

CPGE ATS

Programme de colles – Semaine 14 (12 au 17 janvier 2026)

Chapitres étudiés et questions de cours :

T4 Machines thermiques : moteurs sans changement d'état, moteurs avec changement d'état (machines à vapeur), récepteurs (frigo, pompe à chaleur) avec changement d'état, diagrammes enthalpique P,h et entropique T,s .

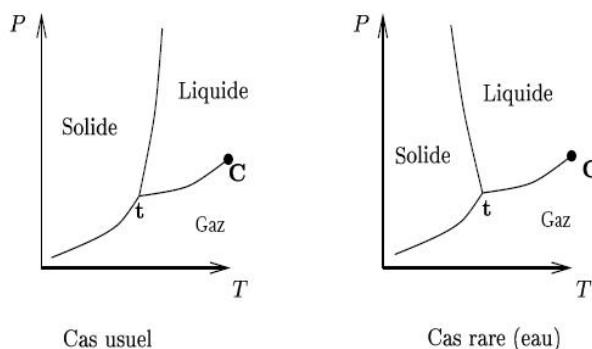
E4 Circuits linéaires en régime sinusoïdal établi (début) : impédances complexes équivalentes à calculer, application loi des mailles, loi des nœuds, diviseurs etc ..., résolution équation différentielles, résonance en intensité ; avec grandeurs complexes.

Réponses attendues en bleu ou manuscrit.

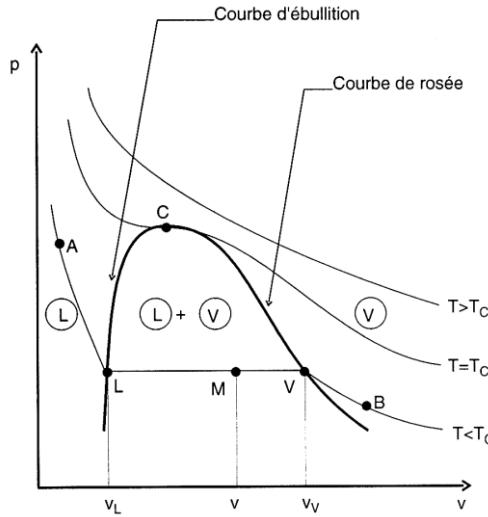
1^{ère} question de cours : questions 1 à 6.

2^{ème} question de cours : questions 7 à 12.

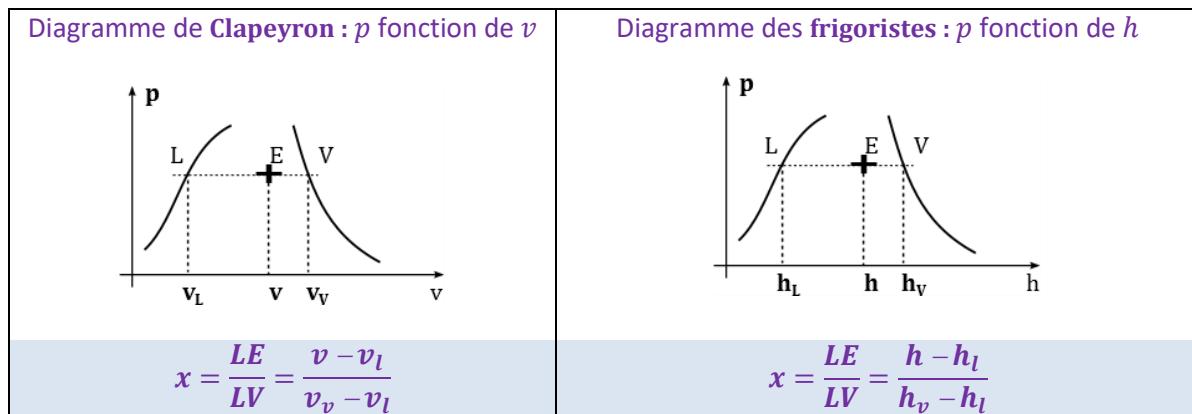
- 1) Diagramme de phase (P, T) d'une espèce diphasée : tracer l'allure du diagramme, placer les phases Solide S , Liquide L , Gazeuse G , le point triple t , le point critique C .



- 2) Diagramme de Clapeyron (P, v) d'une espèce diphasée (**fourni**) : savoir placer les phases Liquide L , Gazeuse G , la zone d'équilibre liquide vapeur LG , savoir tracer une isotherme, identifier la courbe d'ébullition, la courbe de rosée.



- 3) Donner la règle des moments permettant de définir le titre en vapeur x à partir du diagramme de Clapeyron ou du diagramme des frigoristes (Réaliser le schéma associé).



- 4) Premier principe en système ouvert dans le cas d'un écoulement permanent de débit massique D_m à travers un organe ou une machine : Equation massique (écriture en J/kg), équation en termes de puissance (écriture en W). Définir les différents termes introduits.

Premier principe appliqué à un écoulement permanent, équation massique :

$$(h_s - h_e) + (\frac{1}{2} c_s^2 - \frac{1}{2} c_e^2) + (g z_s - g z_e) = w_i + q \quad (\text{unité : J/kg})$$

Entrée

c_e Vitesse du fluide en entrée
(m/s)

z_e Altitude en entrée (m)

h_e Enthalpie massique en entrée
(J/kg)

Sortie

c_s Vitesse du fluide en sortie
(m/s)

z_s Altitude en sortie (m)

h_s Enthalpie massique en sortie
(J/kg)

w_i = travail indiqué massique (ou travail massique net ou travail massique différent du travail des forces de pression)

q = transfert thermique massique.

