

## Calcul matriciel

### Matrices : opération et propriétés

Ensemble des matrices à  $n$  lignes et  $p$  colonnes à coefficients dans  $\mathbb{K}$ .

Somme de deux matrices. Multiplication par un scalaire.

Produit de deux matrices.

Transposition.

Notation  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

### Matrices carrées

Matrices carrées remarquables : diagonales, triangulaires, matrice unité.

Formule du binôme.

Matrice carrée inversible. Inverse.

Groupe linéaire  $GL_n(\mathbb{K})$ .

Inverse du produit de matrices inversibles.

### Exercices

**Exercice 1.** Soient  $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$  et  $B = A - I_2$ .

Calculer  $B^2$ .

Soit  $n \in \mathbb{N}$ . Justifier que la formule du binôme s'applique pour calculer  $(B + I_2)^n$  puis expliciter  $A^n$ .

**Exercice 2.** Soit  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ .

Calculer  $A^2 + A$ .

En déduire que  $A$  est inversible et donner  $A^{-1}$ .

**Exercice 3.** Montrer que  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  est inver-

sible et déterminer  $A^{-1}$ .

**Exercice 4.** Soient  $A$  et  $B$  deux matrices carrées d'ordre  $n$  supposées inversibles.

Justifier que  $AB$  est inversible, et montrer que  $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ .