

CPGE ATS

Programme de colles – Semaine 18 (2 au 7 mars 2026)

Chapitre étudié et questions de cours :

EM1 : Electrostatique du vide

1^{ère} question de cours : questions 1 à 9 (6-7-8-9 : exercices d'application non faits)

2^{ème} question de cours : questions 10 à 12 (12 : exercices d'application non faits)

Réponses attendues en bleu ou manuscrit.

1) Définir la force électrostatique par la loi de Coulomb.



La **force électrostatique** est définie par la **loi de Coulomb** :

$$\vec{F}_{1 \text{ sur } 2} = -\vec{F}_{2 \text{ sur } 1} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_{r_1} = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_{r_2}$$

ϵ_0 : Permittivité diélectrique du vide, ϵ_0 en $F.m^{-1}$ (farads par mètre)

2) Définir le champ électrostatique + unités.

Le **champ électrostatique** créé, en tout point M de l'espace, par une **charge ponctuelle q** située en P, est **radial** et ne dépend que de la distance $r = PM$:

$$\vec{E}(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r$$

Unités : E en $V.m^{-1}$, q en C ou F.V, ϵ_0 en $F.m^{-1}$, r^2 en m^2

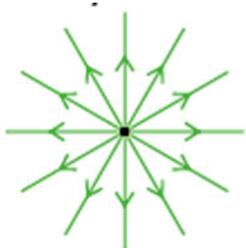
3) Dessiner et orienter les lignes de champ électrostatique $\vec{E}$ dans les cas suivants :

- Une charge ponctuelle $q > 0$;
- Une charge ponctuelle $q < 0$;
- Deux charges ponctuelles de signe opposé.

Une charge ponctuelle q :

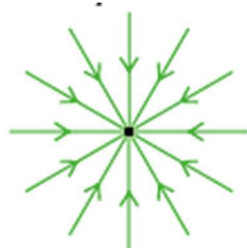
charges ponctuelles de signe opposé :

$q > 0$

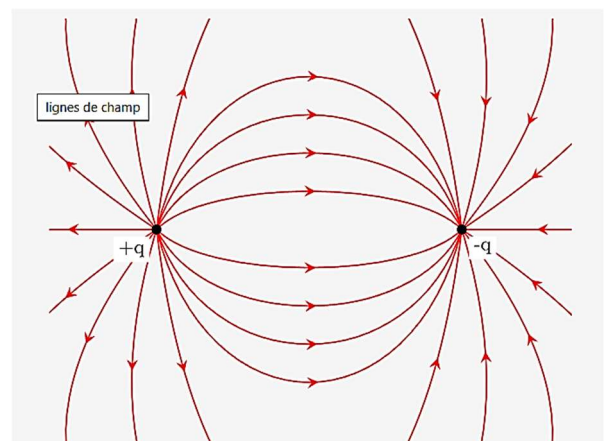


CPGE ATS

$q < 0$



Deux



Page 1

4) Enoncer le **Théorème de Gauss**.

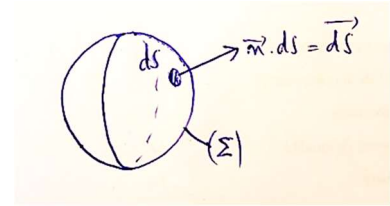
(Σ) surface fermée orientée vers l'extérieur,

$Q_{int} = \sum q_i$ situées à l'intérieur de (Σ),

ϵ_0 : Permittivité diélectrique du vide ($F \cdot m^{-1}$)

Théorème de Gauss :

$$\oiint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$



5) Enoncer l'équation de **Maxwell-Gauss**.

L'équation de **Maxwell-Gauss** traduit localement le **Théorème de Gauss** :

Equation de Maxwell-Gauss :

$$\text{div} \vec{E} = \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

ρ : densité volumique de charges ($C \cdot m^{-3}$)

ϵ_0 : Permittivité diélectrique du vide ($F \cdot m^{-1}$)

Si $\rho = 0$ (pas de charge électrique, localement) :

$$\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0$$

6) Donner l'**énergie potentielle électrostatique** $E_p(M)$ ainsi que le **potentiel électrostatique** $V(M)$ liés au champ $\vec{E}(M) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r$.

Energie potentielle électrostatique liée au champ $\vec{E}(M) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r$:

$$E_p(M) = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r} \text{ (en joules, } J \text{)}$$

Potentiel électrostatique lié au champ $\vec{E}(M) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r$:

$$V(M) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \text{ (en volts, } V \text{)}$$

7) Donner les deux relations entre le champ électrostatique $\vec{E}$ et le potentiel V

Circulation du champ :

$$V(B) - V(A) = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Gradient :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}(V)$$

8) Enoncer l'équation de **Maxwell-Faraday** de la statique :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = \vec{0}$$

9) Enoncer le **Théorème de Coulomb**.