Premier principe appliqué à un écoulement permanent, équation en termes de puissance :

$$D_m [(h_s - h_e) + (\frac{1}{2} c_s^2 - \frac{1}{2} c_e^2) + (gz_s - gz_e)] = P_i + P_{th} \quad (\text{unité : W})$$

Où $D_m = \frac{dm}{dt}$ débit massique (en kg.s^{-1}),

Puissance indiquée (utile) reçue P_i : $P_i = \frac{\delta W_i}{dt}$

Puissance thermique reçue P_{th} : $P_{th} = \dot{Q} = \frac{\delta Q}{dt}$

- 5) Donner la grandeur complexe, l'amplitude complexe, l'amplitude, la phase et la phase à l'origine associées à la grandeur réelle harmonique $u(t) = U_m \cos(\omega t + \phi)$.

Donner la grandeur réelle harmonique associée à l'amplitude complexe de module I_m et d'argument ϕ , la pulsation étant ω .

Réponse attendue : Grandeur complexe $\underline{u}(t) = U_m e^{j(\omega t + \phi)}$; Amplitude complexe $\underline{U} = U_m e^{j\phi}$; Amplitude U_m ; Phase $\omega t + \phi$; Phase à l'origine ϕ

Réponse attendue : $i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi)$

- 6) Donner les expressions de l'impédance complexe \underline{Z} et de l'admittance complexe \underline{Y} d'une résistance, d'une bobine parfaite, d'un condensateur. Donner la signification (ou interprétation physique) du module de \underline{Z} et de l'argument de \underline{Z} .

Impédance complexe : $\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{u(t)}{i(t)}$

Module de \underline{Z} : $|\underline{Z}| = \left| \frac{\underline{U}}{\underline{I}} \right| = \frac{|\underline{U}|}{|\underline{I}|} = \frac{U_{max}}{I_{max}}$

Argument de \underline{Z} : $\text{Arg}(\underline{Z}) = \text{Arg}\left(\frac{\underline{U}}{\underline{I}}\right) = \text{Arg}(\underline{U}) - \text{Arg}(\underline{I}) = \varphi_u - \varphi_i$ Déphasage de $u(t)$ par rapport à $i(t)$.

Admittance complexe : $\underline{Y} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} = \frac{i(t)}{u(t)}$

Résistance : $\underline{Z}_R = R$; $\underline{Y}_R = \frac{1}{R}$

Bobine parfaite : $\underline{Z}_L = jL\omega$; $\underline{Y}_L = \frac{1}{jL\omega}$

Condensateur : $\underline{Z}_C = \frac{1}{jC\omega}$; $\underline{Y}_C = jC\omega$

- 7) Expression générale du rendement d'un moteur thermique ; Cycle de Carnot : retrouver l'expression du rendement en fonction des températures des sources chaude et froide.

$$\eta = -\frac{W_{TOT}}{Q_C} \quad (1)$$

Premier principe appliqué au cycle :

$$\Delta U_{cycle} = W_{TOT} + Q_C + Q_f = 0 \text{ d'où : } W_{TOT} = -Q_C - Q_f \quad (2)$$

Deuxième principe appliqué au cycle :

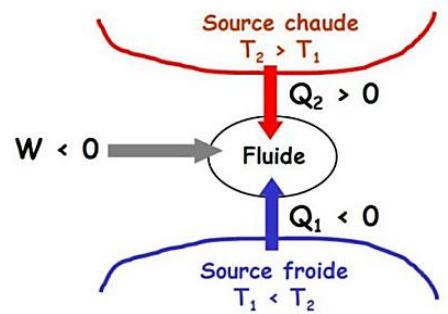
$$\Delta S_{cycle} = S_{éch} + S_{créée} = 0$$

Cycle réversible, d'où :

$$\Delta S_{cycle} = S_{éch} + S_{créée} = \frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_f}{T_f} + 0 \text{ d'où : } Q_f = -Q_C \frac{T_f}{T_C} \quad (3)$$

De (1), (2) et (3) on déduit le rendement de Carnot :

$$\eta = 1 - \frac{T_f}{T_C}$$



- 8) Expression générale de l'efficacité d'un réfrigérateur ou d'une pompe à chaleur ; Cycle de Carnot : retrouver l'expression de l'efficacité en fonction des températures des sources chaude et froide.

$$e_{frigo} = \frac{Q_f}{W} \text{ et } e_{PAC} = -\frac{Q_C}{W} \quad (1)$$

Premier principe appliqué au cycle :

$$\Delta U_{cycle} = W + Q_C + Q_f = 0 \text{ d'où : } W = -Q_C - Q_f \quad (2)$$

Deuxième principe appliqué au cycle :

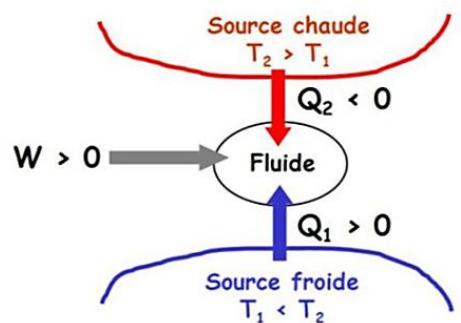
$$\Delta S_{cycle} = S_{éch} + S_{créée} = 0$$

Cycle réversible, d'où :

$$\Delta S_{cycle} = S_{éch} + S_{créée} = \frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_f}{T_f} + 0 \quad (3)$$

De (1), (2) et (3) on déduit l'efficacité de Carnot :

$$e_{frigo} = \frac{T_f}{T_C - T_f} \text{ et } e_{PAC} = \frac{T_C}{T_C - T_f}$$



- 9) (Exercice 3 TD T4) Etudions la détente dite de Joule-Kelvin du fluide réfrigérant R112 dans une machine frigorifique : cette détente a lieu dans un système calorifugé (on considérera donc que le système subit une transformation adiabatique), dans des conditions telles que la détente est isenthalpique.

Nous allons étudier la détente A \rightarrow B, avec A liquide saturant à $T_A = 303$ K, B mélange diphasique à $T_B = 263$ K, (titre en vapeur x_V).

Déterminer les caractéristiques de l'état final (titre en vapeur x_V).

Cette étude sera faite à l'aide des 3 méthodes ci-dessous.

