

CPGE ATS

Programme de colles – Semaine 23 (6 au 10 avril 2026)

Chapitres étudiés et questions de cours :

EM3 : Ondes électromagnétiques

M5 : Ondes mécaniques transversales

Réponses attendues en bleu ou manuscrit.

1^{ère} question de cours : questions 1 à 12

2^{ème} question de cours : questions 13 à 19

- 1) Donner le modèle mathématique d'une onde plane progressive se propageant à la célérité c dans le sens des x croissants.

$$y(x, t) = F(x - ct) \quad \text{avec } F \text{ fonction quelconque}$$

Pour $t = 0$, $y(x, 0) = F(x)$

La fonction F correspond à la représentation spatiale à $t = 0$.

Autre expression :

$$y(x, t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right) \quad \text{avec } f \text{ fonction quelconque}$$

Pour $x = 0$, $y(0, t) = f(t)$

La fonction f correspond à la représentation temporelle en $x = 0$.

- 2) Donner le modèle mathématique d'une onde plane progressive se propageant à la célérité c dans le sens des x décroissants.

$$y(x, t) = G(x + ct) \quad \text{avec } G \text{ fonction quelconque}$$

Pour $t = 0$, $y(x, 0) = G(x)$

La fonction G correspond à la représentation spatiale à $t = 0$.

Autre expression :

$$y(x, t) = g\left(t + \frac{x}{c}\right) \quad \text{avec } g \text{ fonction quelconque}$$

Pour $x = 0$, $y(0, t) = g(t)$

La fonction g correspond à la représentation temporelle en $x = 0$.

- 3) Donner le modèle mathématique d'une Onde Progressive Harmonique OPH y de pulsation ω se propageant à la célérité c dans la direction x . Définir les différents termes.

$$y(x, t) = Y_m \cos(\omega t \pm kx + \varphi)$$

$Y_m > 0$ est l'amplitude de l'onde

$\omega > 0$ est la pulsation de l'onde (rad.s⁻¹)

$k > 0$ est la norme du vecteur d'onde (rad.m⁻¹)

φ est la phase à l'origine (rad)

- 4) Donner les caractéristiques de la « double périodicité » de l'OPH $y(x, t) = Y_m \cos[\omega t \pm kx + \varphi]$.

L'OPH $Y_m \cos[\omega t \pm kx + \varphi]$ est une fonction « doublement sinusoïdale » :

- A x fixé, elle est une fonction sinusoïdale de t (représentation temporelle = chronogramme), de **pulsation temporelle ω** .
- A t fixé, elle est une fonction sinusoïdale de x (représentation spatiale = photo), de **pulsation spatiale k** .

L'OPH possède donc une **double périodicité**, spatiale et temporelle.

	Pulsation	Fréquence	Période
Temporel	ω	f	T
Spatial	$k = \frac{\omega}{c}$	$\sigma = \frac{f}{c}$	$\lambda = \frac{c}{f} = cT$

- 5) Donner le modèle mathématique d'une Onde Stationnaire Harmonique (OSH).

Forme mathématique générale d'une **Onde Stationnaire Harmonique (OSH)** :

$$y(x, t) = Y_m \cos(\omega t + \varphi) \cos(kx + \psi)$$

Pour une Onde Stationnaire Harmonique (OSH), les termes dépendant du temps $\cos(\omega t + \varphi)$ et de l'espace $\cos(kx + \psi)$ sont **découplés**, contrairement à l'OPH.

Le terme $Y_m |\cos(kx + \psi)|$ représente l'amplitude de vibration locale en x .

- 6) Donner les 4 équations de Maxwell dans le vide en l'absence de charges ($\rho = 0$) et de courants ($\vec{j} = \vec{0}$) :

$$\text{Maxwell Gauss : } \text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0 \quad (1)$$

$$\text{Maxwell Faraday : } \text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\text{Maxwell Thomson : } \text{div} \vec{B} = 0 \quad (3)$$

$$\text{Maxwell Ampère : } \text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (4)$$

- 7) Cas d'une Onde Plane Progressive Harmonique OPPH (= une seule fréquence) ou Monochromatique OPPM (= une seule couleur), avec propagation selon l'axe x , dans le sens des x croissants :

Ecrire mathématiquement $\vec{E}(M, t)$ et $\vec{B}(M, t)$.

Définir les différents termes introduits.

