

Fiche n° 10. Primitives

Réponses

10.1 a)	$\ln t + 1 $	10.5 c)	$-\ln \cos t $
10.1 b)	$-\frac{3}{t + 2}$	10.5 d)	$-\ln 1 - \sin t $
10.1 c)	$-\frac{3}{2(t + 2)^2}$	10.5 e)	$-2 \cos \sqrt{t}$
10.1 d)	$-\frac{\cos(4t)}{4}$	10.5 f)	$\frac{1}{\pi} \sin(\pi \ln t)$
10.2 a)	$\frac{2}{3}(1 + t)^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{4}t^{\frac{4}{3}}$	10.5 g)	$\tan t - t$
10.2 b)	$\frac{1}{2}e^{2t+1}$	10.5 h)	$\frac{1}{2} \tan^2 t + \ln \cos t $
10.2 c)	$\frac{1}{2} \operatorname{Arcsin}(2t)$	10.5 i)	$\frac{1}{4} \tan^4 t$
10.2 d)	$\frac{1}{3} \operatorname{Arctan}(3t)$	10.5 j)	$2\sqrt{\tan t}$
10.3 a)	$\frac{2}{3} \ln 1 + t^3 $	10.5 k)	$-\frac{1}{\tan t}$
10.3 b)	$\frac{1}{6}(1 + 2t^2)^{\frac{3}{2}}$	10.5 l)	$\frac{1}{2} \frac{1}{(1 - \sin t)^2}$
10.3 c)	$-\sqrt{1 - t^2}$	10.5 m)	$\frac{1}{2} \operatorname{Arctan}(2t)$
10.3 d)	$\frac{3}{4}(1 + 7t^2)^{\frac{2}{3}}$	10.5 n)	$\operatorname{Arctan}(e^t)$
10.3 e)	$\frac{1}{6} \ln(1 + 3t^2)$	10.5 o)	$\frac{1}{2} (\operatorname{Arcsin}(t))^2$
10.3 f)	$-\frac{1}{(1 + 3t^2)^2}$	10.5 p)	$\ln \operatorname{Arcsin}(t) $
10.4 a)	$\frac{1}{4} \ln^4 t$	10.6 a)	$\frac{t}{2} + \frac{\sin(2t)}{4}$
10.4 b)	$2\sqrt{\ln t}$	10.6 b)	$-\frac{\cos(4t)}{8} - \frac{\cos(2t)}{4}$
10.4 c)	$\frac{2}{(3 - e^{2t})^2}$	10.6 c)	$-\cos t + \frac{1}{3} \cos^3 t$
10.4 d)	$-\frac{2}{3t^{\frac{3}{2}}}$	10.6 d)	$\ln(1 + \sin^2 t)$
10.4 e)	$\ln 1 - e^{-t} + e^t $	10.6 e)	$\ln \tan t $
10.4 f)	$-e^{\frac{1}{t}}$	10.6 f)	$-\cotant + \tan t$
10.5 a)	$-\frac{1}{3} \cos^3 t$	10.6 g)	$\frac{1}{4} \ln \tan 2t $
10.5 b)	$e^{\sin t}$	10.7 a)	$t + \ln t - \frac{1}{t}$
		10.7 b)	$\ln t - \frac{1}{2t^2}$

- 10.7 c) $t + \frac{t^3}{3} + \frac{t^5}{5}$
- 10.7 d) $t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3}$
- 10.7 e) $t - 2 \ln |t + 1|$
- 10.7 f) $t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} - \ln |t + 1|$
- 10.7 g) $\frac{1}{2} \ln(1 + t^2) - \text{Arctan}(t)$
- 10.7 h) $\ln |t + 1| + \frac{1}{t + 1}$
- 10.8 a) $2(t - 1)$ puis $\frac{1}{3}t^3 - t^2 + 5t$
- 10.8 b) $-\frac{1}{t^2} \left(\frac{2}{t} + 1 \right)$ puis $-\frac{1}{t} + \ln |t|$
- 10.8 c) $\frac{1}{2\sqrt{t}} + \frac{3}{t^4}$ puis $\frac{2}{3}t^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{2t^2}$
- 10.8 d) $-\frac{4}{t^5} - \frac{3}{2t^{5/2}}$ puis $-\frac{1}{3t^3} - \frac{2}{\sqrt{t}}$
- 10.8 e) $2e^{2t} - 3e^{-3t}$ puis $\frac{1}{2}e^{2t} - \frac{1}{3}e^{-3t}$
- 10.8 f) $3e^{3t-2}$ puis $\frac{1}{3}e^{3t-2}$
- 10.8 g) $-\frac{t(t^3 + 2)}{(t - 1)^2(t^2 + t + 1)^2}$ puis $\frac{1}{3} \ln(|t^3 - 1|)$
- 10.8 h) .. $-\frac{3t^2 - 2t - 3}{(t^2 + 1)^2}$ puis $\frac{3}{2} \ln(t^2 + 1) - \text{Arctan}(t)$
- 10.8 i) $\cos t(3 \cos^2 t - 2)$ puis $-\frac{1}{3} \cos^3 t$
- 10.8 j) $\sinh(t)^2 + \cosh^2(t)$ puis $\frac{1}{2} \sinh^2(t)$
- 10.8 k) $-\frac{2t \sin \frac{1}{t} + \cos \frac{1}{t}}{t^4}$ puis $\cos \frac{1}{t}$
- 10.8 l) $\frac{2e^t}{(2 + e^t)^2}$ puis $\ln(2 + e^t)$
- 10.8 m) $\frac{2 \cos t + 3}{(2 + 3 \cos t)^2}$ puis $-\frac{1}{3} \ln |2 + 3 \cos t|$
- 10.8 n) $\frac{1}{(1 - t^2)^{3/2}}$ puis $-\sqrt{1 - t^2}$
- 10.8 o) $2 \frac{3 \cos^2 t - 1}{(1 + \cos^2 t)^2}$ puis $-\ln(1 + \cos^2(t))$
- 10.8 p) $(1 - 2t^2)e^{-t^2}$ puis $-\frac{1}{2}e^{-t^2}$
- 10.8 q) $\frac{\ln t - 2}{t^2}$ puis $\ln t - \frac{1}{2} \ln^2 t$
- 10.8 r) $-\frac{1 + \ln t}{t^2 \ln^2 t}$ puis $\ln |\ln t|$
- 10.8 s) $\frac{\cos \ln t - \sin \ln t}{t^2}$ puis $-\cos(\ln t)$
- 10.8 t) $-\frac{e^t(e^{2t} - 1)}{(1 + e^{2t})^2}$ puis $\text{Arctan}(e^t)$

