

# Trigonométrie

**Prérequis**

Relation  $\cos^2 + \sin^2 = 1$ . Symétrie et périodicité de sin et cos.  
Formules d'addition et de duplication. Fonction tangente.

Dans toute cette fiche,  $x$  désigne une quantité réelle.

## Valeurs remarquables de cosinus et sinus

**Calcul 8.1**



Simplifier :

a)  $\cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{3\pi}{4} + \cos \frac{5\pi}{4} + \cos \frac{7\pi}{4}$  .

c)  $\tan \frac{2\pi}{3} + \tan \frac{3\pi}{4} + \tan \frac{5\pi}{6} + \tan \frac{7\pi}{6}$

b)  $\sin \frac{5\pi}{6} + \sin \frac{7\pi}{6}$  .....

d)  $\cos^2 \frac{4\pi}{3} - \sin^2 \frac{4\pi}{3}$  .....

## Propriétés remarquables de cosinus et sinus

**Calcul 8.2**



Simplifier :

a)  $\sin(\pi - x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$  .....

c)  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$  .....

b)  $\sin(-x) + \cos(\pi + x) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

d)  $\cos(x - \pi) + \sin\left(-\frac{\pi}{2} - x\right)$  .....

## Formules d'addition

**Calcul 8.3**



Calculer les quantités suivantes.

a)  $\cos \frac{5\pi}{12}$  (on a  $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{12}$ ) .....

c)  $\sin \frac{\pi}{12}$  .....

b)  $\cos \frac{\pi}{12}$  .....

d)  $\tan \frac{\pi}{12}$  .....

**Calcul 8.4**



a) Simplifier :  $\sin(4x) \cos(5x) - \sin(5x) \cos(4x)$  .....

b) Simplifier :  $\frac{\sin 2x}{\sin x} - \frac{\cos 2x}{\cos x}$  (pour  $x \in ]0, \frac{\pi}{2}[$ ) .....

c) Simplifier :  $\cos x + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{4\pi}{3}\right)$  .....

d) Expliciter  $\cos(3x)$  en fonction de  $\cos x$  .....

## Formules de duplication

### Calcul 8.5



En remarquant qu'on a  $\frac{\pi}{4} = 2 \times \frac{\pi}{8}$ , calculer :

a)  $\cos \frac{\pi}{8}$  .....       b)  $\sin \frac{\pi}{8}$  .....

### Calcul 8.6



a) Simplifier :  $\frac{1 - \cos(2x)}{\sin(2x)}$  (avec  $x \in ]0, \frac{\pi}{2}[$ ) .....

b) Simplifier :  $\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x}$  (pour  $x \in ]0, \frac{\pi}{2}[$ ) .....

c) Expliciter  $\cos(4x)$  en fonction de  $\cos x$  .....

## Équations trigonométriques

### Calcul 8.7



Résoudre dans  $[0, 2\pi]$ , dans  $[-\pi, \pi]$ , puis dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

a)  $\cos x = \frac{1}{2}$  .....       f)  $|\tan x| = \frac{1}{\sqrt{3}}$  .....

b)  $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$  .....       g)  $\cos(2x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$  .....

c)  $\sin x = \cos \frac{2\pi}{3}$  .....       h)  $2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$  .....

d)  $\tan x = -1$  .....       i)  $\cos x = \cos \frac{\pi}{7}$  .....

e)  $\cos^2 x = \frac{1}{2}$  .....       j)  $\sin x = \cos \frac{\pi}{7}$  .....

## Inéquations trigonométriques

### Calcul 8.8



Résoudre dans  $[0, 2\pi]$ , puis dans  $[-\pi, \pi]$ , les inéquations suivantes :

a)  $\cos x \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$  .....       e)  $\tan x \geq 1$  .....

b)  $\cos x \leq \cos \frac{\pi}{3}$  .....       f)  $|\tan x| \geq 1$  .....

c)  $\sin x \leq \frac{1}{2}$  .....       g)  $\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \geq 0$  .....

d)  $|\sin x| \leq \frac{1}{2}$  .....       h)  $\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) \geq 0$  .....