Théorème de Coulomb : Au voisinage immédiat d'un conducteur électrostatique, le champ électrostatique peut s'écrire :

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot \vec{n}$$

σ : densité surfacique de charges (C.m^{-2})

$\vec{n}$: normale à la surface du conducteur, orientée vers l'extérieur

10) Cas du fil infini avec charge linéique λ : Déterminer le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ dans tout l'espace par utilisation du théorème de Gauss.

Système de coordonnées cylindriques $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ centré sur le fil.

On cherche à déterminer le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ en tout point M de l'espace.

A priori : $\vec{E}(M) = E_r(r, \theta, z) \cdot \vec{u}_r + E_\theta(r, \theta, z) \cdot \vec{u}_\theta + E_z(r, \theta, z) \cdot \vec{u}_z$

Plans de **symétrie** de la distribution de charges et passant par M :

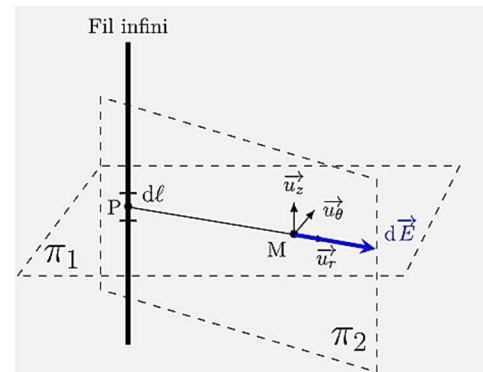
$\Pi_1 = (M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta) = \text{Plan perpendiculaire au fil passant par M}$

$\Pi_2 = (M, \vec{u}_r, \vec{u}_z) = \text{Plan passant par le fil et par M}$

$\Rightarrow \vec{E}(M)$ appartient à ces 2 plans : $\vec{E}(M)$ suivant $\vec{u}_r$

$\Rightarrow \vec{E}(M) = E_r(r, \theta, z) \cdot \vec{u}_r$

Invariance en translation suivant $z \Rightarrow \vec{E}(M)$ ne dépend pas de z



Invariance en rotation autour de $z \Rightarrow \vec{E}(M)$ ne dépend pas de θ

$\Rightarrow$ Conclusion des symétries et invariances : $\vec{E}(M) = E_r(r) \cdot \vec{u}_r$

Surface de Gauss Σ fermée : cylindre de hauteur h et de rayon r (passant par M) centré sur le fil.

Théorème de Gauss :

$$\oiint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$\text{Or : } \oiint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \iint_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \iint_{S_3} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$\text{Avec : } \iint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_1} \vec{E} \cdot \vec{n}_{ext 1} \cdot dS = 0 \text{ car } \vec{E} \perp \vec{n}_{ext 1}$$

$$\iint_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_2} \vec{E} \cdot \vec{n}_{ext 2} \cdot dS = 0 \text{ car } \vec{E} \perp \vec{n}_{ext 2}$$

$$\iint_{S_3} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_3} \vec{E} \cdot \vec{n}_{ext 3} \cdot dS = \iint_{S_3} E \cdot dS = E \cdot S = E \cdot 2\pi r h$$

$$\text{De plus : } Q_{int} = \lambda h$$

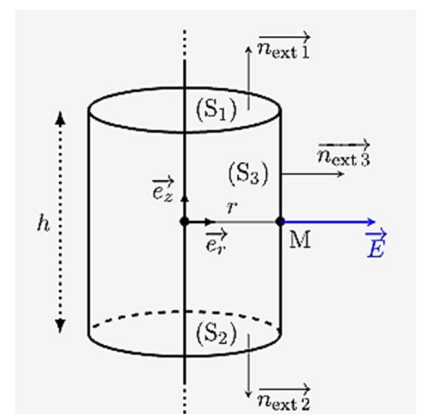
$$\text{On obtient : } E \cdot 2\pi r h = \frac{\lambda h}{\epsilon_0} \text{ d'où : } E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

Conclusion : $\vec{E}(M) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \cdot \vec{u}_r$

11) Cas d'un plan infini (densité de charge surfacique σ_0) : Déterminer le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ dans tout l'espace par utilisation du théorème de Gauss.

