Suites numériques

Modes de définition d'une suite.
Suites arithmétiques et géométriques.
Opérations.
Monotonie, stricte monotonie.
Suites minorées, majorées, bornées.

La notion de suite extraite n'est pas exigible.
Les suites arithmético-géométriques ne font pas l'objet d'un cours.

Une suite (u_n) est bornée si et seulement si $(|u_n|)$ est majorée.

Limite finie ou infinie d'une suite. Unicité de la limite.
Suite convergente, suite divergente.
Toute suite convergente est bornée.
Opérations sur les limites de suites : somme, multiplication par un scalaire, produit, inverse.
Passage à la limite dans une inégalité.
Théorème de convergence par encadrement.
Divergence par comparaison : si (u_n) tend vers $+\infty$ et si, pour tout n, on a $u_n \leq v_n$, alors (v_n) tend vers $+\infty$.
Théorème de la limite monotone.
Théorème des suites adjacentes.
Relations de comparaison : équivalence, négligeabilité.
Croissances comparées des suites usuelles : $\ln^{\beta}(n)$, n^{α}, γ^n et $n!$.
Propriétés conservées par équivalence : signe, limite.

Notations $u_n \to \ell$, $\lim u_n$.

Énoncé analogue pour des suites tendant vers $-\infty$.

Équivalence entre $u_n \sim v_n$ et $u_n - v_n = \mathrm{o}(v_n)$.

Séries numériques

Série à termes réels ou complexes : sommes partielles ; convergence ou divergence ; en cas de convergence, somme et restes.
Linéarité de la somme.
Le terme général d'une série convergente tend vers 0.
Séries géométriques : sommes partielles, condition nécessaire et suffisante de convergence, valeur de la somme en cas de convergence.
Pour $z \in \mathbb{C}$, convergence et somme de la série de terme général $z^n/n!$.
Une suite (a_n) converge si et seulement si la série $\sum (a_{n+1} - a_n)$ converge.

Une série à termes positifs converge si et seulement si la suite de ses sommes partielles est majorée.
Si (u_n) et (v_n) sont positives et si $u_n \sim v_n$, alors la convergence de $\sum v_n$ est équivalente à celle de $\sum u_n$.
Si (u_n) et (v_n) sont positives et si $u_n \leq v_n$ à partir d'un certain rang, alors la convergence de $\sum v_n$ implique celle de $\sum u_n$.
Séries de Riemann.
Convergence absolue d'une série à termes réels ou complexes.
La convergence absolue implique la convergence.
Règle de d'Alembert.
Convergence d'une série alternée dont la valeur absolue du terme général décroît vers zéro.