CPGE ATS

Programme de colles – Semaine 15 (19 au 24 janvier 2026)

Chapitres étudiés et questions de cours :

T4 Machines thermiques : moteurs sans changement d'état, moteurs avec changement d'état (machines à vapeur), récepteurs (frigo, pompe à chaleur) avec changement d'état, diagrammes enthalpique P,h et entropique T,s.

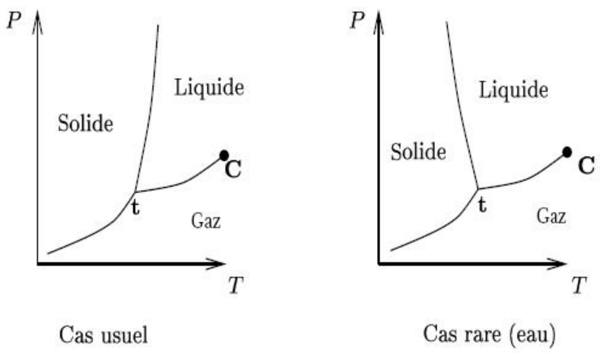
E4 Circuits linéaires en régime sinusoïdal établi (début) : impédances complexes équivalentes à calculer, application loi des mailles, loi des nœuds, diviseurs etc …, résolution équation différentielles, résonances en intensité et en tension ; avec grandeurs complexes.

Réponses attendues en bleu ou manuscrit.

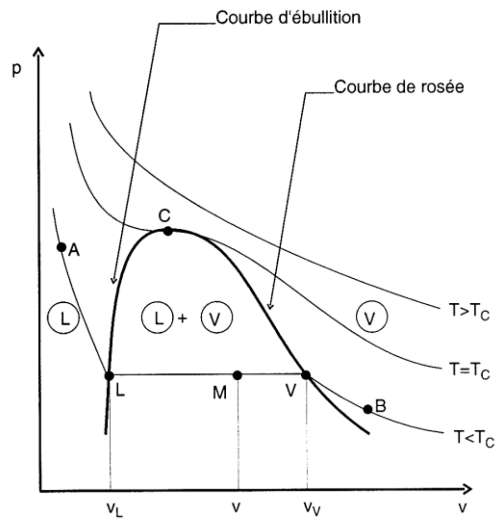
1ère question de cours : questions 1 à 6.

2ème question de cours : questions 7 à 13.

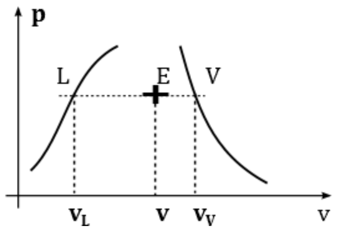
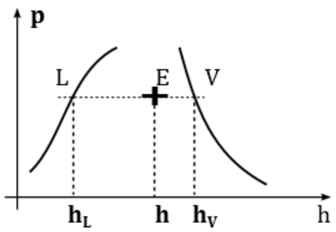
1) Diagramme de phase (P, T) d'une espèce diphasée : **tracer l'allure du diagramme**, placer les phases Solide S, Liquide L, Gazeuse G, le point triple t, le point critique C.



2) Diagramme de Clapeyron (P, v) d'une espèce diphasée (**fourni**) : savoir placer les phases Liquide L, Gazeuse G , la zone d'équilibre liquide vapeur LG, savoir tracer une isotherme, identifier la courbe d'ébullition, la courbe de rosée.



3) Donner la règle des moments permettant de définir le titre en vapeur $\boldsymbol{x}$ à partir du diagramme de Clapeyron ou du diagramme des frigoristes (Réaliser le schéma associé).

Diagramme de **Clapeyron :** p fonction de v	Diagramme des **frigoristes :** p fonction de h
	
$\boldsymbol{x = \frac{LE}{LV} = \frac{v - v_l}{v_v - v_l}}$	$\boldsymbol{x = \frac{LE}{LV} = \frac{h - h_l}{h_v - h_l}}$

4) Premier principe en système ouvert dans le cas d'un écoulement permanent de débit massique D_m à travers un organe ou une machine : Equation massique (écriture en J/kg), équation en termes de puissance (écriture en W). Définir les différents termes introduits.

