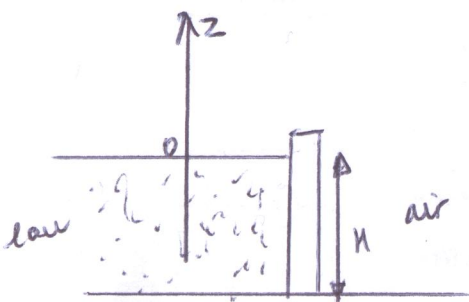


Exercice 6 : Barrage



a) d'après le principe fondamental de l'hydrostatique :

$$\underline{P(z) - P(0) = -\rho g(z - 0) = -\rho g z} \quad \text{d'où } \underline{P(z) = P(0) - \rho g z} \quad (z < 0)$$

b) Par définition de la force pressante : $d\vec{F} = p d\vec{S}$
par projection sur l'axe (Oz) : $dF = p dS = p(z) L dz$

$$\underline{dF = (P(0) - \rho g z) L dz}$$

c) Force totale exercée sur l'eau :

$$\begin{aligned} F_{\text{Totale}} &= \int_{-H}^0 dF = \int_{-H}^0 (P(0) - \rho g z) L dz \\ &= L \int_{-H}^0 P(0) dz - \rho g L \int_{-H}^0 z dz \end{aligned}$$

$$\underline{F_{\text{Totale}} = LH P(0) - \rho g L \left[\frac{z^2}{2} \right]_{-H}^0 = \underbrace{P(0) LH}_{\text{Force due à la pression atmosphérique (côté eau)}} + \underbrace{\rho g L \frac{z^2}{2}}_{\text{Force due à l'eau du barrage}}$$

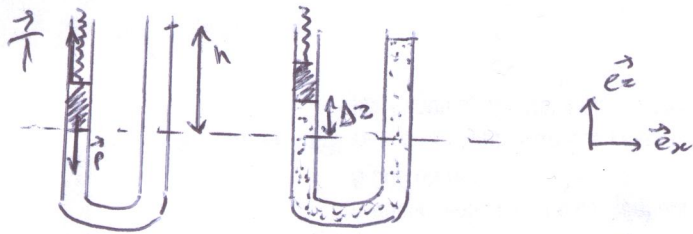
Force due à la pression atmosphérique (côté eau)

Force due à l'eau du barrage

↓
c'est aussi (par compensation du côté droit du barrage)

la résultante des forces qui s'exerce sur le barrage.

Exercice 11 : Ressort et tube en U.



1) Def : le ressort supporte un système étudié : bouchon

BAME : $\vec{P}$: poids du bouchon

$\vec{T}$: tension du ressort (force de rappel)

À l'équilibre
PFS : $\vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$

En projetant sur l'axe (oz)

$$-mg + k\Delta l_0 = 0$$

$$\Delta l_0 = \frac{mg}{k} \quad (1)$$

2) BAME : $\vec{P}$: poids du bouchon

$\vec{T}'$: tension du ressort.

$\vec{F}_p$: force pressante due au liquide

$\vec{F}_a$: force pressante due à l'air (prédominant cette force n'était pas prise en compte car elle se compensait).

$$\text{PFS : } \vec{P} + \vec{T}' + \vec{F}_p + \vec{F}_a = \vec{0}$$

En projetant sur l'axe (oz)

$$-mg + k\Delta l + pS - p_{atm}S$$

$$\text{avec } \Delta l = \Delta l_0 - \Delta z \quad - \text{En remplaçant } \frac{mg}{k} \text{ par } \Delta l_0 \quad (1)$$

$$\text{d'où } pS - p_{atm}S = k\Delta z \quad (2)$$

3) D'après le principe fondamental de l'hydrostatique :