On cherche à déterminer le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ en tout point M de l'espace.

$$\text{A priori : } \vec{E}(M) = E_x(x, y, z) \cdot \vec{u}_x + E_y(x, y, z) \cdot \vec{u}_y + E_z(x, y, z) \cdot \vec{u}_z$$



Symétries : Tout plan passant par (Mz) est plan de symétrie de la distribution de charges

$\Rightarrow \vec{E}(M)$ (appartenant à tout plan de symétrie) orienté suivant $\vec{u}_z$ (vertical)

$$\Rightarrow \vec{E}(M) = E_z(x, y, z) \cdot \vec{u}_z$$

Invariance en translation suivant $x \Rightarrow \vec{E}(M)$ ne dépend pas de x

Invariance en rotation autour de $y \Rightarrow \vec{E}(M)$ ne dépend pas de y

$\Rightarrow$ Conclusion des symétries et invariances : $\vec{E}(M) = E_z(z) \cdot \vec{u}_z$

De plus, le plan chargé est plan de symétrie $\Rightarrow E_z(-z) = -E_z(z)$

Surface de Gauss Σ fermée : cylindre de rayon r compris entre les altitudes z et $-z$, composée de :

S_1 = disque supérieur, altitude z

S_2 = disque inférieur, altitude $-z$

S_3 = partie circulaire du cylindre

Théorème de Gauss : $\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$

$$\text{Or : } \oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \iint_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \iint_{S_3} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$\text{Avec : } \iint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_1} \vec{E} \cdot \vec{n}_{ext 1} \cdot dS = \iint_{S_1} E \cdot dS = E \cdot S = E \cdot \pi r^2$$

$$\iint_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_2} \vec{E} \cdot \vec{n}_{ext 2} \cdot dS = \iint_{S_2} E \cdot dS = E \cdot S = E \cdot \pi r^2$$

$$\iint_{S_3} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_3} \vec{E} \cdot \vec{n}_{ext 3} \cdot dS = 0 \text{ car } \vec{E} \perp \vec{n}_{ext 3}$$

$$\text{De plus : } Q_{int} = \sigma_0 \cdot \pi r^2$$

$$\text{On obtient : } 2E \cdot \pi r^2 = \frac{\sigma_0 \cdot \pi r^2}{\epsilon_0} \text{ d'où : } E = \frac{\sigma_0}{2\epsilon_0}$$

Conclusion : $\vec{E}(M) = \frac{\sigma_0}{2\epsilon_0} \cdot \vec{u}_z \quad \text{pour } z > 0$

$$\vec{E}(M) = -\frac{\sigma_0}{2\epsilon_0} \cdot \vec{u}_z \quad \text{pour } z < 0$$

12) On donne l'expression du champ électrostatique dans tout l'espace pour un plan infini chargé $(0, x, y)$ (résultat question précédente) :

$$\vec{E}(M) = \frac{\sigma_0}{2\epsilon_0} \cdot \vec{u}_z \quad \text{pour } z > 0$$

$$\vec{E}(M) = -\frac{\sigma_0}{2\epsilon_0} \cdot \vec{u}_z \quad \text{pour } z < 0$$

Pour le condensateur plan ci-contre, déterminer le champ $\vec{E}(M)$ dans tout l'espace, l'évolution de potentiel $V(M)$ entre les deux armatures et déterminer la capacité du condensateur.

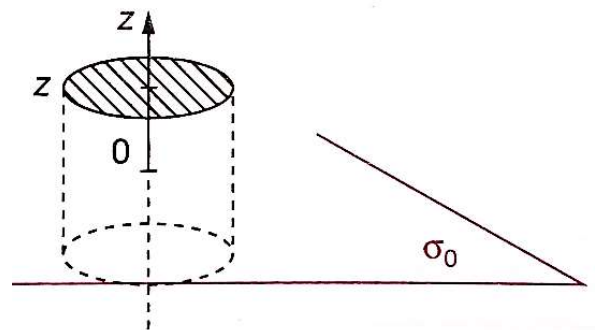
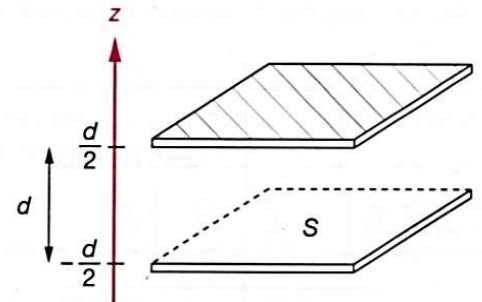
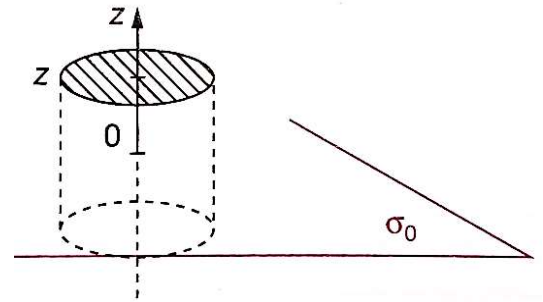
Données :

