

T3 - DEUXIÈME PRINCIPE DE LA THERMODYNAMIQUE / CYCLES

Travaux Dirigés

Exercice 1 (révisions premier principe)

Donner les expressions du travail et du transfert thermique (ou chaleur) d'une isotherme, d'une isochore, d'une isobare, d'une adiabatique pour un gaz parfait.

Exercice 1

Gaz Parfait $\begin{cases} pV = nRT \\ \Delta H = mc_p \Delta T \\ \Delta U = mc_v \Delta T \end{cases}$

* Isotherme

$$\rightarrow W = - \int_{V_0}^{V_1} p_{\text{ext}} dV = - \int_{V_0}^{V_1} p dV \quad \text{si mécaniquement réversible.}$$

avec $pV = nRT_0$

$$p = \frac{nRT_0}{V}$$

$$W = - \int_{V_0}^{V_1} \frac{nRT_0}{V} dV$$

$$= - nRT_0 \ln \left(\frac{V_1}{V_0} \right) = nRT_0 \ln \left(\frac{V_0}{V_1} \right)$$

$$\rightarrow \Delta U = mc_v \Delta T = Q = W + Q$$

$$\Rightarrow Q = -W$$

$$= - nRT_0 \ln \left(\frac{V_0}{V_1} \right) = nRT_0 \left(\frac{V_0}{V_1} \right)$$

* Isochoré

$$\rightarrow W = - \int_{V_0}^{V_1} p_{\text{ext}} dV = 0$$

$$\rightarrow dU = dQ$$

$$dQ = mc_v dT$$

$$Q = mc_v \Delta T = mc_v (T_1 - T_0)$$

* Isobare

$$\rightarrow W = - \int_{V_0}^{V_1} p dV = - p_0 \int_{V_0}^{V_1} dV = - p_0 (V_1 - V_0)$$

$$\rightarrow \Delta U = mc_v \Delta T \quad \text{(on) } Q = \Delta H$$

$$\Rightarrow Q = \Delta U - W = mc_p (T_1 - T_0)$$

$$Q = mc_v \Delta T + p_0 (V_1 - V_0)$$

$$Q = mc_v (T_1 - T_0) + p_0 (V_1 - V_0) \quad \text{Ex.1 - ①}$$

* Adiabatique

$$\rightarrow Q = 0$$

$$\rightarrow W = \Delta U = mc_v (T_1 - T_0)$$

Exercice 2 (révisions premier principe)

7. Extrait d'une table pour une vapeur d'eau saturante :

Vapeur saturante	d'eau		Enthalpie massique	
	liquide	vapeur	liquide	vapeur
$P = 10 \text{ bar}$	$v_l(\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1})$	$v_v(\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1})$	$h_l(\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1})$	$h_v(\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1})$
$\theta = 179,86^\circ\text{C}$	$1,127 \cdot 10^{-3}$	0,1947	761,2	2772

Un ballon de $10,0 \text{ m}^3$ contient 169 kg d'eau sous $10,0 \text{ bar}$. Quel est l'état de l'eau ? On précisera sa pression et sa température, son titre en vapeur ainsi que son enthalpie totale.

Exercice 2

Température = $179,86^\circ\text{C}$

On calcule le volume molaire de l'eau :

$$v = \frac{V}{m} = \frac{10}{169} = 59,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$$

sous 10 bar.

On observe que :

$$1,127 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} = v_l \leq v \leq v_v = 0,1947 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$$

Nous sommes donc en présence d'un mélange liquide + vapeur.

Donc :

$$x_v = \frac{v - v_l}{v_v - v_l} = \frac{59,2 \cdot 10^{-3} - 1,127 \cdot 10^{-3}}{0,1947 - 1,127 \cdot 10^{-3}}$$

$$\text{d'où } x_v = 0,30 = 30\%$$

$$x_l = 0,70 = 70\%$$

On en déduit :

$$\begin{aligned} h &= x_v h_v + x_l h_l \\ &= 0,30 \times 2772 + 0,70 \times 761,2 \\ h &= 1364 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \end{aligned}$$

* A pression fixée (ici 10 bars), et dans le cas d'un mélange liquide + vapeur, la température est fixée (donc ici $179,86^\circ\text{C}$) -
Notion de pression de vapeur saturante -

Exercice 3 : Détente adiabatique

III) Un ensemble fermé par des parois adiabatiques est séparé en deux compartiments par une cloison adiabatique. Le premier compartiment est constitué d'une mole de dioxygène à la température T_0 , de pression P_0 et de volume V_0 . On fait le vide dans le deuxième compartiment de volume $10V_0$, puis on enlève subitement la cloison de séparation.

1. Calculer la variation d'énergie interne.
2. En déduire la température finale et la pression finale.
3. Calculer l'entropie créée. Conclure.