Onde Plane Progressive Harmonique (OPPH) :

$$\vec{E}(M, t) = \vec{E}(x, t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0) \quad \text{avec } E_0 = \text{cte}$$

$$\vec{B}(M, t) = \vec{B}(x, t) = \vec{B}_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0')$$

ω : pulsation temporelle (rad.s⁻¹)

$T = \frac{2\pi}{\omega}$: période temporelle (s)

φ_0, φ_0' : phases à l'origine des temps et des espaces (rad)

$k = \|\vec{k}\|$ avec $\vec{k} = \|\vec{k}\| \cdot \vec{n} = \|\vec{k}\| \cdot \vec{u}_x$ vecteur d'onde (m⁻¹) dans le sens de la propagation

$\lambda = \frac{2\pi}{k}$: période spatiale ou longueur d'onde (m)

- 8) Pour une Onde Plane Progressive Harmonique (OPPH) :

$$\vec{E}(M, t) = \vec{E}(x, t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx) \quad \text{avec } E_0 = \text{cte}$$

$$\vec{B}(M, t) = \vec{B}(x, t) = \vec{B}_0 \cos(\omega t - kx) \quad \text{avec } B_0 = \text{cte}'$$

Ecrire $\vec{E}(M, t), \vec{B}(M, t), \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \text{div} \vec{E}, \text{div} \vec{B}, \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E},$ et $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B}$ en notations complexes.

$$\underline{\vec{E}}(M, t) = \underline{\vec{E}}(x, t) = \underline{E}_0 \exp j(\omega t - kx)$$

$$\underline{\vec{B}}(M, t) = \underline{\vec{B}}(x, t) = \underline{B}_0 \exp j(\omega t - kx)$$

Dérivées temporelles :

$$\frac{\partial \underline{\vec{E}}}{\partial t} = j\omega \underline{\vec{E}}$$

$$\frac{\partial \underline{\vec{B}}}{\partial t} = j\omega \underline{\vec{B}}$$

Dérivées spatiales :

$$\text{div} \underline{\vec{E}} = -j\vec{k} \cdot \underline{\vec{E}}$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \underline{\vec{E}} = -j\vec{k} \wedge \underline{\vec{E}}$$

$$\text{div} \underline{\vec{B}} = -j\vec{k} \cdot \underline{\vec{B}}$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \underline{\vec{B}} = -j\vec{k} \wedge \underline{\vec{B}}$$

- 9) Onde électromagnétique : Quels sont les relations reliant \vec{B} à \vec{E} ?

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Ou : $\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega}$ dans le cas d'une OPPM

10) Définir le vecteur de Poynting et la puissance rayonnée par une onde électromagnétique.

Le **vecteur de Poynting** \vec{R} représente la densité surfacique de puissance rayonnée :

$$\vec{R} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \quad \text{Unité : W.m}^{-2}$$

La **puissance rayonnée** par le champ électromagnétique à travers une surface correspond au flux du vecteur de Poynting à travers cette surface :

$$P_{ray} = \iint_S \vec{R} \cdot \vec{dS} = \iint_S \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \cdot \vec{dS} \quad \text{Unité : W}$$