S = surface des armatures

d = distance entre les armatures

σ : densité surfacique de charges sur l'armature supérieure

$-\sigma$: densité surfacique de charges sur l'armature inférieure



$Q = \sigma.S$: Charge armature supérieure

Principe de superposition

- Pour $z > \frac{d}{2}$:

Champ $\vec{E}_1$ créé par l'armature supérieure :

$$\vec{E}_1(M) = +\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \vec{u}_z$$

Champ $\vec{E}_2$ créé par l'armature inférieure :

$$\vec{E}_2(M) = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \vec{u}_z$$

$$\Rightarrow \text{Champ total : } \vec{E}(M) = \vec{E}_1(M) + \vec{E}_2(M) = \vec{0}$$

- Pour $z < \frac{d}{2}$:

Champ $\vec{E}_1$ créé par l'armature supérieure :

$$\vec{E}_1(M) = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \vec{u}_z$$

Champ $\vec{E}_2$ créé par l'armature inférieure :

$$\vec{E}_2(M) = +\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \vec{u}_z$$

$$\Rightarrow \text{Champ total : } \vec{E}(M) = \vec{E}_1(M) + \vec{E}_2(M) = \vec{0}$$

- Entre les armatures : pour $-\frac{d}{2} < z < \frac{d}{2}$

Champ $\vec{E}_1$ créé par l'armature supérieure :

$$\vec{E}_1(M) = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \vec{u}_z$$

Champ $\vec{E}_2$ créé par l'armature inférieure :

$$\vec{E}_2(M) = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \vec{u}_z$$

$$\Rightarrow \text{Champ total : } \vec{E}(M) = \vec{E}_1(M) + \vec{E}_2(M) = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0} \vec{u}_z$$

Potentiel électrostatique

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}(V) = -\frac{\partial V}{\partial z} \vec{u}_z = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0} \vec{u}_z$$

Par intégration : $V(M) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} z + cte$

Tension

$$U = V\left(\frac{d}{2}\right) - V\left(-\frac{d}{2}\right) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d = \frac{Qd}{\varepsilon_0 S}$$

Capacité du condensateur

$$Q = C \cdot U = \frac{\varepsilon_0 S}{d} U \text{ d'où :}$$

$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}, \text{ capacité du condensateur plan, en farads (F)}$

Puis : de 1 à 2 exercices proposés par le colleur.

Programme ATS

Notions et contenus	Capacités exigibles
4. Électrostatique du vide	
Description et effets électriques d'une accumulation de charges statiques	Définir et utiliser une fonction densité volumique, surfacique ou linéique de charges. Définir le champ électrostatique à l'aide de la force électrostatique ressentie par une charge ponctuelle d'essai placée dans le champ électrostatique d'une autre distribution. Citer quelques ordres de grandeurs de champs électriques. Énoncer le principe de Curie. Repérer les symétries et invariances d'une distribution. Définir la notion de ligne de champ électrostatique et prévoir la topographie des lignes de champ associées à une charge ponctuelle, un cylindrique infini, un plan infini uniformément chargés et une sphère chargée uniformément.
Équation de Maxwell-Gauss, théorème de Gauss et équation de Maxwell-Faraday de la statique	Énoncer l'expression du champ créé par une charge ponctuelle. Énoncer le théorème de Gauss et le relier à l'équation de Maxwell-Gauss. Utiliser le théorème de Gauss pour calculer un champ électrostatique créé par une distribution présentant un haut degré de symétrie (plan, cylindre, sphère). Énoncer l'équation de Maxwell-Faraday de la statique et justifier l'existence du potentiel électrostatique. Justifier les propriétés des lignes de champ électrostatique.
Conducteur en équilibre électrostatique	Énoncer les propriétés d'un conducteur en équilibre électrostatique. Énoncer le théorème de Coulomb et les relations de passage du champ électrostatique.
Le condensateur	Établir l'expression de la capacité d'un condensateur plan dans le vide en négligeant les effets de bords. Établir l'expression de la capacité linéique d'un condensateur cylindrique dans le vide en négligeant les effets de bords. Définir la notion de densité volumique d'énergie électrique à l'aide de l'exemple du condensateur plan. Mettre en œuvre un dispositif expérimental permettant de mesurer l'énergie emmagasinée par un condensateur.