

Calcul matriciel

Matrices : opération et propriétés

Ensemble des matrices à n lignes et p colonnes à coefficients dans \mathbb{K} .

Somme de deux matrices. Multiplication par un scalaire.

Produit de deux matrices.

Transposition.

Notation $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.

Matrices carrées

Matrices carrées remarquables : diagonales, triangulaires, matrice unité.

Formule du binôme.

Matrice carrée inversible. Inverse.

Groupe linéaire $GL_n(\mathbb{K})$.

Inverse du produit de matrices inversibles.

Exercices

Exercice 1. Soient $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ et $B = A - I_2$.

Calculer B^2 .

Soit $n \in \mathbb{N}$. Justifier que la formule du binôme s'applique pour calculer $(B + I_2)^n$ puis expliciter A^n .

Exercice 2. Soit $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Calculer $A^2 + A$.

En déduire que A est inversible et donner A^{-1} .

Exercice 3. Montrer que $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ est inver-

sible et déterminer A^{-1} .

Exercice 4. Soient A et B deux matrices carrées d'ordre n supposées inversibles.

Justifier que AB est inversible, et montrer que $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.