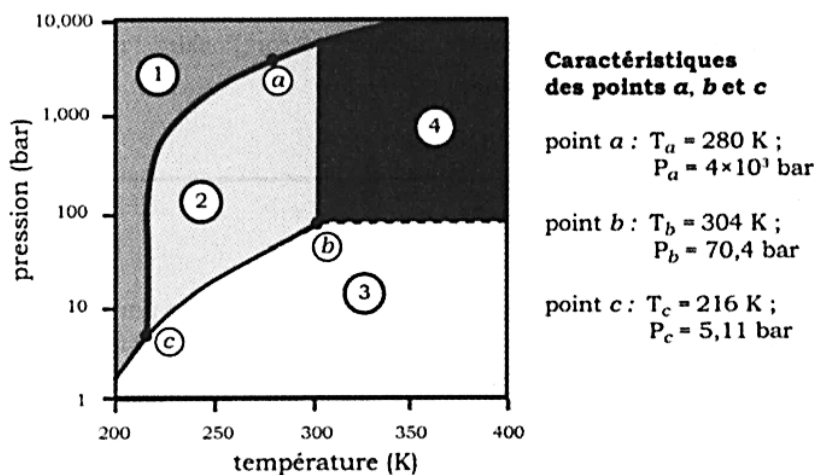


Figure 15.3. Diagramme de phases du dioxyde de carbone CO₂

Données : Masse molaire : $M_{\text{CO}_2} = 44 \text{ g mol}^{-1}$.

Pressions de vapeur saturante P_{sat} , volumes massiques du liquide saturant v_ℓ et de la vapeur saturante v_v , pour différentes températures, dans le tableau suivant.

Température T (K)	235	250	265	280	295
P_{sat} en bar	10,7	18,0	28,1	41,9	59,5
v_ℓ (en $\text{m}^3 \text{ kg}^{-1}$)	$9,0 \times 10^{-4}$	$9,6 \times 10^{-4}$	$1,0 \times 10^{-3}$	$1,1 \times 10^{-3}$	$1,3 \times 10^{-3}$
v_v (en $\text{m}^3 \text{ kg}^{-1}$)	$3,6 \times 10^{-2}$	$2,1 \times 10^{-2}$	$1,3 \times 10^{-2}$	$8,1 \times 10^{-3}$	$4,7 \times 10^{-3}$

L'enthalpie de sublimation du CO₂ est de $573 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ sous $P = P_{\text{atm}}$

- 1) Donner le nom de l'état physique dans chacune des zones 1, 2, 3 et 4, puis celui des points **b** et **c** et préciser leur particularité.
- 2) Sur votre copie, reproduire l'allure du diagramme de Clapeyron du CO_2 suivant (**faire un diagramme assez grand**), et y indiquer (ou surligner) les points ou courbes suivants :
 - a. Courbe de rosée,
 - b. Courbe d'ébullition,
 - c. Isotherme 280 K,
 - d. Point L correspondant au liquide saturant à 280 K,
 - e. Point V correspondant à la vapeur saturante à 280 K,
 - f. Point critique C.

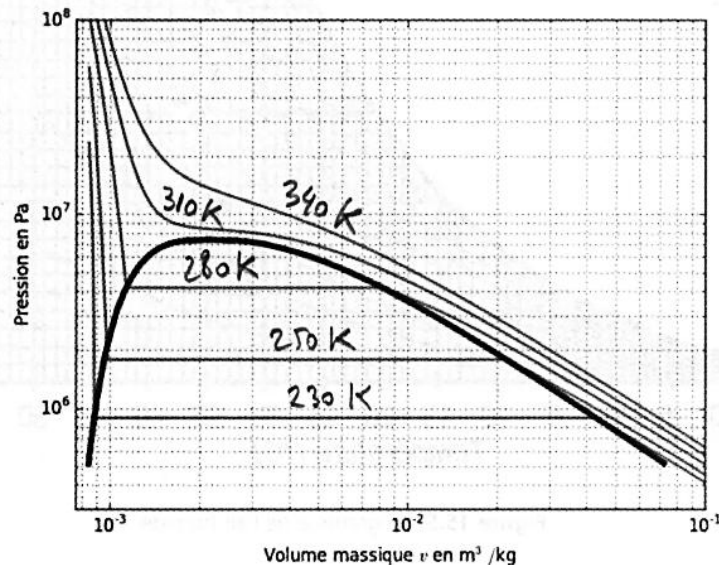


Figure 15.4. Diagramme de Clapeyron du dioxyde de carbone. Isothermes 230 K, 250 K, 280 K, 310 K, 340 K