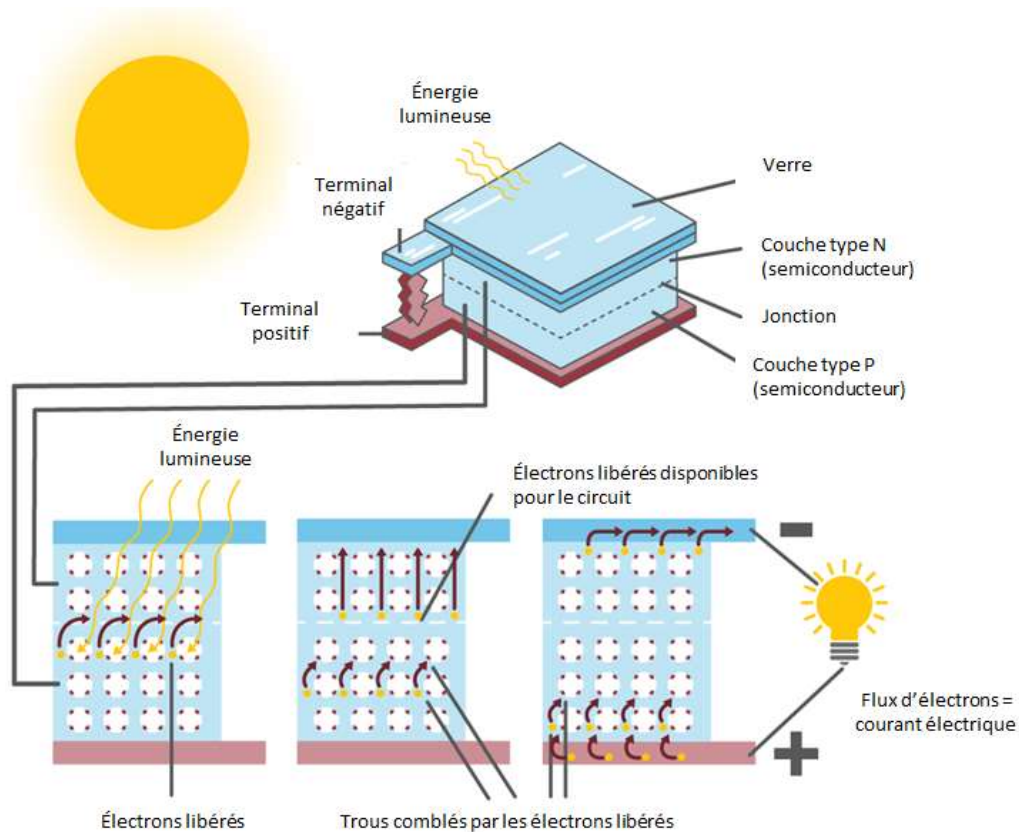
11) Donner le modèle mathématique d'une Onde Stationnaire Harmonique (OSH) électromagnétique.

$$\vec{E}_T(x, t) = 2E_{0i} \sin(\omega t) \sin(kx) \vec{u}_y$$

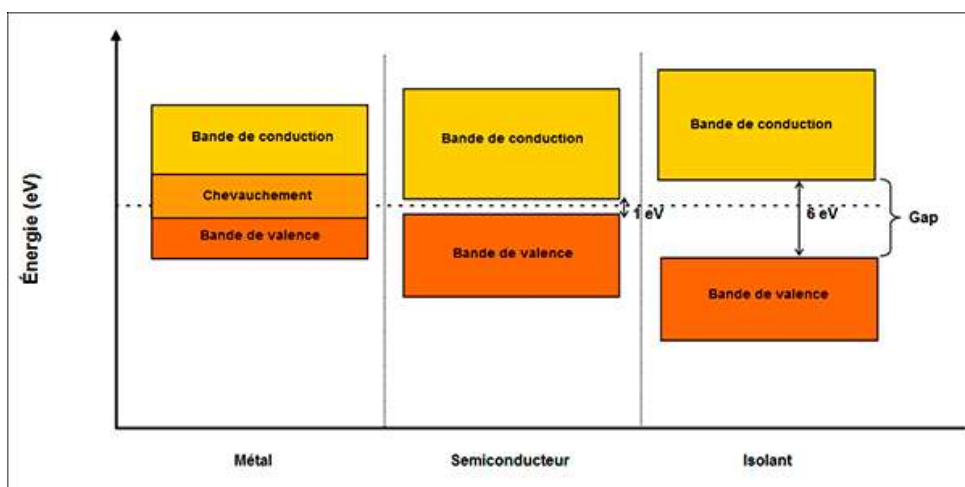
$$\vec{B}_T(x, t) = 2 \frac{E_{0i}}{c} \cos(\omega t) \cos(kx) \vec{u}_z$$

12) Décrire l'effet photovoltaïque : silicium Si (Z=14), bore B (Z=13), phosphore P (Z=15).

Le dopage d'une couche de silicium avec du phosphore engendre l'apparition d'électrons libres (couche N). Le dopage d'une couche de silicium engendre l'apparition de trous de charge positive (Couche P). La mise en contact de ces deux couches génère un champ électrique par migration des électrons libres (jonction PN) qui constitue ainsi une barrière infranchissable par les électrons produits par les photons irradiants l'intérieur de la couche N. Il y a accumulation d'électrons qui ne pourront se diriger vers la couche P que par un circuit électrique externe.



On pourra aussi s'appuyer sur ce schéma pour expliquer la conductivité d'un semi-conducteur.



