

Calcul littéral

Prérequis

Les identités remarquables !

Développer, réduire et ordonner

Dans cette section, on tâchera de mener les calculs avec le minimum d'étapes. Idéalement, on écrira directement le résultat. La variable x représente un nombre réel (ou complexe).

Calcul 3.1



Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes selon les puissances décroissantes de x .

- | | | | |
|--|----------------------|---------------------------------|----------------------|
| a) $\left(2x - \frac{1}{2}\right)^3$ | <input type="text"/> | d) $(x+1)^2(x-1)(x^2+x+1)$ | <input type="text"/> |
| b) $(x-1)^3(x^2+x+1)$ | <input type="text"/> | e) $(x-1)^2(x+1)(x^2+x+1)$ | <input type="text"/> |
| c) $(x+1)^2(x-1)(x^2-x+1)$ | <input type="text"/> | f) $(x^2+x+1)(x^2-x+1)$ | <input type="text"/> |

Calcul 3.2



Développer, réduire et ordonner les expressions polynomiales suivantes selon les puissances croissantes de x .

- | | |
|--|----------------------|
| a) $(x-2)^2(-x^2+3x-1) - (2x-1)(x^3+2)$ | <input type="text"/> |
| b) $(2x+3)(5x-8) - (2x-4)(5x-1)$ | <input type="text"/> |
| c) $\left((x+1)^2(x-1)(x^2-x+1) + 1\right)x - x^6 - x^5 + 2$ | <input type="text"/> |
| d) $(x+1)(x-1)^2 - 2(x^2+x+1)$ | <input type="text"/> |
| e) $(x^2 + \sqrt{2}x + 1)(1 - \sqrt{2}x + x^2)$ | <input type="text"/> |
| f) $(x^2 + x + 1)^2$ | <input type="text"/> |

Factoriser

Calcul 3.3 — Petite mise en jambe.



Factoriser les expressions polynomiales de la variable réelle x suivantes.

- | | |
|---------------------------------------|----------------------|
| a) $-(6x+7)(6x-1) + 36x^2 - 49$ | <input type="text"/> |
| b) $25 - (10x+3)^2$ | <input type="text"/> |
| c) $(6x-8)(4x-5) + 36x^2 - 64$ | <input type="text"/> |
| d) $(-9x-8)(8x+8) + 64x^2 - 64$ | <input type="text"/> |

Calcul 3.4 — À l'aide de la forme canonique.



Factoriser les polynômes de degré deux suivants en utilisant leur forme canonique. On rappelle que la forme canonique de $ax^2 + bx + c$ est $a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right]$ (où $a \neq 0$).

- | | | | |
|-------------------------|----------------------|---------------------------|----------------------|
| a) $x^2 - 2x + 1$ | <input type="text"/> | d) $3x^2 + 7x + 1$ | <input type="text"/> |
| b) $x^2 + 4x + 4$ | <input type="text"/> | e) $2x^2 + 3x - 28$ | <input type="text"/> |
| c) $x^2 + 3x + 2$ | <input type="text"/> | f) $-5x^2 + 6x - 1$ | <input type="text"/> |

Calcul 3.5 — Avec plusieurs variables.



Factoriser sur \mathbb{R} les expressions polynomiales suivantes dont les variables représentent des nombres réels.

- | | | | |
|--------------------------------------|----------------------|--|----------------------|
| a) $(x + y)^2 - z^2$ | <input type="text"/> | d) $xy - x - y + 1$ | <input type="text"/> |
| b) $x^2 + 6xy + 9y^2 - 169x^2$ | <input type="text"/> | e) $x^3 + x^2y + 2x^2 + 2xy + x + y$.. | <input type="text"/> |
| c) $xy + x + y + 1$ | <input type="text"/> | f) $y^2(a^2 + b^2) + 16x^4(-a^2 - b^2)$.. | <input type="text"/> |

Calcul 3.6 — On passe au niveau supérieur.



Factoriser sur \mathbb{R} les expressions polynomiales suivantes dont les variables représentent des nombres réels.

- | | |
|---|----------------------|
| a) $x^4 - 1$ | <input type="text"/> |
| b) $(-9x^2 + 24)(8x^2 + 8) + 64x^4 - 64$ | <input type="text"/> |
| c) $x^4 + x^2 + 1$ | <input type="text"/> |
| d) $(ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$ | <input type="text"/> |
| e) $(ap + bq + cr + ds)^2 + (aq - bp - cs + dr)^2 + (ar + bs - cp - dq)^2 + (as - br + cq - dp)^2$.. | <input type="text"/> |

Réponses mélangées

$$\begin{array}{cccc}
 2(3x - 4)(10x + 3) & (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) & -2 + 12x - 17x^2 + 8x^3 - 3x^4 & \\
 (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1) & -5(x - 1)\left(x - \frac{1}{5}\right) & (x - 1)(y - 1) & 2 - x + x^3 - x^4 - x^5 \\
 -8(x^2 + 1)(x - 4)(x + 4) & (a^2 + b^2 + c^2 + d^2)(p^2 + q^2 + r^2 + s^2) & (x + y - z)(x + y + z) & \\
 (x + 1)(y + 1) & 8x^3 - 6x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{8} & x^5 - x^3 + x^2 - 1 & (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) \\
 x^5 + 2x^4 + x^3 - x^2 - 2x - 1 & (x + 2)^2 & -28 + 21x & 1 + x^4 \quad x^4 + x^2 + 1 \\
 (a^2 + b^2)(y - 4x^2)(y + 4x^2) & (14x + 3y)(-12x + 3y) & -6(6x + 7) & (x - 1)^2 \\
 3\left(x + \frac{7 - \sqrt{37}}{6}\right)\left(x + \frac{7 + \sqrt{37}}{6}\right) & -1 - 3x - 3x^2 + x^3 & x^5 - x^3 - x^2 + 1 & \\
 (x + y)(x + 1)^2 & 2\left(x + \frac{3 - \sqrt{233}}{4}\right)\left(x + \frac{3 + \sqrt{233}}{4}\right) & 1 + 2x + 3x^2 + 2x^3 + x^4 & \\
 x^5 - 2x^4 + x^3 - x^2 + 2x - 1 & (x + 1)(x + 2) & 4(5x + 4)(-5x + 1) & -8(x + 1)(x + 16)
 \end{array}$$

► Réponses et corrigés page 87