- 3) Quelle est la caractéristique principale d'un changement d'état à pression constante ?
- 4) Quelle est la pression de vapeur saturante pour une température de 265 K ?
- 5) Pour combattre l'augmentation de la quantité de CO_2 dans l'atmosphère, gaz à effet de serre bien connu, une idée consiste à le séquestrer sous un dôme d'argile, dans un aquifère salin profondément enfoui. On réalise une compression en plusieurs étapes :
 - La quantité de matière $n_0 = 4,0 \cdot 10^3$ mol de CO_2 , à la température initiale de 280 K, occupe un volume $V_0 = 10 \text{ m}^3$. Elle est comprimée de façon isotherme jusqu'à l'état A, de volume $V_A = 0,53 \text{ m}^3$.
 - A partir de cet état, le CO_2 subit une élévation de température isochore jusqu'à $T_B = 310 \text{ K}$.
 - a. Représenter ces 2 transformations sur le diagramme de Clapeyron de votre copie.
 - b. Quel est l'état physique du CO_2 en A ? en B ?
 - c. Calculer le titre massique en vapeur si cela a un sens.

- 1) ① état solide (fortes pressions)
- ② état liquide
- ③ état gazeux (faibles pressions)
- ④ fluide supercritique
- ⑤ point critique (au delà, fluide supercritique)
- ⑥ point triple (coexistence des 3 phases S, L, G)

2) A 297 K sous 1 bar, son état naturel est gazeux.

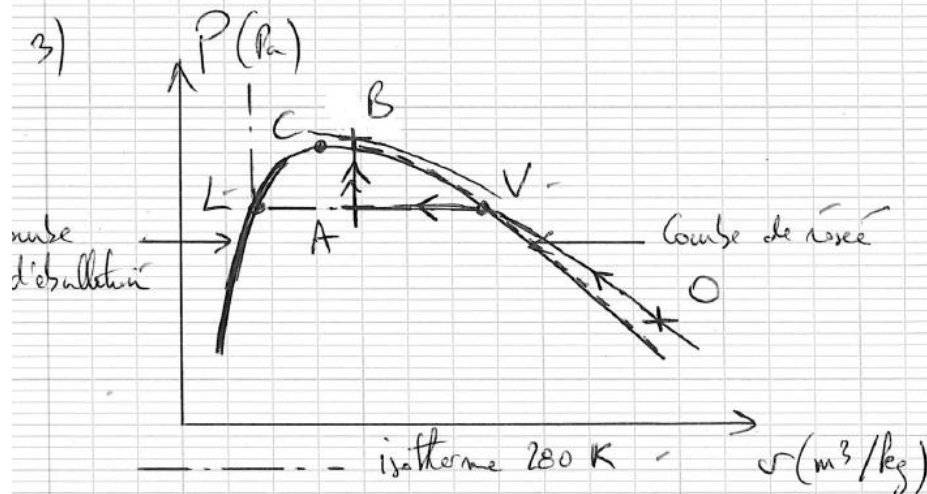
⇒ Instable -

On observe un passage à l'état gazeux = sublimation -

$$\Delta H_s = m \cdot \Delta h_s$$

$$= 0,200 \times 573 = 115 \text{ kJ} -$$

$\Delta H_s > 0$: le CO_2 reçoit de l'énergie de l'extérieur et se sublime -



4) La Température est constante -

- 5) Isotherme 265 K située entre 250 K et 280 K
 → on lit une pression de vapeur saturante
 d'environ $3.10^6 \text{ Pa} = 30 \text{ bar}$.
 Tableau → 28,1 bar.

- 6) a) Calcul du volume molaire

$$v_0 = \frac{V_0}{n_0} = \frac{V_0}{n_0 \times M} = \frac{10}{4.10^3 \times 44.10^{-3}}$$

$$v_0 = 57.10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$$
 → On place le point O.
 ($T_0 = 250 \text{ K}$, $v_0 = 57.10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$)
 État gazeux.
 Puis isotherme jusqu'au point A

$$v_A = \frac{V_A}{n_0 \times M} = \frac{0,53}{4.10^3 \times 44.10^{-3}}$$

$$= 3.0.10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$$
 → On place le point A.
 ($T_A = 280 \text{ K}$, $v_A = 3.0.10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$)
 Mélange liquide + gaz.
 Entre O et A on suit l'isotherme 280 K.
 Puis isochore jusqu'à l'isotherme 310 K (point B).

- b) En A, CO_2 = mélange liquide + gaz.
 En B, fluide supercritique.

- c) Titre massique en vapeur en A.

$$x_A = \frac{v_A - v_L}{v_G - v_L} = \frac{3.0.10^{-3} - 1.1.10^{-3}}{8.1.10^{-3} - 1.1.10^{-3}} = 27\%$$