13) Une Onde Progressive Harmonique mécanique se propage suivant les x croissants. Elle est définie par la fonction :

$$y(x, t) = Y_m \cos [\omega t - kx + \varphi]$$

Deux capteurs placés à 2 positions x_1 et $x_2 > x_1$ enregistrent 2 signaux $s_1(t)$ et $s_2(t)$.

- Exprimer les signaux $s_1(t)$ et $s_2(t)$.
- Identifier leur phase à l'origine, en déduire le déphasage $\Delta\varphi_{2/1}$ et l'exprimer en fonction de λ .
- Etablir une condition sur x_1 , x_2 et λ pour que les signaux soient en phase. Même question pour l'opposition de phase.

$$s_1(t) = Y_m \cos [\omega t - kx_1 + \varphi] \quad \text{Phase a l'origine : } \varphi_1 = -kx_1 + \varphi$$

$$s_2(t) = Y_m \cos [\omega t - kx_2 + \varphi] \quad \text{Phase a l'origine : } \varphi_2 = -kx_2 + \varphi$$

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{2/1} &= \varphi_2 - \varphi_1 = -kx_2 + \varphi + kx_1 - \varphi = -k(x_2 - x_1) = -\frac{\omega}{c}(x_2 - x_1) = -\frac{2\pi}{cT}(x_2 - x_1) \\ &= -\frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) \end{aligned}$$

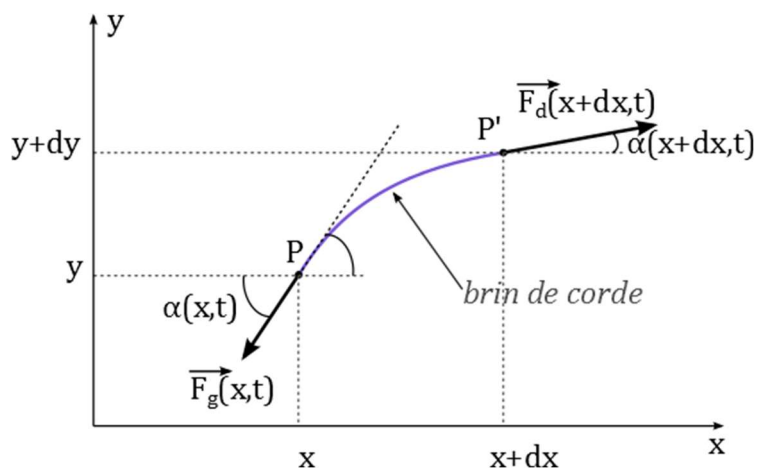
Signaux en phase : $\Delta\varphi_{2/1} = 2n\pi$ ou $-\frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) = 2n\pi$, on obtient : $x_1 - x_2 = n\lambda$

Signaux en opposition de phase :

$\Delta\varphi_{2/1} = 2(n + 1)\pi$, on obtient :

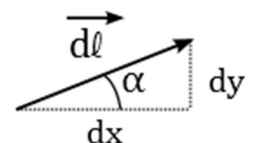
$$x_1 - x_2 = \frac{2n+1}{2}\lambda$$

14) Etablir l'équation de propagation d'une onde transversale sur une corde inextensible, sans raideur, homogène et tendue horizontalement.



Système étudié : Brin de corde compris entre les points P et P' , soit entre les abscisses x et $x + dx$, de longueur élémentaire $d\ell$ et de masse dm .

On a : $dx = d\ell \cos\alpha \approx d\ell$ (avec $\alpha \ll 1$), et $dm = \mu d\ell$ soit $dm \approx \mu dx$



Bilan des forces exercées sur le système :

- Tension du reste de la corde côté gauche : $\vec{F}_g(x, t) = -\vec{F}(x, t)$, en x

- Tension du reste de la corde côté droit, $\overrightarrow{F_d}(x + dx, t) = +\vec{F}(x + dx, t)$ en $x + dx$
- Le poids de la corde est négligé.

