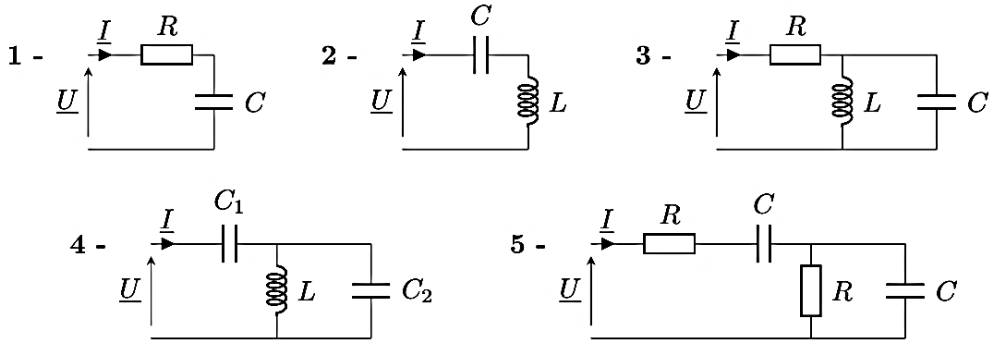
**ELECTRICITE EN REGIME SINUSOÏDAL FORCE / RESONANCE**

**Travaux dirigés**

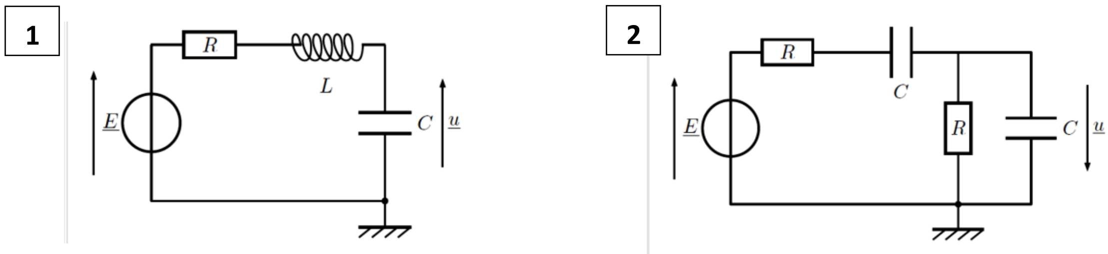
**Exercice 1 : Détermination d’impédances**

Pour chaque dipôle ci-dessous, déterminer son impédance complexe équivalente. Ecrire le résultat sous forme d’une fraction unique, faisant apparaître des grandeurs sans dimension du type $RC\omega$, $L\omega/R$ ou $LC\omega^2$.




**Exercice 2 : Détermination de tensions**

Dans les circuits suivants, le générateur fournit une tension sinusoïdale $e(t) = E.\cos(\omega t)$. Exprimer la tension $u(t)$ aux bornes du condensateur.

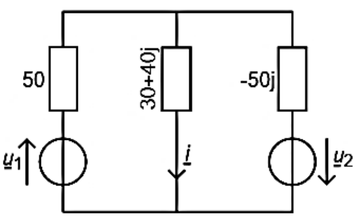



**Exercice 3 : Réseau à deux mailles**

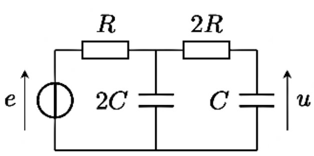
Dans le circuit ci-contre, les deux sources délivrent des tensions sinusoïdales $u_1(t)$ et $u_2(t)$, de même fréquence. Les impédances complexes y sont indiquées en ohms.

$\underline{u}_1(j\omega t) = 50e^{j\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)}$ et $\underline{u}_2(j\omega t) = 50e^{j\omega t}$

Calculer l’intensité complexe $\underline{i}$.




**Exercice 4 : Obtention d’une équation différentielle**



En utilisant les complexes, montrer que la tension $u$ est solution de l’équation différentielle

$$4\tau^2\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}t^2} + 5\tau\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + u = e\,,$$

en posant $\tau = RC$.

**Exercice 5 : Etude fréquentielle de l'amplitude d'un oscillateur forcé**

Considérons un système subissant des oscillations forcées vérifiant l'équation différentielle suivante :

$$\ddot{x} + \frac{\omega_0}{Q}\,\dot{x} + \omega_0^2\,x = \omega_0^2\,X_0\cos(\omega t)$$

1) En exploitant cette équation différentielle, établir l'expression de l'amplitude complexe $\underline{X}_M$ de l'élongation du ressort en fonction de la pulsation puis de la pulsation réduite $u = \frac{\omega}{\omega_0}$.
2) En déduire l'expression de l'amplitude réelle de l'élongation.
3) Effectuer l'étude asymptotique de cette amplitude à basse et haute fréquence.
4) Exprimer l'amplitude pour $\omega = \omega_0$
5) Etudier la résonance en élongation du système : condition d'existence et pulsation de résonance.