Exercice 3

1) $S = O_2 + \text{vide}$

$$\Delta U = W + Q \rightarrow \begin{cases} W=0 \text{ car } dV=0 \\ Q=0 \text{ car adiabatique} \end{cases}$$

("subitement" \Rightarrow irréversible.)

$$\Delta U = 0$$

2) $\Delta U = m c_V \Delta T$ (Gaz parfait)

$$\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta T = 0$$

$$\Rightarrow T_f = T_0$$

\Leftrightarrow isotherme.

$$\Rightarrow P_0 V_0 = n R T_0 = m R T_1 = P_1 V_1$$

$$P_1 = P_0 \frac{V_0}{V_1} = P_0 \frac{V_0}{(V_0 + 10V_0)} = \frac{P_0}{11}$$

3) $\Delta S = S_{\text{acc}} + S_{\text{éch}}$

$S_{\text{éch}} = 0$ car $\text{compartiment adiabatique}$.

$$\Delta S = S_{\text{acc}} = m c_V \left(\frac{T_f}{T_i} \right) + m R \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right)$$

$$= m R \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right)$$

$$= 1 \times 8.3 \times \ln(11)$$

$$= 20 \text{ J.K}^{-1} \text{.mol}^{-1}$$

Exercice 5 : Etude d'un cycle

On réalise le cycle suivant sur n moles de gaz parfait à γ constant :

- compression isotherme de l'état (p_1, V_1, T_1) à l'état (p_2, V_2, T_2) ;
- chauffage isobare de l'état (p_2, V_2, T_2) à l'état (p_3, V_3, T_3) ;
- détente adiabatique réversible.

1. Tracer le diagramme de Clapeyron de ce cycle.

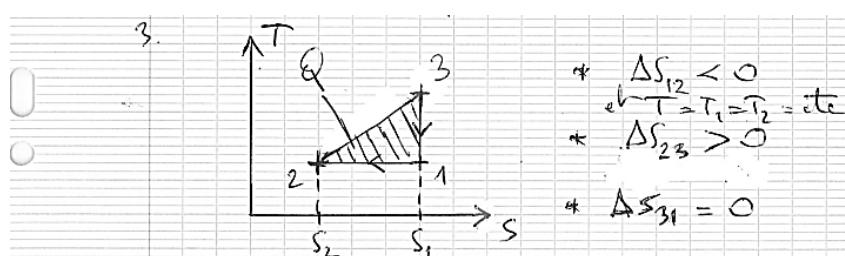
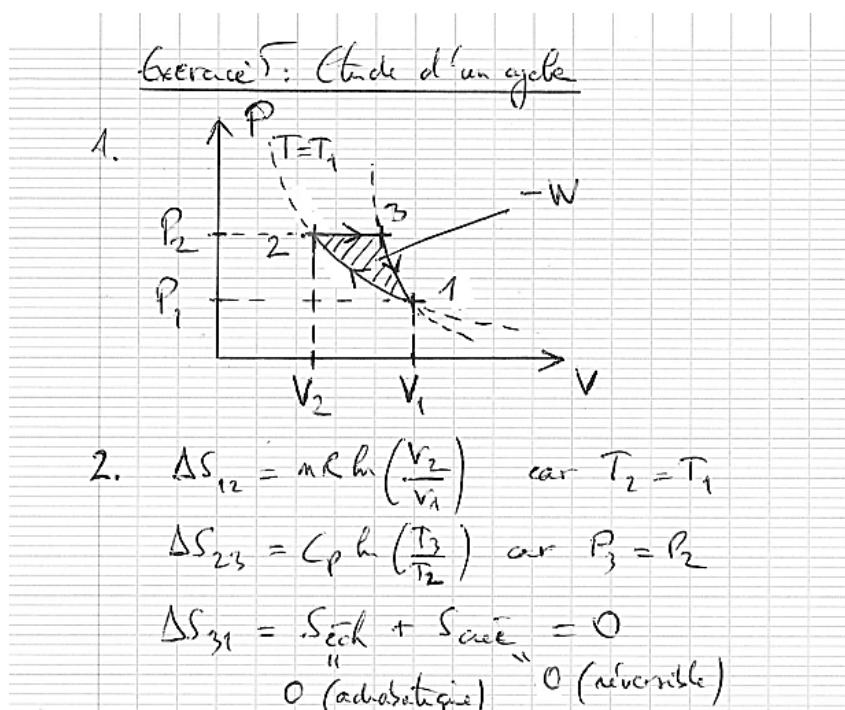
2. Exprimer les variations d'entropie au cours de chaque étape.