Relation fondamentale de la dynamique (seconde loi de Newton) dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen :

$$dm \vec{a} = \overrightarrow{F_g} + \overrightarrow{F_d}$$

soit, avec $dm = \mu dx$ avec μ masse linéique de la corde (kg.m^{-1})

$$\mu dx \vec{a} = -\vec{F}(x, t) + \vec{F}(x + dx, t)$$

En coordonnées cartésiennes, l'accélération \vec{a} s'écrit dans le cas général :

$$\vec{a} = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \vec{u}_x + \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \vec{u}_y + \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \vec{u}_z$$

Projection sur Ox de vecteur unitaire \vec{u}_x

Le mouvement étant par hypothèse considéré transversal (mouvement vertical seulement, pas de mouvement selon \vec{u}_x) :

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = 0$$

Projection de la relation issue du principe fondamental de la dynamique :

$$0 = -F(x, t) \cos(\alpha(x, t)) + F(x + dx, t) \cos(\alpha(x + dx, t))$$

soit dans l'approximation des petits angles, en limitant les calculs à l'ordre 1 (soit $\cos(\alpha) \approx 1$) :

$$0 = -F(x, t) + F(x + dx, t)$$

$$F(x, t) = F(x + dx, t)$$

La tension du fil est uniforme (indépendante de la position x le long de la corde).

$F(x, t) = F_0$, indépendante de x et t

Projection sur Oy de vecteur unitaire \vec{u}_y

$$\mu dx \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} = -F(x, t) \sin(\alpha(x, t)) + F(x + dx, t) \sin(\alpha(x + dx, t))$$

Soit avec $F(x, t) = F(x + dx, t) = F_0$

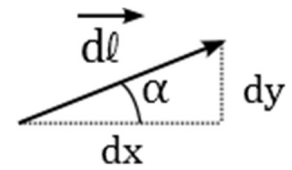
$$\mu dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -F_0 \sin(\alpha(x, t)) + F_0 \sin(\alpha(x + dx, t))$$

Dans l'approximation des petits angles, en limitant les calculs à l'ordre 1 (soit $\sin(\alpha) \approx \alpha$) :

$$\mu dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -F_0 \alpha(x, t) + F_0 \alpha(x + dx, t) = F_0 [\alpha(x + dx, t) - \alpha(x, t)]$$

Or $\alpha(x + dx, t) - \alpha(x, t) = \frac{\partial \alpha}{\partial x} dx$

D'où $\mu dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = F_0 \frac{\partial \alpha}{\partial x} dx$, soit $\mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = F_0 \frac{\partial \alpha}{\partial x}$



En remarquant que $\alpha \approx \tan \alpha \approx \frac{\partial y}{\partial x}$ est la pente de la corde, on a

$$\frac{\partial \alpha}{\partial x} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

Et on obtient une équation qui régit l'évolution de la déformation de la corde $y(x, t)$:

$$\mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = F_0 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

Equation d'onde de d'Alembert :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{\mu}{F_0} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$$

Célérité de l'onde : $c = \sqrt{\frac{F_0}{\mu}}$ en $m \cdot s^{-1}$.

15) Soit une onde stationnaire modélisée par la fonction suivante :

$$y(x, t) = A \cos(\omega t) \cos(kx)$$

- Définir l'amplitude locale de vibration $A(x)$.
- En déduire la position des ventres de vibration en fonction de la longueur d'onde λ et d'un nombre entier n . Quelle distance sépare 2 ventres ?
- Même question pour les nœuds de vibration. Quelle distance sépare 2 nœuds ?
- Quelle distance sépare un ventre et un nœud ?

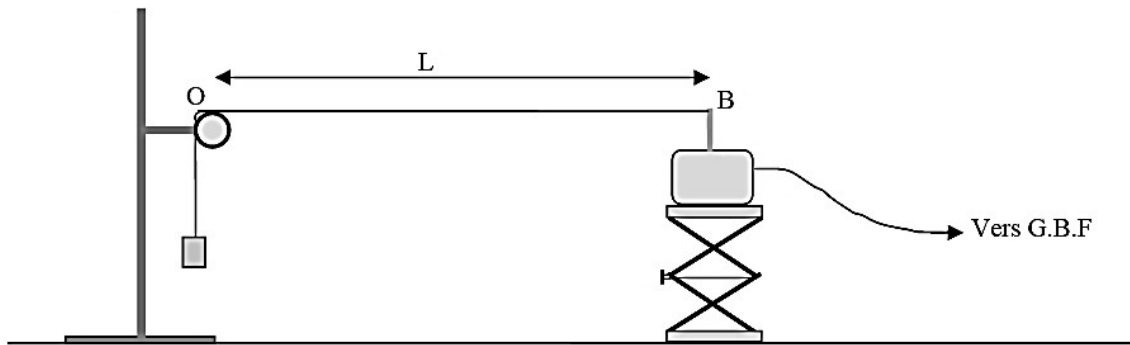
a) $A(x) = A |\cos(kx)|$

b) Ventre : $|\cos(kx)| = 1$ ou $\cos(kx) = \pm 1$ ou $kx = n\pi$, on obtient $x = \frac{n\pi}{k} = \frac{n\pi c}{\omega} = \frac{n\pi c T}{2\pi} = \frac{n\lambda}{2}$; deux ventres séparés par $\frac{\lambda}{2}$.