Premier principe appliqué à un écoulement permanent, équation massique :

$$\boldsymbol{(h_s - h_e) + (½\, c_s^2 - ½\, c_e^2) + (gz_s - gz_e) = w_i + q} \qquad \textbf{(unité : J/kg)}$$

Entrée		Sortie	
c_e	Vitesse du fluide en entrée (m/s)	c_s	Vitesse du fluide en sortie (m/s)
z_e	Altitude en entrée (m)	z_s	Altitude en sortie (m)
h_e	Enthalpie massique en entrée (J/kg)	h_s	Enthalpie massique en sortie (J/kg)

$\boldsymbol{w_i}$ = **travail indiqué massique** (*ou* travail massique net *ou* travail massique différent du travail des forces de pression)

$\boldsymbol{q}$ = **transfert thermique massique**.

Premier principe appliqué à un écoulement permanent, équation en termes de puissance :

$$\boldsymbol{D_m\,[(h_s - h_e) + (½\, c_s^2 - ½\, c_e^2) + (gz_s - gz_e)] = P_i + P_{th}} \qquad \textbf{(unité : W)}$$

Où $D_m = \frac{dm}{dt}$ débit massique (en kg.s^{-1}),

Puissance indiquée (utile) reçue $\boldsymbol{P_i}$: $\boldsymbol{P_i = \frac{\delta W_i}{dt}}$

Puissance thermique reçue P_{th} : $P_{th} = \dot{Q} = \frac{\delta Q}{dt}$

5) Donner la grandeur complexe, l'amplitude complexe, l'amplitude, la phase et la phase à l'origine associées à la grandeur réelle harmonique $u(t) = U_m cos(\omega t+\phi)$.

   Donner la grandeur réelle harmonique associée à l'amplitude complexe de module I_m et d'argument ϕ, la pulsation étant ω.

Réponse attendue : Grandeur complexe $\underline{u}(t) = U_m e^{j(\omega t+\phi)}$; Amplitude complexe $\underline{U} = U_m e^{j\phi}$; Amplitude U_m ; Phase $\omega t + \phi$; Phase à l'origine ϕ

Réponse attendue : $i(t) = I_m.cos(\omega t+\phi)$

6) Donner les expressions de l'impédance complexe $\underline{Z}$ et de l'admittance complexe $\underline{Y}$ d'une résistance, d'une bobine parfaite, d'un condensateur. Donner la signification (ou interprétation physique) du module de $\underline{Z}$ et de l'argument de $\underline{Z}$.

Impédance complexe : $\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{\underline{u(t)}}{\underline{i(t)}}$

Module de $\underline{Z}$: $|\underline{Z}| = \left|\frac{\underline{U}}{\underline{I}}\right| = \frac{|\underline{U}|}{|\underline{I}|} = \frac{U_{max}}{I_{max}}$

Argument de $\underline{Z}$: $Arg(\underline{Z}) = Arg\left(\frac{\underline{U}}{\underline{I}}\right) = Arg(\underline{U}) - Arg(\underline{I}) = \varphi_u - \varphi_i$ Déphasage de $u(t)$ par rapport à $i(t)$.

Admittance complexe : $\underline{Y} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} = \frac{\underline{i(t)}}{\underline{u(t)}}$

Résistance : $\underline{Z_R} = R$; $\underline{Y_R} = \frac{1}{R}$

Bobine parfaite : $\underline{Z_L} = jL\omega$; $\underline{Y_L} = \frac{1}{jL\omega}$

Condensateur : $\underline{Z_C} = \frac{1}{jC\omega}$; $\underline{Y_C} = jC\omega$

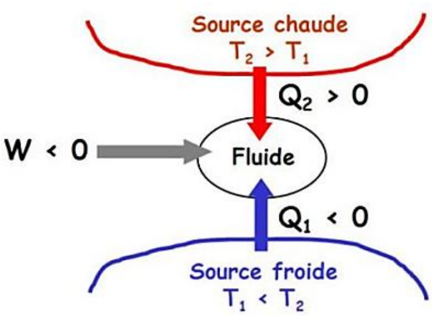
7) Expression générale du rendement d'un moteur thermique ; Cycle de Carnot : **retrouver** l'expression du rendement en fonction des températures des sources chaude et froide.

