

Primitives

Prérequis

Intégration de Terminale. Dérivée d'une fonction composée.
Trigonométrie directe et réciproque. Trigonométrie hyperbolique.

Pour chaque fonction à intégrer on pourra commencer par chercher les domaines où elle admet des primitives.

Calculs directs

Calcul 10.1



Déterminer directement une primitive des expressions suivantes.

a) $\frac{1}{t+1}$

c) $\frac{3}{(t+2)^3}$

b) $\frac{3}{(t+2)^2}$

d) $\sin(4t)$

Calcul 10.2



Même exercice.

a) $\sqrt{1+t} - \sqrt[3]{t}$

c) $\frac{1}{\sqrt{1-4t^2}}$

b) e^{2t+1}

d) $\frac{1}{1+9t^2}$

Utilisation des formulaires

Calcul 10.3 — Dérivée d'une fonction composée.



Déterminer une primitive des expressions suivantes en reconnaissant la dérivée d'une fonction composée.

a) $\frac{2t^2}{1+t^3}$

d) $\frac{7t}{\sqrt[3]{1+7t^2}}$

b) $t\sqrt{1+2t^2}$

e) $\frac{t}{1+3t^2}$

c) $\frac{t}{\sqrt{1-t^2}}$

f) $\frac{12t}{(1+3t^2)^3}$

Calcul 10.4 — Dérivée d'une fonction composée — bis.



Même exercice.

a) $\frac{\ln^3 t}{t}$

d) $\frac{1}{t^2\sqrt{t}}$

b) $\frac{1}{t\sqrt{\ln t}}$

e) $\frac{e^t + e^{-t}}{1 - e^{-t} + e^t}$

c) $\frac{8e^{2t}}{(3 - e^{2t})^3}$

f) $\frac{e^{\frac{1}{t}}}{t^2}$

Calcul 10.5 — Trigonométrie.



Déterminer une primitive des expressions suivantes en reconnaissant la dérivée d'une fonction composée.

- | | | | | | |
|---|----------------------|--|----------------------|--|----------------------|
| a) $\cos^2 t \sin t \dots\dots$ | <input type="text"/> | g) $\tan^2 t \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> | l) $\frac{\cos t}{(1 - \sin t)^3} \dots\dots$ | <input type="text"/> |
| b) $\cos(t)e^{\sin t} \dots\dots$ | <input type="text"/> | h) $\tan^3 t \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> | m) $\frac{1}{1 + 4t^2} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> |
| c) $\tan t \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> | i) $\frac{\tan^3 t}{\cos^2 t} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> | n) $\frac{e^t}{1 + e^{2t}} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> |
| d) $\frac{\cos t}{1 - \sin t} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> | j) $\frac{1}{\cos^2(t)\sqrt{\tan t}} \dots\dots$ | <input type="text"/> | o) $\frac{\text{Arcsin}(t)}{\sqrt{1 - t^2}} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> |
| e) $\frac{\sin \sqrt{t}}{\sqrt{t}} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> | k) $\frac{1 + \tan^2 t}{\tan^2 t} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> | p) $\frac{1}{\sqrt{1 - t^2} \text{Arcsin}(t)} \dots\dots$ | <input type="text"/> |
| f) $\frac{\cos(\pi \ln t)}{t} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> | | | | |

Calcul 10.6 — Trigonométrie — bis.



Déterminer une primitive des expressions suivantes en utilisant d'abord le formulaire de trigonométrie.

- | | | | | | |
|----------------------------------|----------------------|--|----------------------|---|----------------------|
| a) $\cos^2 t \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> | d) $\frac{\sin(2t)}{1 + \sin^2 t} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> | f) $\frac{1}{\sin^2(t) \cos^2(t)} \dots\dots$ | <input type="text"/> |
| b) $\cos(t) \sin(3t) \dots\dots$ | <input type="text"/> | e) $\frac{1}{\sin t \cos t} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> | g) $\frac{1}{\sin(4t)} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> |
| c) $\sin^3 t \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> | | | | |

Calcul 10.7 — Fractions rationnelles.



Déterminer une primitive des expressions suivantes après quelques manipulations algébriques simples.

- | | | | | | |
|--|----------------------|--|----------------------|--|----------------------|
| a) $\frac{t^2 + t + 1}{t^2} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> | d) $\frac{t^3 + 1}{t + 1} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> | g) $\frac{t - 1}{t^2 + 1} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> |
| b) $\frac{t^2 + 1}{t^3} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> | e) $\frac{t - 1}{t + 1} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> | h) $\frac{t}{(t + 1)^2} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> |
| c) $\frac{1 - t^6}{1 - t^2} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> | f) $\frac{t^3}{t + 1} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> | | |

Dériver puis intégrer, intégrer puis dériver

Calcul 10.8



Pour chacune des expressions suivantes :

- dériver puis factoriser l'expression ;
- intégrer l'expression.

- | | | | |
|--|----------------------|---|----------------------|
| a) $t^2 - 2t + 5 \dots\dots$ | <input type="text"/> | e) $e^{2t} + e^{-3t} \dots\dots$ | <input type="text"/> |
| b) $\frac{1}{t^2} + \frac{1}{t} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> | f) $e^{3t-2} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> |
| c) $\sqrt{t} - \frac{1}{t^3} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> | g) $\frac{t^2}{t^3 - 1} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> |
| d) $\frac{1}{t^4} + \frac{1}{t\sqrt{t}} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> | h) $\frac{3t - 1}{t^2 + 1} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> |

- | | | | |
|---|----------------------|---|----------------------|
| i) $\sin(t) \cos^2(t) \dots$ | <input type="text"/> | o) $\frac{\sin 2t}{1 + \cos^2 t} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> |
| j) $\sinh(t) \cosh(t) \dots$ | <input type="text"/> | p) $te^{-t^2} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> |
| k) $\frac{1}{t^2} \sin \frac{1}{t} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> | q) $\frac{1 - \ln t}{t} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> |
| l) $\frac{e^t}{2 + e^t} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> | r) $\frac{1}{t \ln t} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> |
| m) $\frac{\sin t}{2 + 3 \cos t} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> | s) $\frac{\sin(\ln t)}{t} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> |
| n) $\frac{t}{\sqrt{1 - t^2}} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> | t) $\frac{e^t}{1 + e^{2t}} \dots\dots\dots$ | <input type="text"/> |

Calcul 10.9 — *Bis repetita.*



Reprenre l'exercice précédent en commençant par intégrer puis en dérivant et factorisant.