c) Nœud : $|\cos(kx)| = 0$ ou $\cos(kx) = 0$ ou $kx = \frac{\pi}{2} + n\pi$, on obtient $x = \frac{\pi}{2k} + \frac{n\pi}{k} = \frac{(2n+1)\lambda}{2}$; deux nœuds séparés par $\frac{\lambda}{2}$.

d) Un ventre et un nœud séparés par $\frac{\lambda}{4}$.

16) Modes propres retrouver les modes propres de la corde de Melde.



Hypothèse : la corde est soumise à une onde stationnaire d'écriture mathématique :

$$y(x, t) = A \cos(\omega t + \varphi) \cos(kx + \psi)$$

On utilise les conditions aux limites (CL) :

- CL 1 : L'amplitude de vibration est nulle au niveau de la poulie en O : le point d'abscisse $x = 0$ est un nœud :

$$y(0, t) = A \cos(\omega t + \varphi) \cos(\psi) = 0 \quad \forall t$$

$$\cos(\psi) = 0$$

$$\psi = \frac{\pi}{2} + n\pi$$

- CL 2 : L'amplitude de vibration est négligeable au niveau du vibreur en B : le point d'abscisse $x = L$ est un nœud :

$$y(L, t) = A \cos(\omega t + \varphi) \cos(kL + \psi) = 0 \quad \forall t$$

$$\cos(kL + \psi) = 0$$

$$\cos\left(Lx + \frac{\pi}{2} + n\pi\right) = 0$$

$$kL + \frac{\pi}{2} + n\pi = \frac{\pi}{2} + n'\pi$$

$$kL = (n' - n)\pi = N\pi$$

$$k = k_N = \frac{N\pi}{L}$$

En utilisant $k = \frac{\omega}{c}$ ou $\omega = k \cdot c$, on obtient :

$$\omega_N = \frac{N \cdot \pi \cdot c}{L}$$

Pour la corde le Melde, les **modes propres** N sont quantifiés par un entier N positif :

Ils s'écrivent mathématiquement :

$$y_N(x, t) = A \cos(\omega_N t + \varphi_N) \cos(k_N x + \psi_N) \quad \text{ou :}$$

$$y_N(x, t) = A \cos\left(\frac{N\pi c}{L}t + \varphi_N\right) \cos\left(\frac{N\pi}{L}x + \frac{\pi}{2}\right)$$

17) Etablir l'équation de d'Alembert ou de propagation de \vec{E} dans le vide.

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E}) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}\vec{E}) - \vec{\Delta}(\vec{E}) \quad (5) \quad (\text{fourni})$$

$\vec{\Delta}(\vec{E}) = \vec{\nabla}^2(\vec{E})$ Laplacien vectoriel de \vec{E} (voir Analyse Vectorielle) :

Laplacien vectoriel $\Delta \vec{A}$	s'applique à un vecteur retourne un vecteur	$\begin{cases} \Delta A_x = \frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} \\ \Delta A_y = \frac{\partial^2 A_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial z^2} \\ \Delta A_z = \frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} \end{cases}$	Rq : on trouve parfois la notation $\vec{\Delta} \vec{A}$, qui insiste sur le fait que le laplacien vectoriel retourne un vecteur.
------------------------------------------------	----------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

$$\text{Maxwell Faraday : } \overrightarrow{\text{rot}}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\text{Maxwell Ampère : } \overrightarrow{\text{rot}}\vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (4)$$

$$(2) \Rightarrow \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E}) = \overrightarrow{\text{rot}}\left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}(\overrightarrow{\text{rot}}\vec{B}) = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

On a aussi :

En l'absence de charges :

$$(5) \Rightarrow \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E}) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}\vec{E}) - \vec{\Delta}(\vec{E}) = \overrightarrow{\text{grad}}(0) - \vec{\Delta}(\vec{E}) = -\vec{\Delta}(\vec{E})$$

D'où :

$$-\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\vec{\Delta}(\vec{E})$$

$$\vec{\Delta}(\vec{E}) - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} \quad \text{ou} \quad \vec{\Delta}(\vec{E}) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$$

avec $\mu_0 \varepsilon_0 c^2 = 1$ avec c célérité (vitesse) de la lumière dans le vide ($c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$)

18) Etablir l'équation de d'Alembert ou de propagation de \vec{B} dans le vide.