**Exercice 6 : Résonance en vitesse**

On considère la suite de l'étude de l'exercice 2, avec un système subissant des oscillations forcées vérifiant l'équation différentielle suivante :

$$\ddot{x} + \frac{\omega_0}{Q}\,\dot{x} + \omega_0^2\,x = \omega_0^2\,X_0\cos(\omega t)$$

Et une amplitude complexe telle que $\underline{X}_M = \frac{\omega_0^2\,X_0}{\left(-u^2\omega_0^2 + i\omega_0^2\frac{u}{Q} + \omega_0^2\right)}$ ou $\underline{X}_M(u) = \frac{X_0}{1-u^2+i\frac{u}{Q}}$ avec $u = \frac{\omega}{\omega_0}$.

1) Etablir l'expression de l'amplitude complexe de la vitesse, puis de l'amplitude réelle de la vitesse.
2) Etudier la résonance en vitesse : condition, pulsation de résonance, amplitude à la résonance.

**Exercice 7 : Oscillations forcées d'un système masse-ressort horizontal amorti**

On considère une bille $M$, quasi ponctuelle, de masse $m$ accrochée à un ressort horizontal de longueur à vide $l_0$ et de constante de raideur $k$, se déplaçant sans frottements solides sur un axe horizontal $(Ox)$. L'autre extrémité du ressort est fixe ; elle est accrochée en un point O constituant l'origine de l'axe horizontal $(Ox)$.

Le point M est de plus soumis à une force excitatrice $\overrightarrow{F_e} = F_m\cos(\omega t)\,\overrightarrow{e_x}$ ainsi qu'à des frottements fluides $\vec{f} = -h\vec{v}$.

1) Établir l'équation différentielle vérifiée par la position $x$ du point M.
2) Déterminer l'expression de l'amplitude complexe de l'élongation.
3) En déduire l'expression de l'amplitude réelle de l'élongation.

## Exercice 8 : Etude d'un oscillogramme

On réalise le montage représenté sur la **figure 1**, qui comporte un résistor de résistance 10 Ω, une bobine d'inductance $L$ et de résistance négligeable, et un condensateur de capacité $C$. L'ensemble est alimenté par un générateur fournissant une tension alternative sinusoïdale de fréquence $f$.

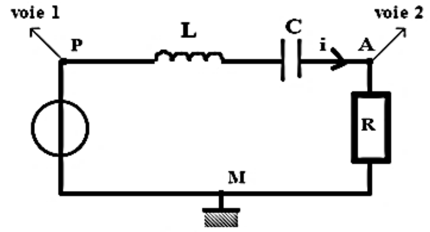



**Figure 1**

L'oscillogramme obtenu est reproduit **figure 2**.

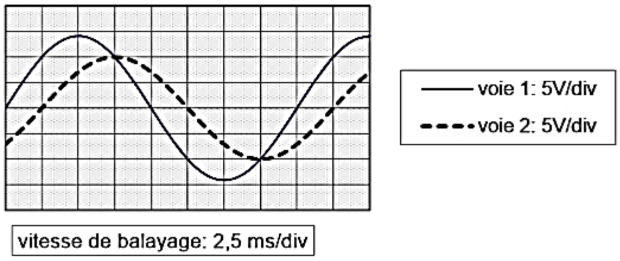
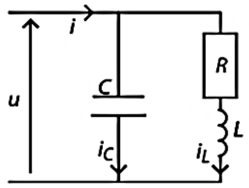



**Figure 2**

1) Déduire de l'oscillogramme les valeurs de la fréquence $f$, de l'impédance $Z$ du dipôle (P,M) et du déphasage $\psi$ de l'intensité $i$ par rapport à la tension appliquée aux bornes de tout le circuit.
2) Donner l'expression numérique de l'intensité instantanée $i(t)$ et de la tension instantanée $u_{PM}(t)$ en fonction du temps.
3) Déterminer en fonction de $R, L, C, \omega$, les expressions littérales de l'impédance complexe $\underline{Z}$ et de $\psi$.
   $C = 20$ µF. En déduire la valeur de $L$.
4) Calculer les impédances de $R$, de $L$, de $C$. Comparer la somme de ces trois impédances à l'impédance $Z$ calculée au 1).

## Exercice 9

Le circuit ci-contre est alimenté par une source de tension sinusoïdale $u(t) = U_{\max} \cos \omega t$ et de fréquence $f = 50$Hz.