- 1) Utilisation du diagramme des frigoristes (donné ci-dessous).
- 2) Utilisation des tables thermodynamiques (donées ci-dessous).
- 3) Utilisation des données thermodynamiques restreintes :

$$T_A = 303 \text{ K}, \quad P_A = P^*(T_A) = 7,4 \text{ bars}, \quad x_{VA} = 0; \quad T_B = 263 \text{ K}, \quad P_B = P^*(T_B) = 2,2 \text{ bars}; \\ C_{liq,fréon} = \text{cte} = 960 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}; \quad \Delta_{vap}h(T_B) = 158 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

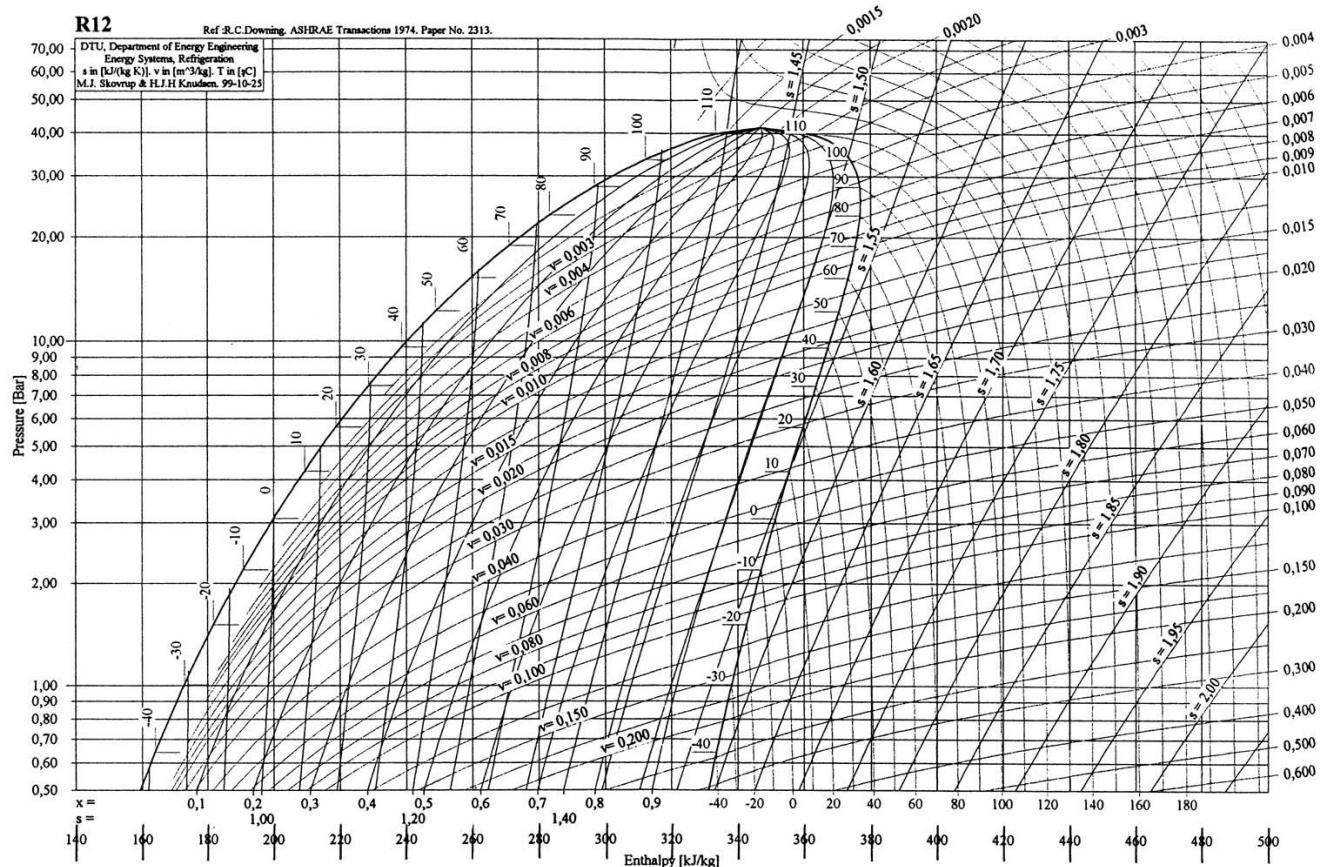


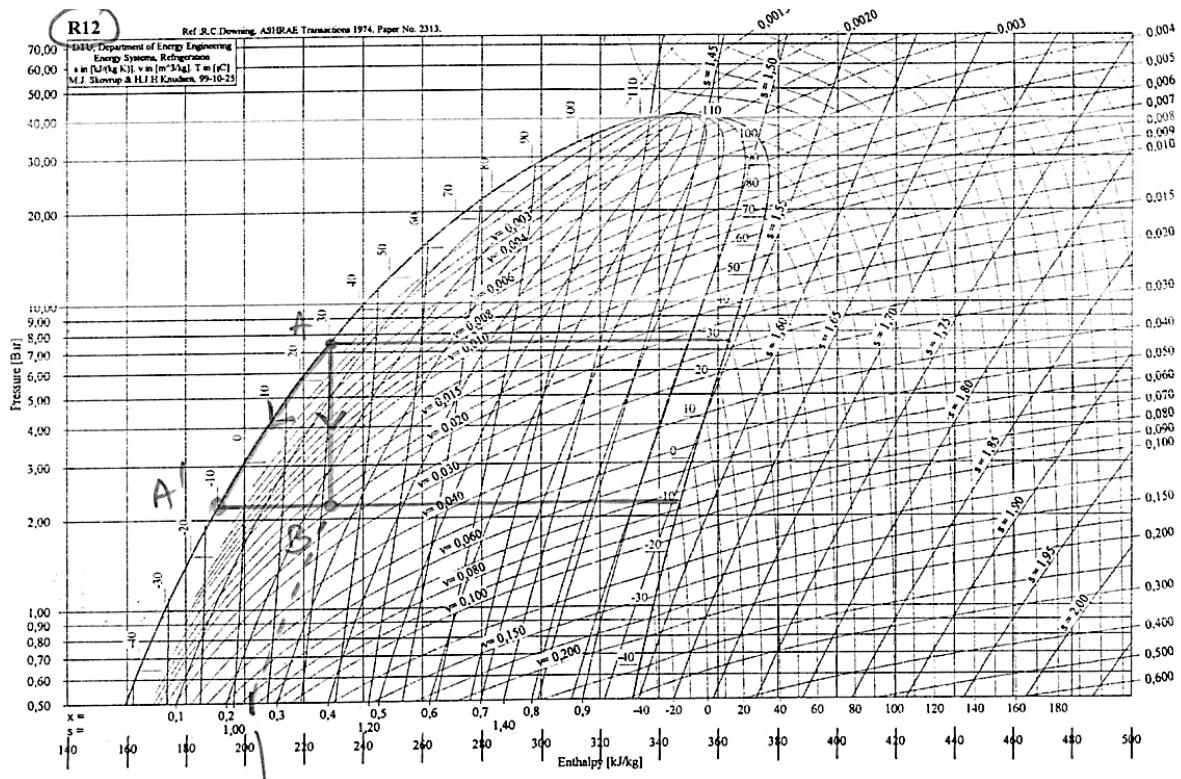
Table 1 (continued)

