

Chapitre 0 : Mesures, unités et analyse dimensionnelle

Le mot physique vient du grec "physikos" qui signifie nature. La physique est donc la science qui étudie les propriétés de la matière, de l'espace et du temps et qui établit des lois qui décrivent les phénomènes naturels.

L'étape incontournable pour étudier ces propriétés est la mesure.

- Que pouvons-nous mesurer ?
- Comment pouvons-nous le mesurer ?
- Quelle confiance pouvons-nous accorder à ces mesures ?

Table des matières

Table des matières	1
1 Grandeurs physiques et systèmes d'unités	2
1.1 Grandeurs mesurables -Dimensions - Unités	2
1.2 Les unités de bases du système international (SI)	2
1.3 Les unités dérivées	3
1.4 Changement d'unités	6
2 Analyse dimensionnelle	8
2.1 L'Analyse Dimensionnelle pour détecter une erreur dans une formule :	8
2.2 L'analyse dimensionnelle pour trouver une relation:	9
3 Réalisation d'un calcul et présentation d'un résultat	10
3.1 Données, Chiffres significatifs – Nombre de décimales	10
3.2 Calcul numérique et calcul littéral	11
4 Un peu d'histoire : création et évolution d'un système de mesure universel	12
5 Travaux dirigés	14

1 Grandeurs physiques et systèmes d'unités

1.1 Grandeurs mesurables -Dimensions - Unités

Grandeur physique \equiv propriété d'un phénomène, d'un corps ou d'une substance, que l'on peut exprimer quantitativement sous forme d'un nombre et d'une référence appelée unité.

La **dimension** d'une grandeur renseigne sur sa nature physique.

Par exemple une distance, une altitude, un périmètre ont pour dimension une longueur.

Rq : Il existe aussi des **grandeurs sans dimension** ou adimensionnelles. (= grandeur numérique)

Exemple : La densité d'un liquide (rapport entre sa masse volumique et la masse volumique de l'eau) est une grandeur sans dimension et donc sans unité.

La mesure d'une grandeur physique G munie d'une dimension peut donc toujours s'écrire sous la forme :

$$G = x \text{ unité} \quad \text{avec :}$$

x : un réel, unité : l'unité choisie pour évaluer la grandeur .

Rq : La dimension de la grandeur G est notée [G].

Unité \equiv étalon nécessaire pour la mesure d'une grandeur physique.

Système d'unités \equiv Ensemble d'unités reliées par diverses formules de manière à aboutir à un système cohérent.

Exemple : l'unité de base de la longueur et du temps sont fixés, respectivement le mètre (m) et la seconde (s). Nous pouvons en déduire l'unité dérivée de la vitesse à l'aide la formule la plus simple à notre disposition :

$$\text{vitesse} = \frac{\text{longueur}}{\text{temps}} \quad , \quad \text{nous déduisons que la vitesse est en } \frac{m}{s} = m \cdot s^{-1}$$

La dimension d'une grandeur physique est plus générale que l'unité.

la même grandeur peut s'exprimer avec des unités très différentes.

Exemple : une distance a pour dimension une longueur mais peut s'exprimer dans différentes unités : m, cm, pouce, mille, angström.

1.2 Les unités de bases du système international (SI)

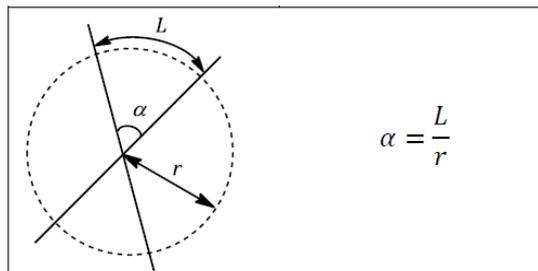
A partir de **7 sept unités de bases** (et deux supplémentaires qui n'ont pas de dimension), nous pouvons accéder à toutes les grandeurs dérivées :

Grandeur	Nom de l'unité	Symbole de l'unité
Longueur, L	mètre	m
Masse, M	kilogramme	kg
Temps, t	seconde	s
Intensité du courant électrique, I	ampère	A
Température, T ou ϑ	kelvin	K
Intensité lumineuse, J	candela	cd
Quantité de matière, n	mole	mol
Angle plan	radian	rad

Remarques :

- bien que les angles soient des grandeurs sans dimension, on attribue à un angle plan une unité : l'unité peut être le degré ou le radian.

La figure ci-contre rappelle la définition d'un angle plan en radian.