On donne l'expression de la variation d'entropie d'un gaz parfait :

$$\Delta S = C_V \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right) + nR \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right) = C_p \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right) - nR \ln \left(\frac{p_f}{p_i} \right)$$

3. Tracer le diagramme entropique $T = f(S)$.

4. Que représentent les aires de chacun de ces cycles? Comparer les deux aires.



4. En coordonnées (P, V) , l'aire du cycle représente $-W$.
 $\delta W = -P_dV$
 En coordonnées (T, S) , l'aire du cycle représente Q .
 D'après le premier principe : $\Delta U_{\text{cycle}} = W + Q = 0$
 $\delta Q = T_dS$ Donc : $Q = -W$ - les 2 aires sont égales.
 $\hookrightarrow W = - \int P_dV$ $\hookrightarrow Q = \int T_dS$ Ex 5

Exercice 6 : Evolution irréversible et retour à l'état initial

Une mole d'un gaz parfait de capacité thermique molaire à volume constant $C_{V_m} = \frac{5}{2}R$ est contenue dans un cylindre vertical calorifugé comportant un piston mobile calorifugé de section $S = 0,01\text{m}^2$ en contact avec une atmosphère extérieure à pression constante $p_0 = 1\text{bar}$. Initialement le piston est libre et le gaz est en équilibre dans l'état E_0 , sa température est $T_0 = 300\text{K}$ et son volume vaut V_0 . ($R = 8,31\text{J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ et $g = 9,81\text{m.s}^{-2}$)

1. On pose sur le piston une masse $M = 102\text{kg}$ et on laisse le système évoluer. Le système atteint un nouvel état d'équilibre E_1 où la pression est $p_1 = p_0 + \frac{Mg}{S} = 2\text{bar}$ et la température $T_1 = \frac{T_0}{7} \left(5 + 2 \frac{p_1}{p_0} \right) = 386\text{K}$.

Déterminer les volumes V_1 et V_0 du gaz. Calculer la variation d'entropie du gaz $\Delta S_{0 \rightarrow 1}$ et commenter.

$$\text{On donne pour un gaz parfait : } \Delta S = C_V \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right) + nR \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right) = C_p \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right) - nR \ln \left(\frac{p_f}{p_i} \right)$$

2. Pour ramener le système dans son état initial, on supprime la surcharge et on déplace lentement le piston pour faire subir au gaz une détente $1 \rightarrow 2$ réversible dans le cylindre calorifugé, jusqu'à $V_2 = V_0$ (état d'équilibre E_2). Ensuite on bloque le piston, on supprime l'isolation thermique et on met le système en contact avec un thermostat à T_0 : il évolue de manière isochore jusqu'à un état d'équilibre E_3 .

Déterminer la pression et la température dans les états E_2 et E_3 . Calculer les variations d'entropie $\Delta S_{1 \rightarrow 2}$, $\Delta S_{2 \rightarrow 3}$ et $\Delta S_{1 \rightarrow 3}$ du gaz et l'entropie créée au cours de l'évolution $1 \rightarrow 3$; commenter.

3. Proposer un moyen de réaliser approximativement une évolution réversible de l'état E_2 à l'état E_3 . Les variations d'entropie $\Delta S_{2 \rightarrow 3}$ et $\Delta S_{1 \rightarrow 3}$ sont-elles alors modifiées? Commenter.

1. $V_0 = \frac{nRT_0}{P_0} = 25 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 25 \text{ L}$
 gaz parfait: $PV = nRT$

Donc:

$$\frac{P_1 V_1}{P_0 V_0} = \frac{nRT_1}{nRT_0}$$

$$V_1 = V_0 \frac{T_1}{T_0} \frac{P_0}{P_1} = 16 \text{ L}$$

$$\Delta S = C_V \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + nR \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

$$\begin{aligned} \Delta S_{01} &= n C_V \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + nR \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) \\ &= 1 \times 8,31 \times \ln \left(\frac{386}{300} \right) + 1 \times 8,31 \times \ln \left(\frac{16}{25} \right) \\ &= 1,53 \text{ J.K}^{-1} \end{aligned}$$

Le système est calorifuge $\Rightarrow S_{\text{éch}} = 0$
 2nd principe: $\Delta S_{01} = S_{\text{acc}}$
 $\Rightarrow S_{\text{acc}} \geq 0$ Transformation irversible

$P_2, T_2 ? \rightarrow 2. * \text{ Dilatante } 1 \rightarrow 2 \text{ réversible et adiabatique:}$

$Q_{12} = 0$

$W_{12} = - \int_{V_1}^{V_2} P_{\text{ext}} \cdot dV = - \int_{V_1}^{V_2} P \cdot dV$

(Utile pour la suite) 1^{er} principe: $\Delta U_{12} = W_{12} + Q_{12} = nC_V m \Delta T$

$\Rightarrow - \int_{V_1}^{V_2} P \cdot dV = nC_V m (T_2 - T_1)$

2nd principe: $\Delta S_{12} = S_{\text{éch}} + S_{\text{acc}} = 0$

(adiabatique) (réversible)