Temp °C	Pressure [kPa]	Volume [m ³ /kg]		Density [kg/m ³]		Enthalpy [kJ/kg]			Entropy [kJ/K·kg]		Temp °C
		Liquid v _f	Vapour v _g	Liquid d _f	Vapour d _g	Liquid H _f	Latent H _{fg}	Vapour H _g	Liquid S _f	Vapour S _g	
-20	150.7	0.0007	0.1098	1458.0	9.109	181.6	162.1	343.7	0.9305	1.5710	-20
-19	156.7	0.0007	0.1059	1455.0	9.446	182.5	161.6	344.1	0.9341	1.5700	-19
-18	162.8	0.0007	0.1021	1452.0	9.792	183.4	161.2	344.6	0.9376	1.5690	-18
-17	169.1	0.0007	0.0986	1449.0	10.150	184.3	160.8	345.1	0.9412	1.5690	-17
-16	175.6	0.0007	0.0951	1446.0	10.510	185.2	160.3	345.5	0.9447	1.5680	-16
-15	182.3	0.0007	0.0918	1443.0	10.890	186.1	159.9	346.0	0.9482	1.5670	-15
-14	189.2	0.0007	0.0887	1440.0	11.270	187.1	159.3	346.4	0.9517	1.5670	-14
-13	196.3	0.0007	0.0857	1437.0	11.670	188.0	158.9	346.9	0.9552	1.5660	-13
-12	203.6	0.0007	0.0828	1434.0	12.080	188.9	158.5	347.4	0.9587	1.5660	-12
-11	211.1	0.0007	0.0800	1431.0	12.500	189.8	158.0	347.8	0.9622	1.5650	-11
-10	218.8	0.0007	0.0774	1428.0	12.920	190.7	157.6	348.3	0.9656	1.5640	-10
-9	226.7	0.0007	0.0748	1425.0	13.370	191.6	157.1	348.7	0.9691	1.5640	-9
-8	234.8	0.0007	0.0724	1421.0	13.820	192.6	156.6	349.2	0.9726	1.5630	-8
-7	243.2	0.0007	0.0700	1418.0	14.280	193.5	156.2	349.7	0.9760	1.5630	-7
-6	251.8	0.0007	0.0678	1415.0	14.760	194.4	155.7	350.1	0.9795	1.5620	-6
-5	260.6	0.0007	0.0656	1412.0	15.240	195.3	155.3	350.6	0.9829	1.5620	-5
-4	269.6	0.0007	0.0635	1409.0	15.740	196.3	154.7	351.0	0.9863	1.5610	-4
-3	278.9	0.0007	0.0615	1406.0	16.260	197.2	154.3	351.5	0.9898	1.5610	-3
-2	288.4	0.0007	0.0596	1402.0	16.780	198.1	153.8	351.9	0.9932	1.5600	-2
-1	298.1	0.0007	0.0577	1399.0	17.320	199.1	153.3	352.4	0.9966	1.5600	-1
0	308.1	0.0007	0.0560	1396.0	17.870	200.0	152.8	352.8	1.0000	1.5590	0
1	318.4	0.0007	0.0542	1393.0	18.440	200.9	152.4	353.3	1.0030	1.5590	1
2	328.9	0.0007	0.0526	1390.0	19.020	201.9	151.8	353.7	1.0070	1.5590	2
3	339.7	0.0007	0.0510	1386.0	19.610	202.8	151.3	354.1	1.0100	1.5580	3
4	350.7	0.0007	0.0495	1383.0	20.220	203.8	150.8	354.6	1.0140	1.5580	4
5	362.0	0.0007	0.0480	1380.0	20.840	204.7	150.3	355.0	1.0170	1.5570	5
6	373.6	0.0007	0.0466	1377.0	21.480	205.7	149.7	355.4	1.0200	1.5570	6
7	385.4	0.0007	0.0452	1373.0	22.130	206.6	149.3	355.9	1.0240	1.5570	7