$\eta = -\frac{W_{TOT}}{Q_C}$ **(1)**

Premier principe appliqué au cycle :

$\Delta U_{cycle} = W_{TOT} + Q_C + Q_f = 0$ d'où : $W_{TOT} = -Q_C - Q_f$ (2)

Deuxième principe appliqué au cycle :



$\Delta S_{cycle} = S_{éch} + S_{créée} = 0$

Cycle réversible, d'où :

$\Delta S_{cycle} = S_{éch} + S_{créée} = \frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_f}{T_f} + 0$ d'où : $Q_f = -Q_C\frac{T_f}{T_C}$ (3)

De (1), (2) et (3) on déduit le rendement de Carnot :

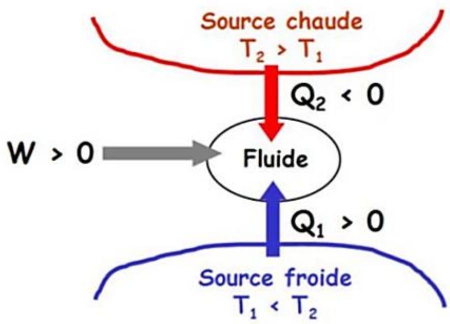
$\eta = 1 - \frac{T_f}{T_C}$

8) Expression générale de l'efficacité d'un réfrigérateur ou d'une pompe à chaleur ; Cycle de Carnot : **retrouver** l'expression de l'efficacité en fonction des températures des sources chaude et froide.

$e_{frigo} = \frac{Q_f}{W}$ **et** $e_{PAC} = -\frac{Q_C}{W}$ **(1)**

Premier principe appliqué au cycle :

$\Delta U_{cycle} = W + Q_C + Q_f = 0$ d'où : $W = -Q_C - Q_f$ (2)



Deuxième principe appliqué au cycle :

$\Delta S_{cycle} = S_{éch} + S_{créée} = 0$

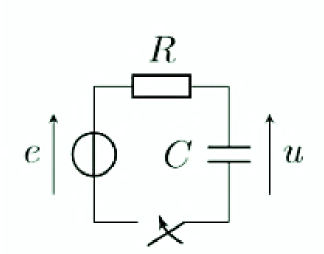
Cycle réversible, d'où :

$\Delta S_{cycle} = S_{éch} + S_{créée} = \frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_f}{T_f} + 0$ (3)

De (1), (2) et (3) on déduit l'efficacité de Carnot :

$e_{frigo} = \frac{T_f}{T_C - T_f}$ et $e_{PAC} = \frac{T_C}{T_C - T_f}$

9) Résoudre une équation différentielle par la méthode complexe :



L'équation différentielle vérifiée par *u* s'écrit, pout $t > 0$:

$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{\tau}u = \frac{1}{\tau}e(t) \qquad \text{avec} \qquad e(t) = E_m \cos(\omega t + \varphi)$$

On cherche une solution particulière sous la forme $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi')$.

1. Ecrire cette équation différentielle en faisant apparaître les amplitudes complexes $\underline{U}$ et $\underline{E}$.
2. Résoudre cette équation différentielle pour déterminer $\underline{U}$.
3. En déduire l'expression de U_m et du déphasage $\varphi' - \varphi$.