- Conversion radian – degré :

1.3 Les unités dérivées

Grandeur	Nom de l'unité	Symbole
Fréquence	hertz	Hz \leftrightarrow s ⁻¹
Force	newton	N \leftrightarrow kg.m.s ⁻²
Energie	joule	J \leftrightarrow N.m
Puissance	watt	W \leftrightarrow J.s ⁻¹
Pression	pascal	Pa \leftrightarrow N.m ⁻²
Charge électrique	coulomb	C \leftrightarrow A.s ⁻¹
Différence de potentiel électrique (ou tension)	volt	V \leftrightarrow A ⁻¹ .m.N.s ⁻¹
Résistance électrique	ohm	Ω \leftrightarrow A ⁻² .m.N.s ⁻¹
Conductance électrique	siemens	S \leftrightarrow Ω ⁻¹
Capacité électrique	farad	F \leftrightarrow A ⁻² .m.N.s ⁻¹
Capacité thermique molaire		J.K ⁻¹ .mol ⁻¹
Capacité thermique massique		J.K ⁻¹ .kg ⁻¹

Capacité 1 : Les unités dérivées

A partir des sept unités fondamentales, retrouver toutes les autres unités à l'aide de relations simples. Certaines relations sont mentionnées car elles vous sont inconnues, vous devez retrouver celles que vous avez déjà rencontrées dans vos études.

Grandeurs	Symbole de la dimension [Expression]	unités SI	Autre nom et symbole de l'unité
Longueur :	L	m	
Surface			
Volume			
Temps :	t	s	
Vitesse			
Accélération			
Fréquence			
Pulsation			
Masse :	M	kg	
Masse volumique			
Force			

Energie (travail ou chaleur)	$\text{énergie} = \text{Force} \times \text{Longueur}$ $\mathcal{E} = F \times L$		
Puissance			
Pression	$\text{pression} = \frac{\text{Force}}{\text{surface}}$		
Intensité du courant :	I ou i	A	
Charge	$\text{Charge} = \text{Intensité} \times \text{temps}$ $q = I \times t$	A.s	Coulomb, C
ddp, fem, tension	$\text{tension} = \frac{\text{puissance}}{\text{intensité}}$ $U = \frac{P}{I}$	$\text{Kg.m}^2.\text{s}^{-3}.\text{A}^{-1}$	Volt, V
Résistance	$R = \frac{U}{I}$	$\text{Kg.m}^2.\text{s}^{-3}.\text{A}^{-2}$	Ohm, Ω
Conductance	$G = 1/R$	$\text{Kg}^{-1}.\text{m}^{-2}.\text{s}^3.\text{A}^2$	Siemens, $1 \text{ S} = 1 \Omega^{-1}$
Capacité	$\text{capacité} = \frac{\text{charge}}{\text{tension}}$ $C = \frac{q}{U}$	$\text{Kg}^{-1}.\text{m}^{-2}.\text{s}^4.\text{A}^2$	Farad, F
Température :	T	K	
Capacité thermique molaire	$C_m = \frac{Q}{(T_2 - T_1).n}$	$\text{Kg.m}^2.\text{s}^{-2}.\text{K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$	$\text{J}.\text{K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$
Capacité thermique massique	$c = \frac{C_m}{M}$	$\text{m}^2.\text{s}^{-2}.\text{K}^{-1}$	$\text{J}.\text{K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$

1.4 Changement d'unités

A retenir : d'autres unités sont couramment utilisées mais n'appartiennent pas au système international, elles constituent des pièges classiques lors des sujets de concours

La température θ en degré Celsius :	$T (K) = 273,15 + \theta (^{\circ}C)$
La pression en bar :	$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$
La pression en atmosphère :	$1 \text{ atm} = 1,013.10^5 \text{ Pa}$
La pression en millimètre de mercure (mmHg) ou Torr :	$760 \text{ mmHg} = 1 \text{ atm} = 1,013.10^5 \text{ Pa}$
La masse molaire en g.mol^{-1} :	$1 \text{ g.mol}^{-1} = 10^{-3} \text{ kg.mol}^{-1}$
La tonne :	$1 \text{ t} =$
L'unité de masse atomique :	$1 \text{ u} = 1,660.10^{-27} \text{ kg}$
L'électron-volt :	$1 \text{ eV} = 1,602.10^{-19} \text{ J}$
La calorie :	$1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$
La minute :	$1 \text{ min} =$
L'heure :	$1 \text{ h} =$
Le jour :	$1 \text{ j} =$
Le litre :	$1 \text{ L} =$
	$1 \text{ mL} =$

La physique étudie des objets à différentes échelles : de l'atome aux étoiles, aussi nous devons passer d'une échelle à l'autre et utiliser des **multiples et sous-multiples**.

Valeur	Préfixe	Symbole
10^{-12}		
10^{-9}		
10^{-6}		
10^{-3}		
10^{-2}		
10^{-1}		

Valeur	Préfixe	Symbole
10		
10^2		
10^3		
10^6		
10^9		
10^{12}		

Pour se faire, utilisons les outils mathématiques à notre disposition.

	km	hm	dam	m	dm	cm	mm
3 dam = 30 m			3	0			
4 km = 4 000 m	4	0	0	0			
600 cm = 6 m				6	0	0	

Capacité 2 : Les changements d'unité

Soit une surface S de 10 mm^2 , exprimer S en m^2 :

A 20°C , l'eau liquide a une masse volumique de 1 g.cm^{-3} . Exprimer cette masse en g.L^{-1} , puis en kg.m^{-3} :

Donner la valeur de la vitesse de la lumière dans le vide dans les unités suivantes : m/s et km/h.

