Applications linéaires

Applications linéaires, endomorphismes, isomorphismes et automorphismes.

Notations $\mathscr{L}(E,F)$ et $\mathscr{L}(E)$.

Identité, homothéties.

Notation Id_E.

Opérations sur les applications linéaires : combinaisons linéaires et composées.

Réciproque d'un isomorphisme, composée d'isomorphismes.

Notation $\mathrm{GL}(E)$ pour le groupe linéaire.

Image et noyau. Caractérisation de l'injectivité par le noyau, de la surjectivité par l'image.

Notation $\mathrm{Im}(u)$, $\mathrm{Ker}(u)$.

L'image par une application linéaire u d'une famille génératrice de E est génératrice de $\mathrm{Im}(u)$.

Une application linéaire de E dans F est un isomorphisme si et seulement si l'image d'une base de E est une base de F.

Espaces isomorphes, caractérisation par la dimension.

Si E et F ont même dimension finie, alors une application linéaire de E dans F est bijective si et seulement si elle est injective ou surjective.

Une application linéaire est entièrement déterminée par l'image d'une base.

Une application linéaire définie sur $E = E_1 \oplus E_2$ est déterminée par ses restrictions à E_1 et E_2.

Projecteurs et symétries associés à deux sous-espaces supplémentaires.

Rang d'une application linéaire.

Théorème du rang : si E est de dimension finie et si $u \in \mathscr{L}(E,F)$, alors u est de rang fini et $\dim(E) = \dim(\mathrm{Ker}(u)) + \mathrm{rg}(u)$.