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}\vec{B}) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}\vec{B}) - \vec{\Delta}(\vec{B}) = -\vec{\Delta}(\vec{B}) \quad (\text{fourni})$$

$\vec{\Delta}(\vec{B}) = \vec{\nabla}^2(\vec{B})$ Laplacien vectoriel de \vec{B} (voir Analyse Vectorielle) :

Laplacien vectoriel $\Delta \vec{A}$	s'applique à un vecteur retourne un vecteur	$\begin{cases} \Delta A_x = \frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} \\ \Delta A_y = \frac{\partial^2 A_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial z^2} \\ \Delta A_z = \frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} \end{cases}$	Rq : on trouve parfois la notation $\vec{\Delta} \vec{A}$, qui insiste sur le fait que le laplacien vectoriel retourne un vecteur.
-----------------------------------------	----------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

$$\text{Maxwell Faraday : } \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\text{Maxwell Ampère : } \overrightarrow{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (4)$$

$$(4) \Rightarrow \overrightarrow{\text{rot}} (\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B}) = \overrightarrow{\text{rot}} \left(\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}) = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

On a aussi :

D'où :

$$-\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = -\vec{\Delta}(\vec{B})$$

$$\vec{\Delta}(\vec{B}) - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = \vec{0} \quad \text{ou} \quad \vec{\Delta}(\vec{B}) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = \vec{0}$$

avec $\mu_0 \epsilon_0 c^2 = 1$ avec c célérité (vitesse) de la lumière dans le vide ($c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$)

19) Montrer que le champ $\vec{B}(M, t) = \vec{B}(x, t) = \vec{B}_0 \cos(\omega t - kx) = B_0 \cos(\omega t - kx) \vec{u}_z$ associé à une OPPM vérifie l'équation de d'Alembert

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = 0 \text{ et suppose une relation entre } k, \omega \text{ et } c.$$

$$\vec{B}(M, t) = \vec{B}(x, t) = \vec{B}_0 \cos(\omega t - kx) = B_0 \cos(\omega t - kx) \vec{u}_z$$

$$B(x, t) = B_0 \cos(\omega t - kx)$$

Grandeur complexe temporelle associée : $\underline{B}(x, t) = B_0 \exp(j\omega t - kx)$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial \underline{B}}{\partial x} = -jk \underline{B} \text{ et } \frac{\partial^2 \underline{B}}{\partial x^2} = -k^2 \underline{B}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial \underline{B}}{\partial t} = j\omega \underline{B} \text{ et } \frac{\partial^2 \underline{B}}{\partial t^2} = -\omega^2 \underline{B}$$

\underline{B} vérifie l'équation de d'Alembert :

$$\frac{\partial^2 \underline{B}}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \underline{B}}{\partial t^2} = 0$$

$$-k^2 \underline{B} + \frac{\omega^2}{c^2} \underline{B} = 0$$

$$\underline{B} \left(-k^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \underline{B}(x, t) = 0 \text{ ou } -k^2 + \frac{\omega^2}{c^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{k = \pm \frac{\omega}{c} \text{ Relation de structure}}$$

Puis : de 1 à 2 exercices proposés par le colleur.

