Nombres complexes

Partie réelle et imaginaire, forme algébrique.

Notations $\mathrm{Re}\,(z)$, $\mathrm{Im}\,(z)$.

Le plan étant muni d'un repère orthonormé, affixe d'un point, d'un vecteur et image d'un nombre complexe.

Opérations sur les nombres complexes.

Conjugaison : définition, compatibilité avec les opérations.

Module d'un nombre complexe. Relation $|z|^2 = z\overline{z}$. Module d'un produit, d'un quotient. Inégalité triangulaire.

Interpréter géométriquement le module d'un nombre complexe.

Définition de $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ où $\theta \in \mathbb{R}$, formules d'EULER.

Description de l'ensemble $\mathbb{U}$ des nombres complexes de module 1.

Relation $\mathrm{e}^{\mathrm{i}a}\mathrm{e}^{\mathrm{i}b} = \mathrm{e}^{\mathrm{i}(a+b)}$. Formule de MOIVRE.

Factoriser $1 \pm \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$.

Définition de l'exponentielle d'un nombre complexe : $\mathrm{e}^z = \mathrm{e}^x\mathrm{e}^{\mathrm{i}y}$ où $z = x + \mathrm{i}\,y$ avec $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Arguments d'un nombre complexe non nul.

Forme trigonométrique d'un nombre complexe non nul.

Arguments d'un produit, d'un quotient.

Écrire un nombre complexe non nul sous la forme $\rho\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ où $\rho > 0$ et $\theta \in \mathbb{R}$.

Transformer $a\cos(t) + b\sin(t)$ en $A\cos(t - \varphi)$.

Racines carrées d'un nombre complexe.

Équation du second degré dans $\mathbb{C}$.

Exercices

Exercice 1. Soit $(a, b) \in \mathbb{R}^2$.

En considérant le complexe $\mathrm{e}^{2\mathrm{i}a} + \mathrm{e}^{\mathrm{i}b}$, donner une expression factorisée de $\cos(2a) + \cos(b)$.

Exercice 2. Pour t réel, linéariser $\sin^4(t)$.

Exercice 3. Exprimer $\dfrac{\sin(4t)}{\sin(t)}$ en fonction de $\cos(t)$ uniquement.

Exercice 4. Résoudre l'équation $z^2 + 3z + 3 - \mathrm{i} = 0$ d'inconnue $z \in \mathbb{C}$.