1. | $\underline{u}(t) = U_m e^{j(\omega t+\varphi')}$ / $\underline{U} = U_m e^{j\varphi'}$ / $\underline{u}(t) = \underline{U} e^{j\omega t}$
2. | $\underline{e}(t) = E_m e^{j(\omega t+\varphi)}$ / $\underline{E} = E_m e^{j\varphi}$ / $\underline{e}(t) = \underline{E} e^{j\omega t}$

$\frac{d\underline{u}}{dt} = j\omega \underline{u}(t) = j\omega \underline{U} e^{j\omega t}$

$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{\tau}u = \frac{1}{\tau}e$$

$$\Rightarrow j\omega \underline{u}(t) + \frac{1}{\tau}\underline{u}(t) = \frac{1}{\tau}\underline{e}(t)$$

$$\Rightarrow j\omega \underline{U}\cancel{e^{j\omega t}} + \frac{1}{\tau}\underline{U}\cancel{e^{j\omega t}} = \frac{1}{\tau}\underline{E}\cancel{e^{j\omega t}}$$

$$\Rightarrow \left(j\omega + \frac{1}{\tau}\right)\underline{U} = \frac{1}{\tau}\underline{E}$$

d'où : $$\underline{U} = \frac{\frac{1}{\tau}}{j\omega + \frac{1}{\tau}}\underline{E} = \frac{1}{j\tau\omega + 1}\underline{E}$$

$$\underline{U} = \frac{1}{1+j\tau\omega}\underline{E}$$

3. $$U_m = |\underline{U}| = \frac{1}{|1+j\tau\omega|}|\underline{E}| = \frac{1}{\sqrt{1+(\tau\omega)^2}}E_m$$

et

$$\varphi' = \arg(\underline{U}) = \arg\left(\frac{1}{1+j\tau\omega}\underline{E}\right)$$

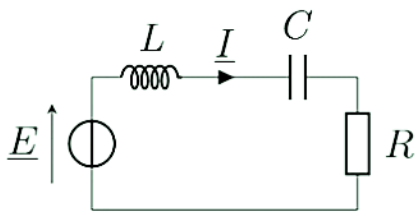
$$= \arg 1 + \arg(\underline{E}) - \arg(1+j\tau\omega)$$

d'où $$= 0 + \varphi - \arctan(\tau\omega)$$

$$\varphi' - \varphi = -\arctan(\tau\omega)$$

10) Résonance en intensité du circuit RLC série.

1. Déterminer l'expression de la fonction de transfert $\underline{Y} = \frac{\underline{I}}{\underline{E}}$ en fonction de *R*, *L*, *C* et ω.
2. Mettre cette expression sous la forme canonique suivante :



$$\underline{Y} = \frac{\frac{1}{R}}{1+jQ(x-\frac{1}{x})} \qquad \text{avec } x \text{ pulsation réduite : } x = \frac{\omega}{\omega_0}$$

Déterminer les expressions de ω_0 et Q (identification).

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{\frac{1}{R}}{1 + j\frac{L\omega}{R} + \frac{1}{jRC\omega}}$$

On identifie à $\underline{Y} = \frac{\frac{1}{R}}{1+jQ(x-\frac{1}{x})} = \frac{\frac{1}{R}}{1+jQ(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega})} = \frac{\frac{1}{R}}{1+jQ\frac{\omega}{\omega_0}-jQ\frac{\omega_0}{\omega}}$

D'où : $j\frac{L\omega}{R} = jQ\frac{\omega}{\omega_0}$ $\quad$ *ou encore :* $\frac{L}{R} = \frac{Q}{\omega_0}$ (1)

et $\frac{1}{jRC\omega} = \frac{-j}{RC\omega} = -jQ\frac{\omega_0}{\omega}$ $\quad$ *ou encore :* $\frac{1}{RC} = Q\omega_0$ (2)

On résout :
par exemple :

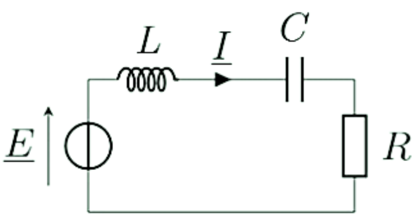
en multipliant (1) *et* (2), *on obtient* : $\boldsymbol{Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}}$

en divisant (2) *par* (1), *on obtient* : $\boldsymbol{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$

11) Résonance en intensité du circuit RLC série.