Table 1 (continued)
DuPont™ Freon® 12 Saturation Properties — Temperature Table

Temp °C	Pressure [kPa]	Volume [m ³ /kg]		Density [kg/m ³]		Enthalpy [kJ/kg]		Entropy [kJ/K-kg]		Temp °C
		Liquid v _f	Vapour v _g	Liquid d _f	Vapour d _g	Liquid H _f	Latent H _{fg}	Vapour H _g	Liquid S _f	
8	397.6	0.0007	0.0439	1370.0	22.800	207.6	148.7	356.3	1.0270	1.5560
9	410.0	0.0007	0.0426	1367.0	23.480	208.5	148.2	356.7	1.0300	1.5560
10	422.7	0.0007	0.0414	1363.0	24.180	209.5	147.7	357.2	1.0340	1.5550
11	435.7	0.0007	0.0402	1360.0	24.900	210.4	147.2	357.6	1.0370	1.5550
12	448.9	0.0007	0.0390	1356.0	25.630	211.4	146.6	358.0	1.0400	1.5550
13	462.5	0.0007	0.0379	1353.0	26.380	212.3	146.2	358.5	1.0440	1.5540
14	476.4	0.0007	0.0368	1350.0	27.150	213.3	145.6	358.9	1.0470	1.5540
15	490.6	0.0007	0.0358	1346.0	27.930	214.3	145.0	359.3	1.0500	1.5540
16	505.1	0.0007	0.0348	1343.0	28.740	215.2	144.5	359.7	1.0540	1.5530
17	520.0	0.0008	0.0338	1339.0	29.560	216.2	143.9	360.1	1.0570	1.5530
18	535.1	0.0008	0.0329	1336.0	30.400	217.2	143.3	360.5	1.0600	1.5530
19	550.6	0.0008	0.0320	1332.0	31.260	218.2	142.8	361.0	1.0640	1.5520
20	566.4	0.0008	0.0311	1329.0	32.130	219.1	142.3	361.4	1.0670	1.5520
21	582.6	0.0008	0.0303	1325.0	33.030	220.1	141.7	361.8	1.0700	1.5520
22	599.0	0.0008	0.0295	1322.0	33.950	221.1	141.1	362.2	1.0740	1.5510
23	615.9	0.0008	0.0287	1318.0	34.890	222.1	140.5	362.6	1.0770	1.5510
24	633.0	0.0008	0.0279	1315.0	35.850	223.1	139.9	363.0	1.0800	1.5510
25	650.6	0.0008	0.0272	1311.0	36.830	224.1	139.3	363.4	1.0830	1.5510
26	668.5	0.0008	0.0264	1307.0	37.830	225.1	138.7	363.8	1.0870	1.5500
27	686.7	0.0008	0.0257	1304.0	38.850	226.0	138.2	364.2	1.0900	1.5500
28	705.3	0.0008	0.0251	1300.0	39.900	227.0	137.5	364.5	1.0930	1.5500
29	724.3	0.0008	0.0244	1296.0	40.970	228.0	136.9	364.9	1.0960	1.5490
30	743.7	0.0008	0.0238	1293.0	42.070	229.0	136.3	365.3	1.1000	1.5490
31	763.4	0.0008	0.0232	1289.0	43.180	230.0	135.7	365.7	1.1030	1.5490
32	783.5	0.0008	0.0226	1285.0	44.330	231.1	135.0	366.1	1.1060	1.5490
33	804.0	0.0008	0.0220	1281.0	45.490	232.1	134.3	366.4	1.1090	1.5480
34	824.9	0.0008	0.0214	1278.0	46.690	233.1	133.7	366.8	1.1130	1.5480
35	846.2	0.0008	0.0209	1274.0	47.910	234.1	133.1	367.2	1.1160	1.5480

1) Tracé sur diagramme des frigoristes ci-dessous : On lit $x_V \approx 0.25$



Temp °C	Pressure [kPa]	Volume [m³/kg]		Density [kg/m³]		Enthalpy [kJ/kg]			Entropy [kJ/K·kg]		Temp °C
		Liquid v_L	Vapour v_g	Liquid d_L	Vapour d_g	Liquid h_L	Latent h_{fg}	Vapour h_g	Liquid s_L	Vapour s_g	
-20	150.7	0.0007	0.1098	148.0	9.109	181.6	162.1	343.7	0.9305	1.5710	-20
-19	156.7	0.0007	0.1099	145.0	9.446	182.5	161.6	344.1	0.9341	1.5700	-19
-18	162.8	0.0007	0.1021	142.0	9.792	183.4	161.2	344.6	0.9376	1.5690	-18
-17	169.1	0.0007	0.0936	149.0	10.150	184.3	160.8	345.1	0.9412	1.5690	-17
-16	175.6	0.0007	0.0951	146.0	10.510	185.2	160.3	345.5	0.9447	1.5690	-16
-15	182.3	0.0007	0.0918	143.0	10.890	186.1	159.9	346.0	0.9482	1.5670	-15
-14	189.2	0.0007	0.0837	140.0	11.270	187.1	159.5	346.4	0.9517	1.5670	-14
-13	196.3	0.0007	0.0852	137.0	11.670	188.0	158.9	346.9	0.9552	1.5660	-13
-12	203.6	0.0007	0.0828	134.0	12.080	189.9	158.5	347.4	0.9587	1.5660	-12
-11	211.1	0.0007	0.0800	131.0	12.500	190.8	158.0	347.8	0.9622	1.5660	-11
-10	218.8	0.0007	0.0774	128.0	12.920	191.7	157.6	348.3	0.9656	1.5640	-10
-9	226.7	0.0007	0.0748	125.0	13.370	192.6	157.1	348.7	0.9691	1.5640	-9
-8	234.8	0.0007	0.0724	121.0	13.820	192.6	156.6	349.2	0.9726	1.5630	-8
-7	243.2	0.0007	0.0700	118.0	14.280	193.5	156.2	349.7	0.9760	1.5630	-7
-6	251.6	0.0007	0.0678	115.0	14.760	194.4	155.7	350.1	0.9795	1.5620	-6
-5	260.6	0.0007	0.0656	112.0	15.240	195.3	155.3	350.6	0.9829	1.5620	-5
-4	269.6	0.0007	0.0635	109.0	15.740	196.3	154.7	351.0	0.9863	1.5610	-4
-3	278.9	0.0007	0.0615	106.0	16.260	197.2	154.3	351.5	0.9896	1.5610	-3
-2	288.4	0.0007	0.0596	102.0	16.760	198.1	153.8	351.9	0.9932	1.5600	-2
-1	298.1	0.0007	0.0577	98.0	17.320	199.1	153.3	352.4	0.9966	1.5600	-1
0	308.1	0.0007	0.0550	95.0	17.870	200.0	152.8	352.8	1.0000	1.5590	0
1	318.4	0.0007	0.0542	93.0	18.440	200.9	152.4	353.3	1.0030	1.5590	1
2	328.9	0.0007	0.0526	90.0	19.020	201.9	151.8	353.7	1.0070	1.5590	2
3	339.7	0.0007	0.0510	86.0	19.610	202.8	151.3	354.1	1.0100	1.5580	3
4	350.7	0.0007	0.0495	83.0	20.220	203.6	150.8	354.6	1.0140	1.5580	4
5	362.0	0.0007	0.0480	80.0	20.840	204.7	150.3	355.0	1.0170	1.5570	5
6	373.6	0.0007	0.0466	77.0	21.480	205.7	149.7	355.4	1.0200	1.5570	6
7	385.4	0.0007	0.0452	73.0	22.130	206.6	149.3	355.9	1.0240	1.5570	7