0 Reversible et adiabatique.

$$PV^\gamma = \text{cte}$$
$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$$
$$\Rightarrow P_2 = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma$$

$$\gamma = 1,4 \text{ car}$$
$$c_v m = \frac{1}{2} R \Leftrightarrow \text{GP}$$

adiabatique

$$P_2 = 2 \times \left(\frac{16}{25}\right)^{1,4} \text{ car } V_2 = V_0$$

$$P_2 = \underline{1,07 \text{ bar}}$$

$$TV^{\gamma-1} = \text{cte}$$
$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

$$\Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = 386 \left(\frac{16}{25}\right)^{0,4}$$

$$T_2 = \underline{323 \text{ K}}$$

0 $P_3, T_3 ? \rightarrow$ Transformation isochore $2 \rightarrow 3$

④ supposons = isolat. thermique

\Rightarrow On atteint un équilibre thermique en 3

$$T_3 = T_0 = \underline{300 \text{ K}}$$

0 Donc $V_3 = V_0$, alors :

$$P_3 = P_0 = \underline{1 \text{ bar}}$$

$\Delta S_{12} \quad \Delta S_{23} \quad \Delta S_{13}$

\rightarrow * Détente 1 \rightarrow 2 $\Delta S_{12} = 0$ (non **)

Transformation 2 \rightarrow 3

$$\Delta S_{23} = m C_v m \ln\left(\frac{T_3}{T_2}\right) = \frac{1}{2} \times 8,31 \times \ln\left(\frac{300}{323}\right)$$

$$\underline{\Delta S_{23} = -1,53 \text{ J.K}^{-1}}$$
 (négatif car $Q_{23} < 0$)

0 (en) :

2^{me} principe :

$$\Delta S_{\text{cycle}} = 0$$

$$\Delta S_{01} + \Delta S_{12} + \Delta S_{23} = 0$$

$$\text{d'où : } \Delta S_{23}^0 = -\Delta S_{01} = -1,53 \text{ J.K}^{-1}$$

$$\boxed{S_{\text{acc}13} ?} \rightarrow * \Delta S_{13} = S_{\text{éch}13} + S_{\text{acc}13}$$

$$\Delta S_{13} = S_{\text{éch}13} + S_{\text{acc}13}$$

$$\Delta S_{13} = \int_2^3 \frac{dQ}{T_e} + S_{\text{acc}13}$$

Or : 1^{er} principe entre 2 et 3

$$\Delta U_{23} = W_{23} + Q_{23} = 0 + Q_{23}$$

$$\text{D'où : } \Rightarrow Q_{23} = \Delta U_{23} = n C_{Vm} (T_3 - T_2)$$

$$\Delta S_{13} = \frac{1}{T_e} Q_{23} + S_{\text{acc}13}$$

$$S_{\text{acc}13} = \Delta S_{13} - \frac{1}{T_e} n C_{Vm} (T_3 - T_2)$$

$$= -1,53 - \frac{1}{300} \times 1 \times \frac{5}{2} \times 8,31 \times (300 - 323)$$

$$S_{\text{acc}13} = 0,06 \text{ J.K}^{-1} \quad \underline{\text{évolution irreversible}}$$

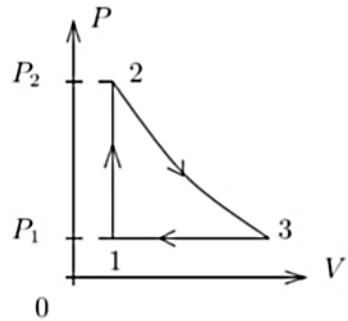
3. Pour avoir une évolution 2-3 réversible, il faut que
une évolution par murs en contacts successifs du
système avec une infinité de thermomètres de températures
affinément proches entre T_2 et T_3 .
 $\Rightarrow \Delta S_{23}$ et ΔS_{13} non modifiées
mais $S_{\text{acc}13} = 0$.

Exercice 7 : Cycle de Lenoir

Le premier moteur à combustion interne à deux temps a fonctionné suivant un cycle de Lenoir.

- 1^{er} temps : entrée du mélange air-combustible et allumage avec explosion en 1.
- 2^{ème} temps : entre 1 et 2, combustion fournissant de la chaleur, puis entre 2 et 3, détente adiabatique réversible et enfin échappement isobare entre 3 et 1.

Pour un tel cycle décrit par de l'air supposé parfait et diatomique, exprimer l'efficacité (le rendement) η du cycle moteur en fonction du rapport de compression $\beta = P_2/P_1$.



1 \rightarrow 2 Isochorie

$$W_{12} = - \int p \cdot dV = 0$$

Premier principe

$$\Delta U_{12} = W_{12} + Q_{12}$$

$$\Delta U_{12} = Q_{12} = mc_v(T_2 - T_1)$$

2 \rightarrow 3 Adiabatique

$$Q_{23} = 0$$

$$\Delta U_{23} = W_{23} = mc_v(T_3 - T_2)$$

3 \rightarrow 1 Isobase

$$\begin{aligned} dH &= dU + d(pV) \\ &= dU + pdV + Vdp \\ &= -pdV + dQ + pdV + Vdp \end{aligned} \quad \text{O" car isobare}$$

$$\begin{aligned} \Delta H_{31} &= Q_{31} + W_{31} \\ &= mc_p(T_1 - T_3) \end{aligned}$$