On donne l'expression de l'amplitude complexe de l'intensité $i(t)$:

$\underline{I} = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}} = \frac{\frac{E}{R}}{1+jQ(x-\frac{1}{x})}$ $avec\ x = \frac{\omega}{\omega_0}$



1. Déterminer l'expression de l'amplitude de l'intensité $I_m = |\underline{I}|$.
2. Déterminer la pulsation de résonance ω_R.
3. Donner l'allure de I_m en fonction de la pulsation réduite $x = \frac{\omega}{\omega_0}$.

1. $I_m = |\underline{I}| = \frac{\frac{E}{R}}{\sqrt{1+Q^2(x-\frac{1}{x})^2}}$
2. Résonance :

   I_m passe par un maximum,

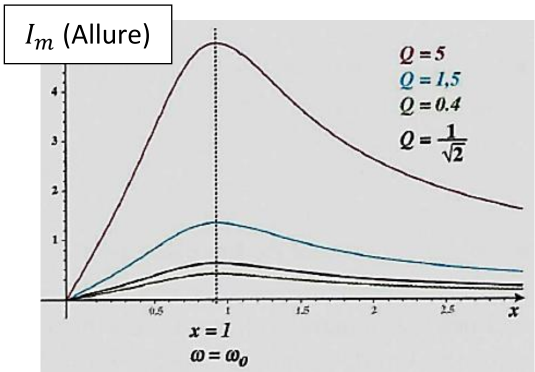
   $Q^2\left(x-\frac{1}{x}\right)^2 = 0,$

   $x = x_R = 1$ ou $\boldsymbol{\omega = \omega_R = \omega_0}$
3. Etude aux limites :

   $x \to 0 \Rightarrow I_m \to 0$

   $x \to \infty \Rightarrow I_m \to 0$

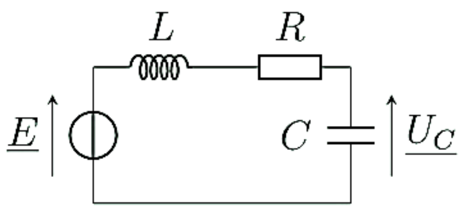
   $x \to 1 \Rightarrow I_m = \frac{E}{R}$



12) Résonance en tension aux bornes du condensateur :

1. Etablir la fonction de transfert $\underline{T} = \frac{\underline{U_C}}{\underline{E}}$ en fonction de R, L, C et ω.
2. Mettre cette expression sous la forme canonique suivante :

$\underline{T} = \frac{1}{1-x^2+j\frac{x}{Q}}$ avec x pulsation réduite : $x = \frac{\omega}{\omega_0}$



Déterminer les expressions de ω_0 et Q (identification).

$$\underline{T} = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{jRC\omega - LC\omega^2 + 1} = \frac{1}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega}$$

On identifie à : $\underline{T} = \frac{1}{1-x^2+j\frac{x}{Q}}$ avec x pulsation réduite : $x = \frac{\omega}{\omega_0}$

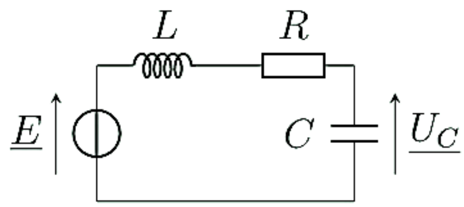
Par identification, on obtient :

$$\boldsymbol{Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}}$$

$$\boldsymbol{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$$

13) Résonance en tension aux bornes du condensateur : A partir de l'expression de l'amplitude de la tension $U_{CM} = |\underline{U_C}|$ en fonction de la pulsation réduite x :

$$U_{CM} = \frac{E}{\sqrt{(1-\ x^2)^2 + \left(\frac{x}{Q}\right)^2}}$$



1. Déterminer la condition de résonance en élongation.
2. Tracer l'allure de la courbe U_{CM} en fonction de $x = \frac{\omega}{\omega_0}$.