2)

Temp °C	Pressure [kPa]	Volume [m³/kg]		Density [kg/m³]		Enthalpy [kJ/kg]			Entropy [kJ/K·kg]		Temp °C
		Liquid v_L	Vapour v_g	Liquid d_L	Vapour d_g	Liquid h_L	Latent h_{fg}	Vapour h_g	Liquid s_L	Vapour s_g	
8	397.8	0.0007	0.0439	137.0	22.880	207.6	148.7	356.3	1.0270	1.5560	8
9	410.0	0.0007	0.0426	135.0	23.480	208.5	148.2	356.7	1.0300	1.5560	9
10	422.7	0.0007	0.0414	133.0	24.180	209.5	147.7	357.2	1.0340	1.5550	10
11	435.7	0.0007	0.0402	130.0	24.980	210.4	147.2	357.6	1.0370	1.5550	11
12	448.9	0.0007	0.0390	128.0	25.680	211.4	146.6	358.0	1.0400	1.5550	12
13	462.5	0.0007	0.0379	125.0	26.380	212.3	146.2	358.5	1.0440	1.5540	13
14	476.4	0.0007	0.0368	123.0	27.180	213.3	145.6	358.9	1.0470	1.5540	14
15	490.6	0.0007	0.0353	121.0	27.980	214.3	145.0	359.3	1.0500	1.5540	15
16	505.1	0.0007	0.0343	119.0	28.780	215.2	144.5	359.7	1.0540	1.5530	16
17	520.0	0.0008	0.0333	117.0	29.580	216.2	143.9	360.1	1.0570	1.5530	17
18	535.1	0.0008	0.0329	115.0	30.400	217.2	143.3	360.5	1.0600	1.5530	18
19	550.6	0.0008	0.0320	113.0	31.260	218.2	142.8	361.0	1.0640	1.5520	19
20	566.4	0.0008	0.0311	112.0	31.150	219.1	142.3	361.4	1.0670	1.5520	20
21	582.6	0.0008	0.0303	110.0	31.050	220.1	141.7	361.8	1.0700	1.5520	21
22	599.0	0.0008	0.0295	108.0	31.950	221.1	141.1	362.2	1.0740	1.5510	22
23	615.9	0.0008	0.0287	106.0	31.850	222.1	140.5	362.6	1.0770	1.5510	23
24	633.0	0.0008	0.0279	104.0	31.750	223.1	139.9	363.0	1.0800	1.5510	24
25	650.6	0.0008	0.0272	101.0	31.650	224.1	139.3	363.4	1.0830	1.5510	25
26	668.5	0.0008	0.0264	99.0	31.550	225.1	138.7	363.8	1.0870	1.5500	26
27	686.7	0.0008	0.0257	97.0	31.450	226.0	138.2	364.2	1.0900	1.5500	27
28	705.3	0.0008	0.0251	95.0	31.350	227.0	137.5	364.5	1.0930	1.5500	28
29	724.3	0.0008	0.0244	93.0	31.250	228.0	136.9	364.9	1.0960	1.5490	29
30	743.7	0.0008	0.0238	91.0	31.150	229.0	136.3	365.3	1.1000	1.5490	30
31	763.4	0.0008	0.0232	89.0	31.050	230.0	135.7	365.7	1.1030	1.5490	31
32	783.5	0.0008	0.0226	87.0	30.950	231.1	135.0	366.1	1.1060	1.5490	32
33	804.0	0.0008	0.0220	85.0	30.850	232.1	134.3	366.4	1.1090	1.5490	33
34	824.9	0.0008	0.0214	82.0	30.750	233.1	133.7	366.8	1.1130	1.5490	34
35	846.2	0.0008	0.0209	79.0	30.650	234.1	133.1	367.2	1.1160	1.5480	35

$$T_A = 303 \text{ K} = 30^\circ\text{C} \quad \text{at liquid saturation}$$

$$\rightarrow h_f = 229,0 \text{ kJ/kg} = h_A$$

Définition isenthalpique

$$\rightarrow h_B = h_A = 229,0 \text{ kJ/kg}$$

(at constant pressure)

$$\rightarrow h_B = (1 - x_v) h_f + x_v h_g = h_A$$

D'où :

$$h_B = h_A = h_f - x_v (h_g - h_f)$$

$$x_v = \frac{h_A - h_f}{h_g - h_f} \quad \text{(Règle des Composants !)}$$

$$\left(\text{or} \frac{h_f - h_A}{h_g - h_f} \right)$$

$$\text{AN: } x_v = \frac{229,0 - 190,7}{348,3 - 190,7} = 0,24$$

3) $\Delta h_{A \rightarrow B} = 0 = \Delta h_{A \rightarrow A'} + \Delta h_{A' \rightarrow B}$
 Car enthalpie fonction d'état.