1 \rightarrow 1 Premier principe cycle fermé

$$\Delta U = 0$$

$$Q_{12} + W_{23} + Q_{31} + W_{31} = 0$$

$$\eta = \frac{-W_{23} - W_{31}}{Q_{12}}$$

$$= \frac{Q_{12} + Q_{31}}{Q_{12}} = 1 + \frac{Q_{31}}{Q_{12}} = 1 + \frac{mc_p(T_1 - T_3)}{mc_v(T_2 - T_1)}$$

$$\gamma = 1 + \gamma \frac{T_1 - T_3}{T_2 - T_1}$$

$$\gamma = 1 + \gamma \frac{T_1 \left(1 - \frac{T_3}{T_1}\right)}{T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)}$$

1 → 2 isochore

$$\Rightarrow \begin{cases} p_2 V_2 = n R T_2 \\ p_1 V_1 = n R T_1 \end{cases}$$

$$V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1} = \beta$$

$$\text{donc: } \gamma = 1 + \gamma \frac{T_1 \left(1 - \frac{T_3}{T_1}\right)}{T_1 (\beta - 1)}$$

3 → 1 isobare

$$\begin{cases} p_3 V_3 = n R T_3 \\ p_1 V_1 = n R T_1 \end{cases}$$

$$\beta_3 = \beta_1 \Rightarrow \frac{T_3}{T_1} = \frac{V_3}{V_1} = \frac{V_3}{V_2}$$

2 → 3 adiabatique reversible

$$\Rightarrow p_2 V_2^\gamma = p_3 V_3^\gamma$$

$$\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^\gamma = \frac{p_2}{p_3} = \frac{p_2}{p_1}$$

$$\frac{V_3}{V_2} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = \beta^{\frac{1}{\gamma}}$$

$$\text{donc: } \gamma = 1 + \gamma \frac{1 - \beta^{\frac{1}{\gamma}}}{\beta - 1}$$

Exercice 8 : Cycle

I) Thermodynamique : un gaz subit les transformations suivantes :

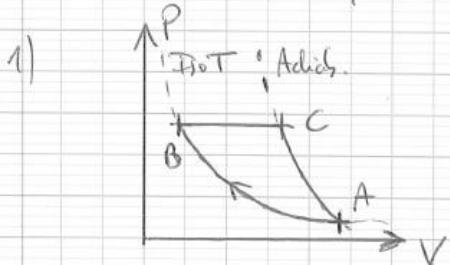
- A ($P_A = 1$ bar, $T_A = 298$ K) vers B par une isotherme.
- B vers C ($T_C = 400$ K) par un échauffement isobare

-C vers A par une adiabatique réversible.

1. Tracer le cycle dans le diagramme de Clapeyron.
2. Trouver pressions et volumes manquants
3. Déterminer Q et W pour chaque transformation.
4. Donner le rendement.

Exercice 8 : Cycle

On prend : $m = 1 \text{ mol}$ $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = 1,4$



2) $P_A V_A = n R T_A$

d'où :

$$V_A = \frac{n R T_A}{P_A} = \frac{1 \times 8,31 \times 293}{1,105} = 24,7 \text{ L} = 24,7 \text{ m}^3$$

2) * On exploite la transformation $A \rightarrow B$ (Iso T)

$$\frac{P_B V_B}{P_A V_A} = \frac{m R T_B}{m R T_A} = \frac{m R T_B}{m R T_A} = 1$$

$$\boxed{\frac{P_B V_B}{P_A V_A} = 1} \quad 2 \text{ inconnues } P_B \text{ et } V_B \text{ à déterminer.}$$

* On exploite la transformation $B \rightarrow C$ (Iso P)

$$\frac{P_C V_C}{P_B V_B} = \frac{m R T_C}{m R T_B} = \frac{P_B V_C}{P_B V_B}$$

$$\boxed{\frac{T_C}{T_B} = \frac{V_C}{V_B}} \quad 2 \text{ inconnues } V_B, V_C$$

* On exploite la transformation $C \rightarrow A$ (Adiabatique Réversible = Isentropique)

$$\frac{P_C V_C}{P_B V_B} = \frac{m R T_C}{m R T_B} \quad \frac{P_C V_C}{P_B V_B} = \frac{T_C}{T_B} \quad \text{Inexplorable.}$$

Isentropique : $P V^\gamma = \text{cte}_1$

on $T V^{\gamma-1} = \text{cte}_2$ (2)

on $P^{1-\gamma} T^\gamma = \text{cte}_3$

$$(2) \Rightarrow T V^{\gamma-1} = \text{cte}_2 \quad \text{d'où : } \boxed{T_A V_A^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1}} \quad 1 \text{ inconnue } V_C$$

