

## Fonctions réelles d'une variable réelle

Application (ou fonction) d'une partie  $E$  de  $\mathbb{R}$  à valeurs dans  $\mathbb{R}$ . Représentation graphique.

Restriction.

Image directe.

Fonctions paires, impaires.

Fonctions périodiques.

Monotonie.

Fonctions majorées, minorées, bornées.

Extremum global.

Opération sur les fonctions. Composition.

Notation  $f|_I$ .

Interpréter géométriquement ces propriétés.

Exemples de fonctions paires ou impaires définies sur une demi-période.

Reconnaître une fonction composée.

### Exercices

**Exercice 1.** Pour  $t$  réel, on pose  $f(t) = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ .

Montrer que  $|f(t)| \leq 1$  pour tout  $t$  réel.

Montrer que  $f$  admet un maximum global. Admet-elle un minimum global?

**Exercice 2.** Soient  $a$  et  $b$  deux réels.

Montrer que  $2ab \leq a^2 + b^2$ .

Montrer que  $(a+b)^4 \leq 8(a^4 + b^4)$ .

**Exercice 3.** Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction  $T$ -périodique.

Montrer que  $\forall x \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}, f(x+nT) = f(x)$ .

Montrer que  $\forall x \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{Z}, f(x+nT) = f(x)$ .

Chaque étudiant est interrogé sur l'un de ces trois exercices, et explique sa démarche, même s'il n'a pas su le résoudre.