Avec : $A \rightarrow A'$: Détaite, liquide saturant
 $A' \rightarrow B$: Vapourisation partielle à $T = T_B$.

$\Delta h_{A \rightarrow A'} = C(T_A - T_B) = C(T_B - T_A)$.

Donc $\Delta h_{A \rightarrow B} = x_5 \cdot \Delta_{\text{vap}} h(T_B)$

$x_5 \cdot \Delta_{\text{vap}} h(T_B) = C(T_A - T_B)$

$x_5 = \frac{C(T_A - T_B)}{\Delta_{\text{vap}} h(T_B)} = \frac{960(303 - 263)}{158 \cdot 10^3} = 0,24$

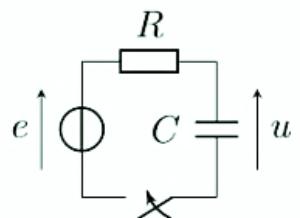
10) Résoudre une équation différentielle par la méthode complexe :

L'équation différentielle vérifiée par u s'écrit, pour $t > 0$:

$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{\tau} u = \frac{1}{\tau} e(t) \quad \text{avec } e(t) = E_m \cos(\omega t + \varphi)$$

On cherche une solution particulière sous la forme $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi')$.

1. Ecrire cette équation différentielle en faisant apparaître les amplitudes complexes U et E .
2. Résoudre cette équation différentielle pour déterminer U .
3. En déduire l'expression de U_m et du déphasage $\varphi' - \varphi$.



$$\begin{aligned} 1. \quad & \underline{u}(t) = U_m e^{j(\omega t + \varphi')} \quad / \quad U = U_m e^{j\varphi'} \quad / \quad \underline{u}(t) = \underline{U} e^{j\omega t} \\ 2. \quad & \underline{e}(t) = E_m e^{j(\omega t + \varphi)} \quad / \quad \underline{E} = E_m e^{j\varphi} \quad / \quad \underline{e}(t) = \underline{E} e^{j\omega t} \\ & \frac{du}{dt} = j\omega \underline{u}(t) = j\omega \underline{U} e^{j\omega t} \\ & \frac{du}{dt} + \frac{1}{\tau} u = \frac{1}{\tau} e \\ & \Rightarrow j\omega \underline{u}(t) + \frac{1}{\tau} \underline{u}(t) = \frac{1}{\tau} \underline{e}(t) \\ & \Rightarrow j\omega \underline{U} e^{j\omega t} + \frac{1}{\tau} \underline{U} e^{j\omega t} = \frac{1}{\tau} \underline{E} e^{j\omega t} \\ & \Rightarrow \left(j\omega + \frac{1}{\tau}\right) \underline{U} = \frac{1}{\tau} \underline{E} \\ \text{d'où :} \quad & \underline{U} = \frac{\frac{1}{\tau}}{j\omega + \frac{1}{\tau}} \underline{E} = \frac{1}{j\tau\omega + 1} \underline{E} \\ & \underline{U} = \frac{1}{1 + j\tau\omega} \underline{E} \end{aligned}$$

$$3. \quad U_m = |\underline{U}| = \frac{1}{|1 + j\tau\omega|} |\underline{E}| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\tau\omega)^2}} E_m$$

(et)

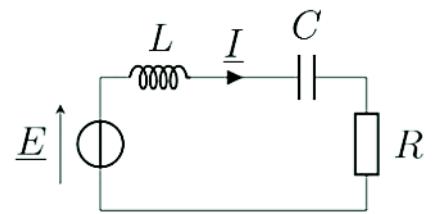
$$\begin{aligned} \varphi' = \arg(\underline{U}) &= \arg\left(\frac{1}{1 + j\tau\omega} \underline{E}\right) \\ &= \arg 1 + \arg(\underline{E}) - \arg(1 + j\tau\omega) \\ &= 0 + \varphi - \arctan(\tau\omega) \\ \text{d'où} \quad & \varphi' - \varphi = -\arctan(\tau\omega) \end{aligned}$$

11) Résonance en intensité du circuit RLC série.

- Déterminer l'expression de la fonction de transfert $\underline{Y} = \frac{\underline{I}}{\underline{E}}$, en fonction de R , L , C et ω .
- Mettre cette expression sous la forme canonique suivante :

$$\underline{Y} = \frac{\frac{1}{R}}{1+jQ(x-\frac{1}{x})} \quad \text{avec } x \text{ pulsation réduite : } x = \frac{\omega}{\omega_0}$$

Déterminer les expressions de ω_0 et Q (identification).



$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{\frac{1}{R}}{1 + j\frac{L\omega}{R} + \frac{1}{jRC\omega}}$$

$$\text{On identifie à } \underline{Y} = \frac{\frac{1}{R}}{1+jQ(x-\frac{1}{x})} = \frac{\frac{1}{R}}{1+jQ(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})} = \frac{\frac{1}{R}}{1+jQ\frac{\omega}{\omega_0} - jQ\frac{\omega_0}{\omega}}$$

$$\text{D'où : } j\frac{L\omega}{R} = jQ\frac{\omega}{\omega_0} \quad \text{ou encore : } \frac{L}{R} = \frac{Q}{\omega_0} \quad (1)$$

$$\text{et } \frac{1}{jRC\omega} = \frac{-j}{RC\omega} = -jQ\frac{\omega_0}{\omega} \quad \text{ou encore : } \frac{1}{RC} = Q\omega_0 \quad (2)$$

On résout :

par exemple :

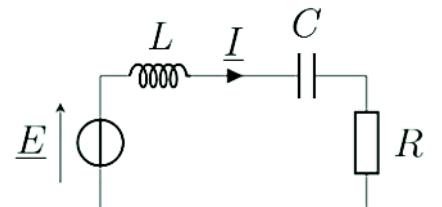
$$\text{en multipliant (1) et (2), on obtient : } Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$\text{et } n \text{ divisant (2) par (1), on obtient : } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

12) Résonance en intensité du circuit RLC série.