Corrigés

10.1 a) Admet des primitives sur $] - \infty, -1[$ ou $] - 1, +\infty[$.

10.1 b) Admet des primitives sur $] - \infty, -2[$ ou $] - 2, +\infty[$.

10.1 c) Admet des primitives sur $] - \infty, -2[$ ou $] - 2, +\infty[$.

10.1 d) Admet des primitives sur \mathbb{R} .

10.2 a) Admet des primitives sur $]0, +\infty[$.

10.2 b) Admet des primitives sur \mathbb{R} .

10.2 c) Admet des primitives sur $] - 1/2, 1/2[$.

10.2 d) Admet des primitives sur \mathbb{R} .

10.5 g) $\int \tan^2 \theta \, d\theta = \int ((1 + \tan^2 \theta) - 1) \, d\theta = \tan t - t + \text{cte}$

10.5 h) $\int \tan^3 \theta \, d\theta = \int ((\tan^2 \theta + 1) \tan \theta - \tan \theta) \, d\theta = \frac{1}{2} \tan^2 t + \ln |\cos t| + \text{cte}$

10.6 a) $\int \cos^2 \theta \, d\theta = \int \frac{1 + \cos(2\theta)}{2} \, d\theta = \frac{t}{2} + \frac{\sin(2t)}{4} + \text{cte}$

10.6 b) On a

$$\begin{aligned} \int \cos(\theta) \sin(3\theta) \, d\theta &= \int \frac{1}{2} (\sin(3\theta + \theta) + \sin(3\theta - \theta)) \, d\theta \\ &= \int \frac{1}{2} (\sin(4\theta) + \sin(2\theta)) \, d\theta = -\frac{\cos(4t)}{8} - \frac{\cos(2t)}{4} + \text{cte}. \end{aligned}$$

10.6 c) $\int \sin^3 \theta \, d\theta = \int (1 - \cos^2 \theta) \sin \theta \, d\theta = -\cos t + \frac{1}{3} \cos^3 t + \text{cte}$

10.6 d) $\int \frac{\sin(2\theta)}{1 + \sin^2 \theta} \, d\theta = \int \frac{2 \sin \theta \cos \theta}{1 + \sin^2 \theta} \, d\theta = \ln(1 + \sin^2 t) + \text{cte}$

10.6 e) $\int \frac{d\theta}{\sin \theta \cos \theta} = \int \frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta} \, d\theta = \int \left(\frac{\cos \theta}{\sin \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \right) \, d\theta = \ln |\sin t| - \ln |\cos t| + \text{cte} = \ln |\tan t| + \text{cte}$

10.6 f) $\int \frac{d\theta}{\sin^2(\theta) \cos^2(\theta)} = \int \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin^2(\theta) \cos^2(\theta)} \, d\theta = \int \left(\frac{1}{\sin^2 \theta} + \frac{1}{\cos^2 \theta} \right) \, d\theta = -\cotan(t) + \tan(t) + \text{cte}$

10.6 g) On a

$$\begin{aligned} \int \frac{d\theta}{\sin(4\theta)} &= \int \frac{\cos^2(2\theta) + \sin^2(2\theta)}{2 \sin(2\theta) \cos(2\theta)} \, d\theta \\ &= \int \frac{1}{4} \left(\frac{2 \cos(2\theta)}{\sin(2\theta)} + \frac{2 \sin(2\theta)}{\cos(2\theta)} \right) \, d\theta = \frac{1}{4} \ln |\sin(2t)| - \frac{1}{4} \ln |\cos(2t)| + \text{cte} = \frac{1}{4} \ln |\tan 2t| + \text{cte}. \end{aligned}$$

10.7 c) On a $1 - t^6 = 1^3 - (t^2)^3 = (1 - t^2)(1 + t^2 + t^4)$ donc finalement on cherche une primitive de $1 + t^2 + t^4$.

10.7 e) $\int \frac{\theta - 1}{\theta + 1} \, d\theta = \int \frac{\theta + 1 - 2}{\theta + 1} \, d\theta = \int \left(1 - \frac{2}{\theta + 1} \right) \, d\theta = t - 2 \ln |t + 1| + \text{cte}$

10.7 f) $\int \frac{\theta^3}{\theta + 1} \, d\theta = \int \frac{\theta^3 + 1 - 1}{\theta + 1} \, d\theta = \int \frac{(\theta + 1)(1 - \theta + \theta^2) - 1}{\theta + 1} \, d\theta = t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} - \ln |t + 1| + \text{cte}$

10.7 h) $\int \frac{\theta}{(\theta + 1)^2} \, d\theta = \int \frac{\theta + 1 - 1}{(\theta + 1)^2} \, d\theta = \int \left(\frac{1}{\theta + 1} - \frac{1}{(\theta + 1)^2} \right) \, d\theta = \ln |t + 1| + \frac{1}{t + 1} + \text{cte}$