Programme ATS

11. Propagation unidimensionnelle d'un signal	
<p>Ondes de tension et de courant dans un câble coaxial.</p> <p>Équation de d'Alembert unidimensionnelle.</p>	<p>Établir les équations de propagation vérifiées par l'intensité du courant et la tension dans un câble coaxial sans pertes modélisé comme un milieu continu caractérisé par une inductance linéique et une capacité linéique.</p>
<p>Ondes progressives solutions de l'équation de d'Alembert.</p> <p>Retard temporel, célérité.</p> <p>Forme générale des solutions de l'équation de d'Alembert.</p>	<p>Prévoir, dans le cas d'une onde progressive, l'évolution temporelle du signal à position fixée, et son évolution spatiale à un instant donné.</p> <p>Exprimer la célérité en fonction des caractéristiques d'un câble coaxial.</p>
<p>Vibrations transversales d'une corde tendue.</p>	<p>Exprimer la célérité en fonction des paramètres de la corde à partir de l'équation de propagation fournie.</p>
<p>Onde progressive sinusoïdale : phase, double périodicité spatiale et temporelle.</p>	<p>Citer quelques ordres de grandeur de fréquences dans les domaines mécaniques et électromagnétiques et citer des applications associées.</p> <p>Établir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la célérité.</p> <p>Mesurer la longueur d'onde et la célérité d'une onde progressive sinusoïdale.</p>
<p>Ondes stationnaires.</p> <p>Superposition de deux ondes progressives sinusoïdales de même amplitude se propageant dans des sens opposés.</p> <p>Structure de l'onde résultante : nœuds et ventres.</p>	<p>Déterminer les positions des nœuds et des ventres d'une onde stationnaire en fonction de sa longueur d'onde.</p>
12 Propagation des ondes électromagnétiques dans le vide	
<p>Force de Lorentz.</p> <p>Formes locales des équations de Maxwell dans le vide.</p>	<p>Simplifier les équations de Maxwell, fournies et admises, dans une zone de l'espace sans charges ni courants.</p> <p>Identifier les équations qui font apparaître un couplage entre les champs électrique et magnétique.</p> <p>Identifier et interpréter qualitativement les équations qui font apparaître un couplage entre les champs électrique ou magnétique et les distributions de charges ou de courant.</p>
<p>Équation de propagation des champs électrique et magnétique dans le vide.</p> <p>Cas des ondes planes.</p>	<p>Exprimer la célérité des ondes électromagnétiques en fonction des constantes fondamentales à partir de l'équation de propagation fournie.</p> <p>Montrer que l'équation de propagation des champs électrique et magnétique se ramène à une équation de d'Alembert unidimensionnelle dans le cas d'une onde plane.</p>
<p>Onde électromagnétique plane progressive monochromatique polarisée rectilignement.</p> <p>Vecteur d'onde, longueur d'onde.</p>	<p>Démontrer la relation de dispersion de l'onde.</p> <p>Exploiter l'expression du champ électrique d'une onde plane progressive monochromatique polarisée rectilignement pour identifier la direction de propagation et la direction de polarisation.</p>

<p>Spectre des ondes électromagnétiques.</p>	<p>Identifier en ordre de grandeur les intervalles en fréquence ou en longueur d'onde des domaines : ondes radio, infra-rouge, visible, ultra-violets, rayons X, rayons gamma.</p>
<p>Caractère transverse des champs.</p> <p>Relation entre le champ électrique, le champ magnétique et le vecteur d'onde d'une onde plane progressive monochromatique (relation de structure).</p>	<p>Démontrer le caractère transverse des champs électrique et magnétique dans le cas d'une onde plane.</p> <p>Établir la relation de structure dans le cas d'une onde plane progressive monochromatique polarisée rectilignement.</p> <p>Exploiter la relation de structure pour déterminer le champ électrique connaissant le champ magnétique, ou réciproquement, pour une onde plane progressive monochromatique.</p>
<p>Densité volumique d'énergie électromagnétique et vecteur de Poynting.</p> <p>Équation locale de Poynting dans le vide.</p> <p>Puissance surfacique moyenne transportée par l'onde.</p>	<p>Exprimer la puissance rayonnée à travers une surface à l'aide du vecteur de Poynting.</p> <p>Associer la direction du vecteur de Poynting et la direction de propagation de l'onde.</p> <p>Citer quelques ordres de grandeurs de puissance surfacique moyennes transportées par une onde électromagnétique (laser hélium-néon, flux solaire).</p> <p>Établir l'équation locale de Poynting unidimensionnelle pour une onde plane polarisée rectilignement dans une zone de l'espace sans charges ni courants.</p> <p>Admettre son expression la plus générale dans une zone de l'espace sans charges ni courants. Par analogie avec d'autres équations locales de conservation, faire le lien avec la conservation de l'énergie électromagnétique dans le vide.</p>
<p>Conversion d'énergie électromagnétique en énergie électrique.</p>	<p>Décrire l'effet photovoltaïque.</p> <p>À partir de la caractéristique courant-tension d'une cellule photovoltaïque, déterminer les valeurs de la tension et du courant qui maximisent la puissance électrique fournie. Déterminer la valeur du rendement maximum, les données nécessaires étant fournies.</p>