On isole V_C :

$$V_c = V_A \left(\frac{T_A}{T_c} \right)^{\frac{1}{8-1}}$$

$$V_c = V_A \left(\frac{T_A}{T_c} \right)^{\frac{1}{8-1}}$$

$$\text{A.N.: } V_c = 24,7 \times \left(\frac{298}{400} \right)^{\frac{1}{8-1}} = 11,8 \text{ L}$$

$$\text{On en déduit } V_B : \frac{T_c}{T_B} = \frac{V_c}{V_B}$$

$$\text{d'où : } \frac{T_B}{T_c} = \frac{V_B}{V_c}$$

$$V_c \times \frac{T_B}{T_c} = V_B$$

$$\text{A.N.: } V_B = 11,8 \times \frac{298}{400} = 8,8 \text{ L}$$

$$\text{On en déduit } P_B : \frac{P_B V_B}{P_A V_A} = 1$$

$$P_B = P_A \frac{V_A}{V_B}$$

$$\text{A.N.: } P_B = 1 \times \frac{24,7}{8,8} = 2,8 \text{ bar}$$

$$P_c = P_B = 2,8 \text{ bar}$$

$3 \leftarrow A \rightarrow B$ (Isot.)

$$\Delta U_{AB} = C_V \cdot \Delta T_{AB} = C_V \cdot (T_B - T_A) = 0$$

1er principe :

$$\Delta U_{AB} = W_{AB} + Q_{AB} = 0$$

$$\text{d'où } Q_{AB} = -W_{AB}$$

$$W_{AB} = - \int_{V_A}^{V_B} P \cdot dV = - \int_{V_A}^{V_B} \frac{nRT_A}{V} \cdot dV$$

$$\underline{W_{AB}} = -nRT_A \int_{V_A}^{V_B} \frac{dV}{V} = -nRT_A \left[\ln V \right]_{V_A}^{V_B}$$

$$= -nRT_A \ln \frac{V_B}{V_A}$$

A.N: $\underline{W_{AB}} = -1 \times 8,31 \times 298 \times \ln \left(\frac{8,8}{24,7} \right)$

$$= +2,5 \text{ kJ} > 0 \text{ (Compression)}$$

Donc: $\underline{Q_{AB}} = -W_{AB} = -2,5 \text{ kJ}$

* B \rightarrow C Iso P

$$\textcircled{a} \quad \Delta U_{BC} = W_{BC} + Q_{BC}$$

$$\Delta H_{BC} = Q_{BC}$$

$$\underline{W_{BC}} = - \int_{V_B}^{V_C} P \cdot dV = - \int_{V_B}^{V_C} P_B \cdot dV = -P_B \left[V \right]_{V_B}^{V_C}$$

$$= -P_B (V_C - V_B)$$

A.N:

$$\underline{W_{BC}} = -2,8 \cdot 10^5 (11,8 - 8,8) \cdot 10^{-3}$$

$$= -840 \text{ J} < 0$$

On calculera Q_{BC} à la fin (dédoublon à partir de $\Delta U_{cycle} = 0$)

* C \rightarrow A Adiabatique Réversible = Isoenérgie.

$$\underline{Q_{CA}} = 0$$

$$\underline{W_{CA}} = \Delta U_{CA}$$

$$\underline{W_{CA}} = - \int_{V_C}^{V_A} P \cdot dV = - \int_{V_C}^{V_A} \frac{P_A V_A^\gamma}{V^\gamma} \cdot dV$$

$$PV^\gamma = \text{cte}$$

$$P_A V_A^\gamma = P V^\gamma$$

$$\begin{aligned}
 W_{CA} &= -P_A V_A^\gamma \int_{V_C}^{V_A} \frac{dV}{V^\gamma} = -P_A V_A^\gamma \int_{V_C}^{V_A} V^{-\gamma} dV \\
 &= -P_A V_A^\gamma \left[\frac{V^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right]_C^A \\
 &= -P_A V_A^\gamma \left(\frac{V_A^{1-\gamma} - V_C^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right)
 \end{aligned}$$

A.N.

$$\begin{aligned}
 W_{CA} &= -1.10^5 \times (24,7 \cdot 10^{-3})^{1,4} \left(\frac{(24,7 \cdot 10^{-3})^{1-1,4} - (11,8 \cdot 10^{-3})^{1-1,4}}{1-1,4} \right) \\
 &= \underline{-21 \text{ kJ}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta U_{\text{cycle}} &= 0 \\
 &= \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} \\
 &= 0 + W_{BC} + Q_{BC} + W_{CA} = 0
 \end{aligned}$$

d'où:

$$\begin{aligned}
 Q_{BC} &= -W_{BC} - W_{CA} = 840 + 2100 = \underline{2940 \text{ kJ}}
 \end{aligned}$$

$$4) \eta = -\frac{W_{\text{tot}}}{Q_{BC}} \quad (\text{donné})$$

$$\text{ou } Q_{BC} = Q_{\text{chand}}$$

$$\begin{aligned}
 \eta &= -\frac{W_{AB} + W_{BC} + W_{CA}}{Q_{BC}} \\
 &= -\frac{-2500 + 840 + 2100}{2940} = 0,15 = \underline{15\%}
 \end{aligned}$$

Exercice 9 : Cycle de Brayton

I) On considère le cycle théorique de Brayton, réversible :

- $1 \rightarrow 2$ est une compression isentropique où le gaz, parfait, passe de P_1 à P_2 ; on pose $\alpha = \frac{P_2}{P_1}$.

