

Équations du second degré

Prérequis

Relations entre coefficients et racines.

Dans cette fiche :

- tous les trinômes considérés sont réels ;
- on ne s'intéresse qu'à leurs éventuelles **racines réelles** ;
- tous les paramètres sont choisis de telle sorte que l'équation considérée soit bien de degré 2.

Les formules donnant explicitement les racines d'une équation du second degré en fonction du discriminant **ne servent nulle part** dans cette fiche d'exercices !

Recherche de racines

Calcul 6.1 — Des racines vraiment évidentes.



Résoudre mentalement les équations suivantes. *Les racines évidentes sont à chercher parmi 0, 1, -1, 2, -2 ainsi éventuellement que 3 et -3.*

- | | | | |
|------------------------------|----------------------|--------------------------------|----------------------|
| a) $x^2 - 6x + 9 = 0$ | <input type="text"/> | f) $2x^2 + 3x = 0$ | <input type="text"/> |
| b) $9x^2 + 6x + 1 = 0$ | <input type="text"/> | g) $2x^2 + 3 = 0$ | <input type="text"/> |
| c) $x^2 + 4x - 12 = 0$ | <input type="text"/> | h) $x^2 + 4x - 5 = 0$ | <input type="text"/> |
| d) $x^2 - 5x + 6 = 0$ | <input type="text"/> | i) $3x^2 - 11x + 8 = 0$ | <input type="text"/> |
| e) $x^2 - 5x = 0$ | <input type="text"/> | j) $5x^2 + 24x + 19 = 0$ | <input type="text"/> |

Calcul 6.2 — Somme et produit.



Résoudre mentalement les équations suivantes.

- | | | | |
|-------------------------------|----------------------|--------------------------------------|----------------------|
| a) $x^2 - 13x + 42 = 0$ | <input type="text"/> | d) $x^2 - 8x - 33 = 0$ | <input type="text"/> |
| b) $x^2 + 8x + 15 = 0$ | <input type="text"/> | e) $x^2 - (a + b)x + ab = 0$ | <input type="text"/> |
| c) $x^2 + 18x + 77 = 0$ | <input type="text"/> | f) $x^2 - 2ax + a^2 - b^2 = 0$ | <input type="text"/> |

Calcul 6.3 — L'une grâce à l'autre.



Calculer la seconde racine des équations suivantes.

- | | |
|---|----------------------|
| a) $3x^2 - 14x + 8 = 0$ sachant que $x = 4$ est racine | <input type="text"/> |
| b) $7x^2 + 23x + 6 = 0$ sachant que $x = -3$ est racine | <input type="text"/> |
| c) $mx^2 + (2m + 1)x + 2 = 0$ sachant que $x = -2$ est racine | <input type="text"/> |
| d) $(m + 3)x^2 - (m^2 + 5m)x + 2m^2 = 0$ sachant que $x = m$ est racine | <input type="text"/> |

Calcul 6.4 — Racine évidente.



Trouver une racine des équations suivantes et calculer l'autre en utilisant les relations entre les coefficients du trinôme et ses racines.

Seuls les deux derniers calculs ne se font pas de tête.

- a) $(b - c)x^2 + (c - a)x + (a - b) = 0$
- b) $a(b - c)x^2 + b(c - a)x + c(a - b) = 0$
- c) $(x + a)(x + b) = (m + a)(m + b)$
- d) $(b - c)x^2 + (c - a)mx + (a - b)m^2 = 0$
- e) $\frac{x}{a} + \frac{b}{x} = \frac{m}{a} + \frac{b}{m}$
- f) $\frac{1}{x - a} + \frac{1}{x - b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

Recherche d'équations

Calcul 6.5 — À la recherche de l'équation.



En utilisant la somme et le produit des racines d'une équation du second degré, former l'équation du second degré admettant comme racines les nombres suivants.

- a) 9 et 13
- b) -11 et 17
- c) $2 + \sqrt{3}$ et $2 - \sqrt{3}$
- d) $m + \sqrt{m^2 - 3}$ et $m - \sqrt{m^2 - 3}$
- e) $m + 3$ et $\frac{2m - 5}{2}$
- f) $\frac{m + 1}{m}$ et $\frac{m - 2}{m}$

Calcul 6.6 — Avec le discriminant.



Déterminer la valeur à donner à m pour que les équations suivantes admettent une racine double, et préciser la valeur de la racine dans ce cas.

- a) $x^2 - (2m + 3)x + m^2 = 0$
- b) $(m + 2)x^2 - 2(m - 1)x + 4 = 0$
- c) $(m + 3)x^2 + 2(3m + 1)x + (m + 3) = 0$

Factorisations et signe

Calcul 6.7 — Factorisation à vue.



Déterminer de tête les valeurs des paramètres a et b pour que les égalités suivantes soient vraies pour tout x .

a) $2x^2 + 7x + 6 = (x + 2)(ax + b)$

b) $-4x^2 + 4x - 1 = (2x - 1)(ax + b)$

c) $-3x^2 + 14x - 15 = (x - 3)(ax + b)$

d) $\frac{1}{2}x^2 + \frac{11}{2}x - 40 = (x - 5)(ax + b)$

e) $x^2 + 2\sqrt{7}x - 21 = (x - \sqrt{7})(ax + b)$

Calcul 6.8 — Signe d'un trinôme.



Déterminer l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles les expressions suivantes sont positives ou nulles.

a) $x^2 - (\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2}$

b) $-x^2 + 2x + 15$

c) $(x + 1)(3x - 2)$

d) $\frac{x - 4}{2x + 1}$