On s'intéresse aux variations de U_{CM} en fonction de x.

Le numérateur de U_{CM} est une constante positive, on peut donc simplifier l'étude en étudiant le dénominateur de U_{CM}, et même le carré de celui-ci.

On définit $\quad D(x) = (1 - x^2)^2 + \left(\frac{x}{Q}\right)^2$; $\quad$ de sorte que $\quad U_{CM} = \frac{E}{\sqrt{D(x)}}$

L'amplitude est alors maximale pour une fréquence telle que le dénominateur $D(x)$ est minimal.

Il faut donc chercher la pulsation réduite x telle que $\quad \frac{dD}{dx} = 0$

$$\frac{dD}{dx} = 2 \times (-2x) \times (1 - x^2) + \frac{2}{Q}\ \frac{x}{Q} = 4x\left(x^2 - 1 + \frac{1}{2Q^2}\right)$$

$$\frac{dD}{dx} = 4\,x\left(x^2 - \left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right)\right) = 0$$

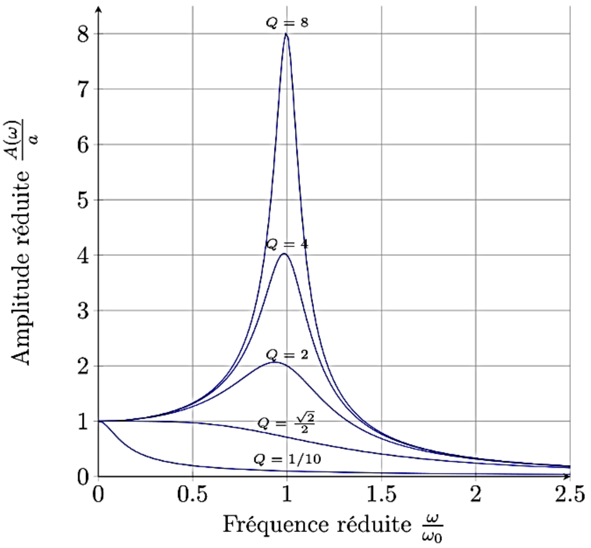
$\frac{dD}{dx}$ s'annule en $x = 0$ et, **éventuellement**, selon le signe de $1 - \frac{1}{2Q^2}$, en $x = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$:

- Si $1-\frac{1}{2Q^2} < 0 \Leftrightarrow 1-\frac{1}{2Q^2} < 0 \Leftrightarrow 1 < \frac{1}{2Q^2} \Leftrightarrow 2Q^2 < 1 \Leftrightarrow Q^2 < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \boldsymbol{Q} < \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2}}}$ alors

  $x = \sqrt{1-\frac{1}{2Q^2}}$ impossible ⇔ **Pas de résonance en tension aux bornes du condensateur**

- Si $1-\frac{1}{2Q^2} > 0 \Leftrightarrow 1-\frac{1}{2Q^2} > 0 \Leftrightarrow 1 > \frac{1}{2Q^2} \Leftrightarrow 2Q^2 > 1 \Leftrightarrow Q^2 > \frac{1}{2} \Leftrightarrow \boldsymbol{Q} > \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2}}}$ alors

  $x = \sqrt{1-\frac{1}{2Q^2}}$ possible ⇔ **Résonance en tension aux bornes du condensateur**



Puis : de 1 à 2 exercices proposés par le colleur.