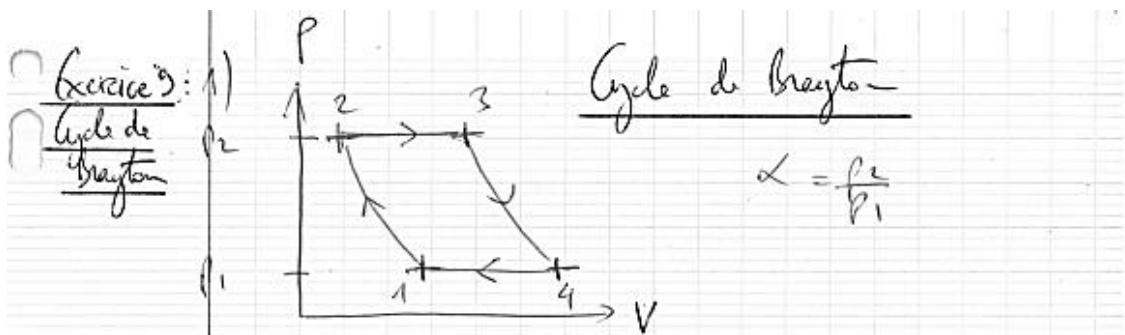
- $2 \rightarrow 3$ est une combustion isobare.

- $3 \rightarrow 4$ est une détente isentropique.

- $4 \rightarrow 1$ est un échappement isobare.

1. Tracer le diagramme PV .

2. Déterminer le rendement en fonction de α et γ .



1 → 2 Adiabatique réversible.
 $\Delta U_{12} = W_{12} + \cancel{Q_{12}} = W_{12} / \Delta U_{12} = mc_V(T_2 - T_1)$

2 → 3 Isobare
 $\Delta U_{23} = W_{23} + Q_{23} / Q_{23} = \Delta H_{23} = mc_p(T_3 - T_2)$

3 → 4 Adiabatique réversible.
 $\Delta U_{34} = W_{34} + \cancel{Q_{34}} = W_{34} / \Delta U_{34} = mc_V(T_4 - T_3)$

4 → 1 Isobare
 $\Delta U_{41} = W_{41} + Q_{41} / Q_{41} = \Delta H_{41} = mc_p(T_1 - T_4)$

$\Delta U = 0 = \Delta U_{12} + \Delta U_{23} + \Delta U_{34} + \Delta U_{41}$
 $= W_{12} + W_{23} + Q_{23} + W_{34} + W_{41} + Q_{41}$

$$\eta = -\frac{W_{\text{tot}}}{Q_{23}} = -\frac{\sum W}{Q_{23}} = \frac{Q_{23} + Q_{41}}{Q_{23}}$$

$$= 1 + \frac{Q_{41}}{Q_{23}}$$

$$= 1 + \frac{T_1 - T_4}{T_3 - T_2}$$

1 → 2 Adiabatique réversible
 \Rightarrow Cor. de Gay-Lussac $T^{\delta} P^{1-\delta} = \text{cte}$

$$\frac{T_1^{\delta} P_1^{1-\delta}}{T_2^{\delta} P_2^{1-\delta}} = \frac{T_1^{\delta}}{T_2^{\delta}} \frac{P_1^{1-\delta}}{P_2^{1-\delta}}$$

$$T_1 = T_2 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1-\delta}{\delta}} = T_2 \propto \frac{1-\delta}{\delta}$$

$$3 \rightarrow 4 \quad \text{Adiabatique reversible}$$

$$T_3^\delta p_3^{1-\delta} = T_4^\delta p_4^{1-\delta}$$

$$T_4^\delta = T_3^\delta \left(\frac{p_3}{p_4} \right)^{1-\delta}$$

$$T_4 = T_3 \left(\frac{p_3}{p_4} \right)^{\frac{1-\delta}{\delta}} = T_3 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1-\delta}{\delta}}$$

$$T_4 = T_3 \alpha^{\frac{1-\delta}{\delta}}$$

donc :

$$\gamma = 1 + \frac{T_2 \alpha^{\frac{1-\delta}{\delta}} - T_3 \alpha^{\frac{1-\delta}{\delta}}}{T_3 - T_2}$$

$$\gamma = 1 + \alpha^{\frac{1-\delta}{\delta}} \frac{T_2 - T_3}{T_3 - T_2}$$

$$\gamma = 1 - \alpha^{\frac{1-\delta}{\delta}}$$

Exercice 10 : Contact thermique entre 2 solides (E. Thibierge)

Deux solides de capacités thermiques respectives C_1 et C_2 et de températures initiales T_{i1} et T_{i2} sont mis en contact. Des parois rigides calorifugées isolent l'ensemble de l'extérieur.

1 - Déterminer la température finale T_f .

