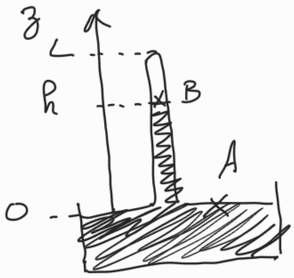
Exercice 1 :

1) Statique des fluides incompressibles pour un axe $\uparrow(Oz)$ entre A et B



$$P_A + \rho g z_A = P_B + \rho g z_B \iff P_{atm} = P_B + \rho g h$$

$$P_B = P_{éther} = \frac{n_{éther} RT}{V} \quad \text{avec } V = s \times (L-h)$$

et $n_{éther} = m/M$

D'où $$P_0 = \frac{m R T_0}{M s (L-h)} + \rho g h$$

$$\iff P_0 (L-h) = \frac{m R T_0}{M . s} + \rho g h (L-h) \iff \boxed{\rho g h^2 - h(P_0 + \rho g L) = \frac{m R T_0}{s . M} - P_0 . L}$$

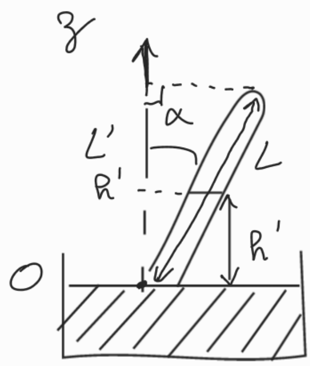
2) AN : $133\,416\, h^2 - 234\,716\, h = -76\,927{,}5$

Résolution à la calculatrice : $\boxed{h = 0{,}44 \text{ m}}$

On peut alors calculer $P_{éther} = \dfrac{m R T_0}{M . s (L-h)} = 435 . 10^2 \text{ Pa}$

Donc $\boxed{P_{éther} < P_{sat}(20°C)}$ donc l'éther est sous forme de vapeur sèche.

3)



avec $\boxed{\cos\alpha = \dfrac{h'}{\ell}}$

1ère goutte d'éther lorsque : $P_{éther} = P_{sat}(20°C)$

$$\iff \frac{m R T_0}{M . s (L-\ell)} = P_{sat}(20°C)$$

$$\iff L - \ell = \frac{m R T_0}{M . s . P_{sat}(20°C)} \iff \boxed{\ell = L - \frac{m R T_0}{M . s . P_{sat}(20°C)}}$$

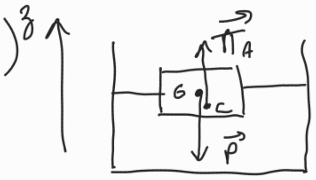
AN : $\boxed{\ell = 0{,}59 \text{ m}}$

et $P_{atm} = P_0 = P_{éther} + \rho g h' \iff P_0 = P_{sat}(20°C) + \rho g h'$

$$\iff \boxed{h' = \frac{P_0 - P_{sat}(20°C)}{\rho g} = 0{,}31 \text{ m}}$$

D'où $\cos\alpha = \dfrac{h'}{\ell} \iff \boxed{\alpha = \arccos\left(\dfrac{h'}{\ell}\right) = 58{,}3°}$

Exercice 2 :

1) 

système : glaçon , Réf. terrestre supposé galiléen

Bilan des forces : • le poids : $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{e_z}$

• la poussée d'Archimède de l'eau sur la glace :

$\vec{\Pi}_A = \rho_{eau} g V_{immergé} \vec{e_z}$

Rq :
on néglige la poussée d'Archimède de l'air sur la glace.

2ème loi de Newton sur le glaçon à l'équilibre : $\vec{a} = \vec{0}$

$$m\vec{a} = 0 = \vec{P} + \vec{\Pi}_A \iff mg = \rho_{eau} g V_{immergé}$$

$$\iff \rho_g V_g = \rho_{eau} V_{immergé} \iff \boxed{\frac{V_{immergé}}{V_g} = \frac{\rho_g}{\rho_{eau}}}$$

AN : $\% V_{immergé} = \frac{\rho_g}{\rho_{eau}} \times 100 = \frac{0,92}{1} \times 100 = 92\ \%$

2) $m_{\substack{glace \\ fondue}} = \rho_g \cdot V_g = \rho_{eau} \times V_{fondu} \Rightarrow \frac{V_{fondue}}{V_g} = \frac{\rho_g}{\rho_{eau}}$

$\iff V_{fondu} = V_{immergé} \iff$ le niveau de l'eau restera donc le m̂.

3) Ce sont la fonte des glaciers (sur Terre) qui provoque la montée des eaux et non pas la fonte des icebergs (dans la mer).

Exercice 3 :

on positionne un repère Oz dirigé vers le haut tel : $z = 0$: niveau de la mer.