On donne l'expression de l'amplitude complexe de l'intensité $i(t)$:

$$\underline{i} = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}} = \frac{\frac{\underline{E}}{R}}{1+jQ(x-\frac{1}{x})} \text{ avec } x = \frac{\omega}{\omega_0}$$



- Déterminer l'expression de l'amplitude de l'intensité $I_m = |\underline{i}|$.
- Déterminer la pulsation de résonance ω_R .
- Donner l'allure de I_m en fonction de la pulsation réduite $x = \frac{\omega}{\omega_0}$.

$$1. \quad I_m = |\underline{i}| = \frac{\frac{\underline{E}}{R}}{\sqrt{1+Q^2(x-\frac{1}{x})^2}}$$

2. Résonance :

I_m passe par un maximum,

$$Q^2 \left(x - \frac{1}{x} \right)^2 = 0,$$

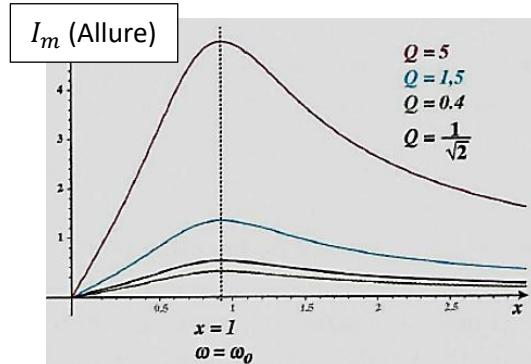
$$x = x_R = 1 \text{ ou } \omega = \omega_R = \omega_0$$

3. Etude aux limites :

$$x \rightarrow 0 \Rightarrow I_m \rightarrow 0$$

$$x \rightarrow \infty \Rightarrow I_m \rightarrow 0$$

$$x \rightarrow 1 \Rightarrow I_m = \frac{E}{R}$$



Puis : de 1 à 2 exercices proposés par le couleur.

Programme ATS

10. Machines cycliques dithermes en système fermé	
Représentation schématique des machines cycliques dithermes.	Prévoir les signes des transferts d'énergie en fonction de l'application recherchée.
Cas des moteurs, pompes à chaleur et machines frigorifiques.	Définir le rendement d'un moteur. Définir le coefficient de performance (CoP) (ou efficacité) d'une machine frigorifique et celui d'une pompe à chaleur (PAC).
Inégalité de Clausius pour les machines cycliques dithermes. Théorème de Carnot.	Déterminer le rendement ou le coefficient de performance (CoP) maximum des machines cycliques dithermes. Exploiter le théorème de Carnot pour juger de la performance d'une machine thermique.
Diagramme de Watt (P,V) et diagramme entropique (T,S).	Donner une interprétation énergétique de l'aire des cycles et de leur sens de parcours dans les diagrammes (P,V) et (T,S) pour un cycle réversible. Tracer l'allure d'un cycle de Carnot d'un gaz parfait dans un diagramme de Watt et un diagramme entropique. Capacité numérique : à l'aide d'un langage de programmation, tracer le cycle d'un moteur dans un diagramme de Watt ou dans un diagramme entropique. Déterminer le travail fourni et le rendement.
Modélisation d'un moteur réel à pistons : exemples du moteur à combustion interne et du moteur diesel.	Associer les temps mécaniques (4 temps ou 2 temps) d'un moteur à piston aux différentes transformations du cycle moteur.
Puissance d'un moteur, consommation d'énergie.	Déterminer la puissance d'un moteur et la puissance thermique nécessaire à son fonctionnement connaissant les caractéristiques d'un cycle. Déterminer la consommation d'énergie nécessaire pour qu'un moteur fournisse un travail donné.

11. Machines thermiques en système ouvert	
Premier principe de la thermodynamique appliqué à un système ouvert. Travail indiqué massique.	Citer le premier principe de la thermodynamique en système ouvert, par unité de masse et/ou par unité de temps, en tenant compte des variations massiques d'enthalpie, d'énergie potentielle et d'énergie cinétique. Appliquer le premier principe de la thermodynamique en système ouvert à une machine thermique avec écoulement de fluide en précisant le système ouvert considéré. Expliquer le rôle d'un compresseur, d'une pompe, d'un condenseur, d'un évaporateur et d'un détendeur. Associer ces organes à des transformations du cycle thermodynamique mis en œuvre dans une machine. Démontrer le caractère isenthalpique de la transformation subie par un fluide dans un détendeur adiabatique.
Système diphasé liquide-vapeur.	Représenter un cycle de transformations dans un diagramme entropique (T,s) et enthalpique (P,h) (entropies et enthalpies par unité de masse). Exploiter les diagrammes (T,s) et/ou (P,h) pour déterminer les échanges énergétiques se produisant lors d'un cycle.
14. Circuits linéaires en régime sinusoïdal établi	
Signal sinusoïdal Pulsation et fréquence. Amplitude, phase. Représentation complexe d'un signal sinusoïdal	Passer de la représentation complexe d'un signal au signal réel et réciproquement (convention $e^{j\omega t}$).
Impédances complexes, association de deux impédances. Impédance d'une résistance, d'un condensateur, d'une bobine.	Établir l'expression de l'impédance d'une résistance, d'un condensateur, d'une bobine. Remplacer une association série ou parallèle de deux impédances par une impédance équivalente.
Circuit RLC série en régime sinusoïdal établi. Résonance de courant. Facteur de qualité.	Établir l'expression de l'amplitude de la tension aux bornes de la résistance, de la bobine ou du condensateur en fonction de la fréquence en utilisant la notion d'impédance complexe. Tracer la courbe donnant l'amplitude de la tension aux bornes de la résistance en fonction de la fréquence. Relier l'amplitude et la largeur (Δf) du pic de résonance en courant au facteur de qualité et à la pulsation propre du circuit. Mettre en évidence le phénomène de résonance de courant dans un circuit RLC série et estimer la valeur du facteur de qualité.