Programme ATS

10. Machines cycliques dithermes en système fermé	
Représentation schématique des machines cycliques dithermes. Cas des moteurs, pompes à chaleur et machines frigorifiques.	Prévoir les signes des transferts d'énergie en fonction de l'application recherchée. Définir le rendement d'un moteur. Définir le coefficient de performance (CoP) (ou efficacité) d'une machine frigorifique et celui d'une pompe à chaleur (PAC).
Inégalité de Clausius pour les machines cycliques dithermes. Théorème de Carnot.	Déterminer le rendement ou le coefficient de performance (CoP) maximum des machines cycliques dithermes. Exploiter le théorème de Carnot pour juger de la performance d'une machine thermique.
Diagramme de Watt (P,V) et diagramme entropique (T,S).	Donner une interprétation énergétique de l'aire des cycles et de leur sens de parcours dans les diagrammes (P,V) et (T,S) pour un cycle réversible. Tracer l'allure d'un cycle de Carnot d'un gaz parfait dans un diagramme de Watt et un diagramme entropique. Capacité numérique : à l'aide d'un langage de programmation, tracer le cycle d'un moteur dans un diagramme de Watt ou dans un diagramme entropique. Déterminer le travail fourni et le rendement.
Modélisation d'un moteur réel à pistons : exemples du moteur à combustion interne et du moteur diesel.	Associer les temps mécaniques (4 temps ou 2 temps) d'un moteur à piston aux différentes transformations du cycle moteur.
Puissance d'un moteur, consommation d'énergie.	Déterminer la puissance d'un moteur et la puissance thermique nécessaire à son fonctionnement connaissant les caractéristiques d'un cycle. Déterminer la consommation d'énergie nécessaire pour qu'un moteur fournisse un travail donné.

11. Machines thermiques en système ouvert	
Premier principe de la thermodynamique appliqué à un système ouvert. Travail indiqué massique.	Citer le premier principe de la thermodynamique en système ouvert, par unité de masse et/ou par unité de temps, en tenant compte des variations massiques d'enthalpie, d'énergie potentielle et d'énergie cinétique. Appliquer le premier principe de la thermodynamique en système ouvert à une machine thermique avec écoulement de fluide en précisant le système ouvert considéré. Expliquer le rôle d'un compresseur, d'une pompe, d'un condenseur, d'un évaporateur et d'un détendeur. Associer ces organes à des transformations du cycle thermodynamique mis en œuvre dans une machine. Démontrer le caractère isenthalpique de la transformation subie par un fluide dans un détendeur adiabatique.
Système diphasé liquide-vapeur.	Représenter un cycle de transformations dans un diagramme entropique (T,s) et enthalpique (P,h) (entropies et enthalpies par unité de masse). Exploiter les diagrammes (T,s) et/ou (P,h) pour déterminer les échanges énergétiques se produisant lors d'un cycle.

14. Circuits linéaires en régime sinusoïdal établi	
Signal sinusoïdal Pulsation et fréquence. Amplitude, phase. Représentation complexe d'un signal sinusoïdal	Passer de la représentation complexe d'un signal au signal réel et réciproquement (convention $e^{j\omega t}$).
Impédances complexes, association de deux impédances. Impédance d'une résistance, d'un condensateur, d'une bobine.	Établir l'expression de l'impédance d'une résistance, d'un condensateur, d'une bobine. Remplacer une association série ou parallèle de deux impédances par une impédance équivalente.
Puissance moyenne reçue par un dipôle linéaire en régime sinusoïdal établi. Tension efficace. Intensité efficace. Facteur de puissance.	Établir et exploiter l'expression de la puissance moyenne reçue par un dipôle en fonction de la tension efficace, de l'intensité efficace et du facteur de puissance. Relier le facteur de puissance à l'impédance complexe.
Transport d'énergie électrique.	Justifier l'emploi de lignes à haute tension pour le transport d'énergie électrique. Analyser l'influence du facteur de puissance d'une installation sur les pertes d'énergie par effet Joule dans les lignes de transport.
Circuit RLC série en régime sinusoïdal établi. Résonance de courant. Facteur de qualité.	Établir l'expression de l'amplitude de la tension aux bornes de la résistance, de la bobine ou du condensateur en fonction de la fréquence en utilisant la notion d'impédance complexe. Tracer la courbe donnant l'amplitude de la tension aux bornes de la résistance en fonction de la fréquence. Relier l'amplitude et la largeur (à $1/\sqrt{2}$) du pic de résonance en courant au facteur de qualité et à la pulsation propre du circuit. **Mettre en évidence le phénomène de résonance de courant dans un circuit RLC série et estimer la valeur du facteur de qualité.**