2 - Calculer la variation d'entropie du système global et calculer l'entropie créée au cours de la transformation

On donne : Entropie d'un système condensé de capacité thermique C :

$$S = S_{\text{ref}} + C \ln \frac{T}{T_{\text{ref}}}$$

$$1. \Delta U = W + Q = 0 + Q$$

$$\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = C_1(T_f - T_{i1}) + C_2(T_f - T_{i2})$$

D'où :

$$(C_1 + C_2)T_f = C_1 T_{i1} + C_2 T_{i2}$$

$$T_f = \frac{C_1 T_{i1} + C_2 T_{i2}}{C_1 + C_2}$$

$$2. S = S_{\text{ref}} + C \ln \frac{T}{T_{\text{ref}}}$$

$$S_f = S_i + C \ln \frac{T_f}{T_i}$$

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = C_1 \ln \frac{T_f}{T_{i1}} + C_2 \ln \frac{T_f}{T_{i2}}$$

Or :

Deuxième principe :

$$\Delta S = S_{\text{éch}} + S_{\text{creé}} \text{ avec } S_{\text{éch}} = 0$$

car Σ adiabatique

d'où :

$$S_{\text{creé}} = \Delta S = C_1 \ln \frac{T_f}{T_{i1}} + C_2 \ln \frac{T_f}{T_{i2}}$$

Exercice 11 : Effet Joule (E. Thibierge)

Considérons une masse $m = 100\text{ g}$ d'eau dans laquelle plonge un conducteur de résistance $R = 20\Omega$. L'ensemble forme un système noté \mathcal{S} , de température initiale $T_0 = 20^\circ\text{C}$. On impose au travers de la résistance un courant $I = 1\text{ A}$ pendant une durée $\tau = 10\text{ s}$. L'énergie électrique dissipée dans la résistance peut être traitée du point de vue de la thermodynamique comme un transfert thermique $Q_{\text{élec}}$ reçu par \mathcal{S} .

Données :

- ▷ Capacité thermique de la résistance : $C_R = 8\text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$;
- ▷ Capacité thermique massique de l'eau : $c_{\text{eau}} = 4,18\text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

1 - La température de l'ensemble est maintenue constante. Quelle est la variation d'entropie du système \mathcal{S} ? Quelle est l'entropie créée?

2 - Commenter le signe de l'entropie créée. Que peut-on en déduire à propos du signe d'une résistance?

3 - Le même courant passe dans le même conducteur pendant la même durée, mais cette fois \mathcal{S} est isolé thermiquement. Calculer sa variation d'entropie et l'entropie créée.

On donne :

Entropie d'un système condensé de capacité thermique C :

$$S = S_{\text{ref}} + C \ln \frac{T}{T_{\text{ref}}}$$

1. T constante Système = \mathcal{S}
 Phases condensées uniquement

$\Rightarrow \Delta S = 0$ car $\Delta T = 0$ $\textcircled{1}$ $\Delta S = S_{\text{fin}} - S_{\text{ini}}$

1er principe appliquée à \mathcal{S} :

$\textcircled{2}$ $\Delta U = \Delta U_R + \Delta U_{\text{eau}} = W + Q = Q_{\text{élect}} + Q$

$\textcircled{3}$ $\Delta U = 0$ car $\Delta T = 0$

$$Q_{\text{élec}} + Q = 0$$

$$RI^2 \Sigma + Q = 0$$

$$\Rightarrow Q = -RI^2 \Delta T$$

Or: $\Delta S = S_{\text{éch}} + S_{\text{acc}} = 0$

c'est à dire:

$$\frac{Q}{T_0} + S_{\text{acc}} = 0$$

d'où: $S_{\text{acc}} = -\frac{Q}{T_0} = \frac{RI^2 \Sigma}{T_0}$

AN: $S_{\text{acc}} = \frac{20 \times 1^2}{293} \times 10 = \underline{0,68 \text{ J.K}^{-1}}$

2- $S_{\text{acc}} \geq 0 \quad R \geq 0$!

3- $S_{\text{acc}} \Rightarrow T \nearrow$

1^{er} principe: $\Delta U = W + Q = Q_{\text{élec}} = (C_R + mC_{\text{éau}})\Delta T$

2nd principe: $\Delta S = S_{\text{éch}} + S_{\text{acc}} = (C_R + mC_{\text{éau}})(T_f - T_i)$

$$\Delta S = S_{\text{acc}}$$

$$\Delta S = S_{\text{acc}} \quad (2)$$

(1) $\Rightarrow RI^2 \Sigma = (C_R + mC_{\text{éau}})(T_f - T_i)$

$$\Rightarrow T_f - T_i = \frac{RI^2 \Sigma}{C_R + mC_{\text{éau}}}$$

$$T_f = \frac{RI^2 \Sigma}{C_R + mC_{\text{éau}}} + T_i = 293,47 \text{ K}$$

(2) $S_{\text{acc}} = \Delta S = (C_R + mC_{\text{éau}}) \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right)$

$$\underline{S_{\text{acc}} = 0,68 \text{ J.K}^{-1}}$$