Statique des fluides incompressibles entre $-z_{max}$ et A dans l'eau douce : $P_{max} - \rho_1 g z_{max} = P_A + \rho_1 g z_A \iff P_{max} - \rho_1 g z_{max} = P_{atm} + \rho_1 g h$

Statique des fluides entre z_{max} et O dans l'eau salée :

$$P_{max} - \rho_2 g z_{max} = P_0 + \rho_2 g z_0 \iff P_{atm} = P_{max} - \rho_2 g z_{max}.$$

Il vient alors $P_{max} = P_{atm} + \rho_1 g (h + z_{max})$

$$P_{max} = P_{atm} + \rho_2 g z_{max}$$

$\Leftrightarrow \quad \rho_1 (h + z_{max}) = \rho_2 z_{max} \Leftrightarrow \boxed{z_{max} = \dfrac{\rho_1 h}{\rho_2 - \rho_1}}$

AN : $\boxed{z_{max} = 120\ m}$

2) Dans le triangle rectangle : $\tan\alpha = \dfrac{z_{max}}{L}$

$\Rightarrow \boxed{\alpha = \arctan\left(\dfrac{z_{max}}{L}\right)}$ AN : $\boxed{\alpha = 21{,}8°}$

Exercice 4 :

1) loi des GP pour He et air : $P.V = nRT = \dfrac{m}{M} RT$

Ainsi $\boxed{m_1 = \dfrac{P_0 V_1 M_{He}}{R T_0}}$ AN : $m_1 = \dfrac{1{,}013.10^5 \times 100 \times 4{,}0.10^{-3}}{8{,}314 \times 293}$

$\boxed{m_1 = 16{,}6\ kg}$

$\boxed{\rho_{air,0} = \dfrac{m_{air,0}}{V} = \dfrac{P_0 . M_{air}}{R T_0}}$ AN : $\boxed{\rho_{air,0} = 1{,}2\ kg/m^3}$

2) $\vec{P} = (m_1 + m)\vec{g} = -(m_1 + m) g . \vec{e_z}$

$\vec{\Pi_A} = -\rho_{air,0} V_1 \vec{g} = \rho_{air,0} . V_1 g \vec{e_z}$

3) $F = \|\vec{\Pi_A}\| - \|\vec{P}\| = \rho_{air,0} . V_1 g - (m_1 + m) g$

AN : $F = 1{,}2 \times 100 \times 9{,}81 - (16{,}6 + 100) \times 9{,}81 = 33{,}4\ N$

$F > 0$ Donc la nacelle peut décoller.

4) $\rho_{air}(z) = \dfrac{P_{air} M_{air}}{R T_0}$ et $dP_{air} = -\rho_{air} g\, dz$

D'où $dP_{air}(z) = -\frac{P_{air} \cdot M_{air}}{RT_0} g\, dz \iff \frac{dP_{air}}{P_{air}} = -\frac{g M_{air}}{RT_0} dz$

on intègre entre $z=0$ et z :

$$\int_{P_0}^{P_{air}} \frac{dP_{air}}{P_{air}} = -\frac{g M_{air}}{RT_0} \int_0^z dz \iff \ln\left(\frac{P_{air}}{P_0}\right) = -\frac{g M_{air}}{RT_0} z$$

$\boxed{P_{air} = P_0 \exp\left(-\frac{g M_{air}}{RT_0} z\right)}$ et $\rho_{air}(z) = \frac{P_{air}(z) M_{air}}{RT_0}$

$$\boxed{\rho_{air}(z) = \frac{P_0 M_{air}}{RT_0} \exp\left(-\frac{g M_{air}}{RT_0} z\right)}$$

5) $\boxed{\|\vec{\Pi}_A\| = \rho_{air}(z) V_1 \cdot g = \frac{P_0 M_{air} V_1 g}{RT_0} \exp\left(-\frac{g M_{air}}{RT_0} z\right)}$

plus $z \nearrow$ et plus $\|\vec{\Pi}_A\| \searrow$.

6) $n_{He}(z) = \frac{P_{air}(z) \cdot V_1}{RT_0}$ or $P_{air} \searrow$ quand $z \nearrow \Rightarrow n_{He} \searrow$

$\Rightarrow$ la masse du système {ballon + nacelle} $\searrow$ par perte de He au cours de la montée.

7) le ballon-sonde cesse de monter quand $F=0 \Rightarrow$

$$\|\vec{\Pi}_A\| = \|\vec{P}\| \iff \frac{P_0 M_{air} V_1 g}{RT_0} \exp\left(-\frac{g M_{air}}{RT_0} z_{max}\right) = \left(M_{He} \times n_{He}(z) + m\right) g$$

$$\iff \frac{P_0 M_{air} V_1}{RT_0} \exp\left(-\frac{g M_{air}}{RT_0} z_{max}\right) = \left(\frac{M_{He} \times V_1}{RT_0} \times P_0 \exp\left(-\frac{g M_{air}}{RT_0} z_{max}\right) + m\right)$$

$$\iff \frac{P_0 V_1}{RT_0} \exp\left(\frac{-g M_{air}}{RT_0} z_{max} \left(M_{air} - M_{He}\right)\right) = m$$

$$\iff z_{max} = -\frac{RT_0}{g M_{air}} \times \ln\left(\frac{m RT_0}{P_0 V_1 (M_{air} - M_{He})}\right)$$

AN : $\boxed{z_{max} = 79{,}2 \text{ km}}$