$$p - p_{atm} = -\rho g (\Delta z - h)$$

$$p = p_{atm} + \rho g (h - \Delta z)$$

$$p - p_{atm} = \rho g (h - \Delta z)$$

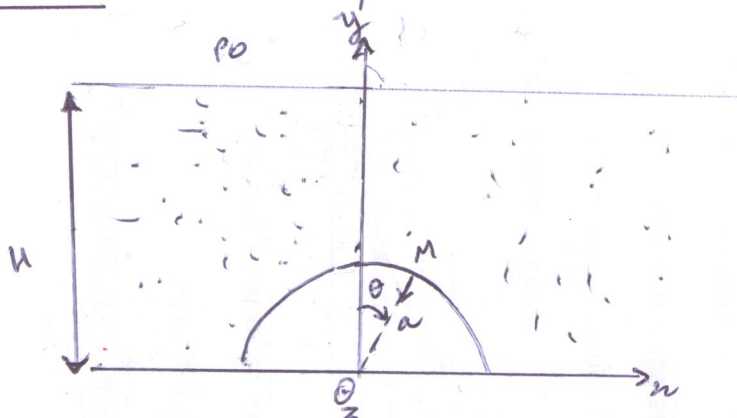
$$\text{dans (2) on obtient : } \rho g S (h - \Delta z) = k\Delta z$$

$$\boxed{\rho = \frac{k\Delta z}{gS(h - \Delta z)}}$$

$$\text{AN : } \rho = \frac{30 \times 10^{-2}}{9,81 \times \frac{\pi (2 \cdot 10^{-2})^2}{4} \times (10,7 - 1) \times 10^{-2}}$$

$$= 1004 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

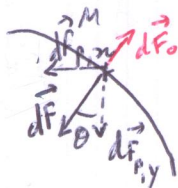
Exercice 12: Tunnel d'aquarium



1) d'après le principe fondamental de l'hydrostatique (dans l'eau).

$$p(y) = p_0 = -\rho g(y-H) \rightarrow p(y) = p_0 - \rho g(y-H)$$

2) Au point M:



$$d\vec{F} = d\vec{F}_{p,n} + d\vec{F}_{p,y}$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$f(\theta)\vec{e}_n \quad -g(n)\vec{e}_y$$

par symétrie $f(-\theta) = -f(\theta)$ - A chaque valeur de θ , il existe deux forces suivant $\vec{e}_n$ qui vont se compenser par symétrie suivant l'axe (oy).

Il ne reste donc que la composante suivant $-\vec{e}_y$.

3) $dF_{p,y} = dF \times \cos\theta$ (projection sur (oy))

$$= -p(y) ds \times \cos\theta$$

$$= -p(y) a d\theta dz \times \cos\theta$$



or $y = a \cos\theta$.

$$dF_{p,y} = [p_0 - \rho g(y-H)] a d\theta dz \cos\theta$$

$$= \underbrace{-p_0 a d\theta dz \cos\theta}_{\text{composante compensée par } dF_0} + \rho g (a \cos\theta - H) a d\theta dz \cos\theta$$

composante compensée par dF_0

$$dF_{p,y} = (\rho g a^2 \cos^2\theta - \rho g H a \cos\theta) d\theta dz$$

Exercice 12 (suite).

$$\text{or } \cos^2 \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$$

$$\text{donc } dF_{p,y} = \left(\frac{1}{2} \rho g a^2 + \frac{1}{2} \rho g a^2 \cos 2\theta - \rho g H a \cos \theta \right) d\theta dz$$

4) Résultante des forces présentes.

on intègre θ entre $-\pi/2$ et $\pi/2$, et z entre 0 et L , cette expression donne alors :

$$\int_0^L \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1}{2} \rho g a^2 d\theta dz = \frac{1}{2} \rho g a^2 L \pi$$

$$\int_0^L \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1}{2} \rho g a^2 \cos 2\theta d\theta dz = \frac{1}{2} \rho g a^2 L \left[\frac{\sin 2\theta}{2} \right]_{-\pi/2}^{\pi/2} = 0$$

$$\int_0^L \int_{-\pi/2}^{\pi/2} -\rho g H a \cos \theta d\theta dz = -\rho g H a L \left[\sin \theta \right]_{-\pi/2}^{\pi/2}$$

$$\text{donc } F_{p,y} = \frac{1}{2} \rho g a^2 \pi L - 2 \rho g H a L$$

$$\underline{F_{p,y} = \rho g a L \left(\frac{\pi a}{2} - 2H \right)}$$

$$\underline{\text{AN: } F_{p,y} = 1000 \times 9,81 \times 3 \times 18 \left(\frac{\pi \times 3}{2} - 2 \times 8 \right) = -5,98 \cdot 10^6 \text{ N}}$$