1) Quelle est la représentation complexe de $u(t)$ ? Donner en fonction de $R, L, C, \omega, \underline{u}$ : les expressions des grandeurs instantanées complexes $\underline{i}_C$, $\underline{i}_L$. En déduire les amplitudes $I_{Cmax}$, $I_{Lmax}$ ainsi que les déphasages respectifs $\psi_C$, $\psi_L$ de ces courants par rapport à $u$.
   Application numérique.
2) De même, donner l'expression littérale de $\underline{i}$ ; puis de l'amplitude $I_{max}$ et du déphasage $\psi$ de ce courant par rapport à $u$.

*On donne:* $U_{max} = 12$ V ; $C = 1$ µF ; $L = 100$ mH ; $R = 200$ Ω.

**Exercice 10 : Résonance d'un circuit RLC parallèle**

L'antenne d'un émetteur est modélisée par un circuit électrique composé de l'association en parallèle d'un résistor de résistance $R$, d'une bobine d'inductance $L$ et d'un condensateur de capacité $C$ (Fig. 33). Le composant électronique qui alimente l'antenne se comporte comme une source de courant idéale, dont l'intensité caractéristique varie de manière sinusoïdale dans le temps :

$$i(t) = I\cos(\omega t),$$

dont la pulsation est réglable (on parle de pulsation ou fréquence porteuse).

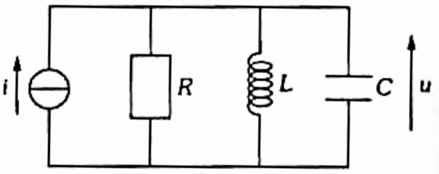


Figure 33

On s'intéresse à la manière dont l'amplitude de la tension $u$ aux bornes de l'antenne dépend de $\omega$.

**a)** Peut-on parler de circuit linéaire ?

**b)** Déterminer l'impédance complexe de l'association équivalente à l'antenne.

**c)** En déduire l'amplitude complexe de la tension $u$ en fonction de $\omega$, $I$ et des valeurs des composants.

**d)** Pour quelle pulsation, l'amplitude $V$ de la tension $u$ prend-elle la valeur maximale notée $V_{max}$ ? Commenter.

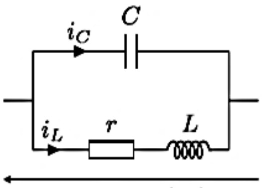
**e)** Représenter le graphe donnant $\frac{V}{V_{max}}$ en fonction d'une pulsation réduite $u$ que l'on définira.

On se place dans le cas $R = 37\,\Omega$, $L = 1{,}2.10^{-8}$ H et $C = 2{,}3.10^{-10}$ F.

**f)** Caractériser quantitativement l'acuité de la résonance. Interpréter sa dépendance en $R$.

**g)** Quel est le déphasage entre la tension $u(t)$ et l'intensité $i(t)$ ? Comment varie-t-il avec la pulsation réduite ?

**Exercice 11 : Circuit bouchon**




Considérons un dipôle constitué d'une bobine (inductance $L$ et résistance interne $r$) montée en dérivation avec un condensateur (capacité $C$). Il est alimenté par la tension sinusoïdale $e(t)$ de pulsation $\omega$ variable.

**1 -** Question préliminaire : exprimer l'impédance complexe $\underline{Z_s}$ d'un dipôle où $r, L$ et $C$ seraient montés *en série*, d'abord en fonction des composants puis de la résistance $r$, de la pulsation propre $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ et du facteur de qualité $Q = L\omega_0/r$.

**2 -** Exprimer l'impédance complexe $\underline{Z}$ du dipôle parallèle sous la forme

$$\underline{Z} = \frac{r}{\mathrm{j}C\omega\,\underline{Z_s}}\left(1 + \frac{\mathrm{j}Q\omega}{\omega_0}\right).$$

**3 -** Montrer que lorsque le facteur de qualité est très élevé ($Q \gg 1$) et la pulsation $\omega$ pas trop faible ($\omega \gg \omega_0/Q$) l'impédance $\underline{Z}$ peut se mettre sous forme approchée

$$\underline{Z} \simeq \frac{Q^2 r^2}{\underline{Z_s}}.$$

On se place dans ces hypothèses pour toute la suite de l'exercice.

**4 -** Montrer que $|\underline{Z}|$ est maximal lorsque $\omega = \omega_0$. Quel est alors le comportement du circuit ? Justifier sa dénomination de « circuit bouchon ».

**5 -** On se place à $\omega = \omega_0$. Déterminer en fonction de $E_0, Q$ et $r$ les intensités réelles $i_C(t)$ et $i_L(t)$ qui traversent respectivement le condensateur et la bobine. Commenter les résultats obtenus.