2 Analyse dimensionnelle

L'analyse dimensionnelle (AD) a été introduite par Reynolds en 1883 pour traiter des problèmes d'hydrodynamique. L'AD est l'étude d'un phénomène physique à travers les dimensions des variables.

En effet, les mathématiques et le calcul numérique ne supportent pas vraiment les dimensions d'un modèle physique. Les maths ne manipulent que des nombres sans dimension. Exemple tout bête : l'argument d'un sinus ou d'une exponentielle n'est pas dimensionné ! Le sinus de 10 secondes ou l'exponentielle de 2 kg ne signifient rien !

Nous retiendrons les règles suivantes :

De part et d'autre d'un signe égal ou d'une inégalité, les grandeurs doivent avoir la même dimension (donc la même unité lors de l'application numérique).

Deux grandeurs peuvent s'ajouter ou se soustraire si elles ont la même unité.

L'argument x des fonctions mathématiques (exponentielle : e^x , logarithme : $\ln(x)$, cosinus : $\cos(x)$, ...) est sans dimension ; ces fonctions étant elles-mêmes sans dimension.

2.1 L'Analyse Dimensionnelle pour détecter une erreur dans une formule :

Dans une équation, les deux membres de l'équation doivent être **homogènes**, c'est à dire **de même dimension**.

Systématiquement, à la fin d'un exercice de khôlle, de devoir maison ou de DS, vous devez vérifier l'homogénéité de vos expressions. Conclure sur une relation non homogène est rédhitoire et nuit gravement à l'opinion qu'un correcteur peut se faire d'un candidat.

Capacité 3 : Détecter une erreur dans une formule

1) Si nous étudions le mouvement d'un pendule, dans certaines conditions, la période T des oscillations de ce pendule peut s'exprimer en fonction de la longueur du pendule ℓ , l'accélération de la pesanteur g . La (les)quelle(s) de ces formules est (sont) homogènes :

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

$$T = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

$$T = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\ell+g}{g \cdot \ell}}$$

En déduire les limites de l'AD.

2) Contrôler l'homogénéité de l'expression de la position z d'un point en fonction du temps au cours d'une chute libre :

$$z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + \frac{v_0}{t} + z_0$$

avec g le champ de pesanteur, v_0 la vitesse initiale et z_0 l'altitude initiale.

3) L'expression : $u_c = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ où E et u_c sont des tensions électrique et t un temps est homogène à condition que τ soit homogène à

2.2 L'analyse dimensionnelle pour trouver une relation:

L'analyse dimensionnelle peut servir à déterminer la forme monôme d'une relation :

$$T = Cte \cdot X^\alpha \cdot Y^\beta \cdot Z^\gamma$$

Pour cela, il faut connaître la dimension des paramètres T, X, Y, Z . La Cte est sans dimension.

Nous obtiendrons un système d'équations avec des inconnues qu'il faudra résoudre.

Vous verrez en détail la résolution de ces systèmes dans le cours de mathématiques (pivot de Gauss)

Capacité 4 : Trouver une relation

La poussée d'Archimède, ou force qu'exerce un fluide sur un corps immergé est une fonction monôme du volume du corps immergé V , de la masse volumique ρ du fluide, et l'accélération de la pesanteur g .
Trouver l'expression de cette force

3 Réalisation d'un calcul et présentation d'un résultat

3.1 Données, Chiffres significatifs – Nombre de décimales

Le résultat d'une mesure ou d'un calcul dont un des membres découle d'une mesure est nécessairement associé à une incertitude. Un chiffre significatif est un chiffre qui a un **sens physicochimique**, lorsque l'on écrit un résultat, on doit pouvoir faire « confiance » au chiffre significatif.

Le nombre de chiffres significatifs à donner pour un résultat numérique est directement relié à la précision avec laquelle le résultat est connu.

Un chiffre significatif (CS) est :
- un chiffre non nul,
- un zéro situé à droite d'un chiffre non nul.

Le nombre de chiffre significatifs est le nombre total de chiffres - incluant les zéros - comptés à partir du premier chiffre non nul

Une décimale est : un chiffre placé derrière une virgule.

Précision	Arrondi à tant de chiffres significatifs	Arrondi à tant de décimales
Cinq	12,343	12,34300
Quatre	12,34	12,3430
Trois	12,3	12,343
Deux	12	12,34
Un	$1 \cdot 10^1$	12,3
Zéro	sans objet	12

Principe de l'écriture de résultat : **le résultat d'un calcul ne peut être plus précis que la moins précise des données utilisées.**

Dans le cas d'une **somme** ou d'une **différence**, on applique le principe de **moindre décimale**.

*Le résultat possède le même nombre de décimale que la donnée qui en a le moins.
Attention, dans le cas d'une somme en écriture scientifique,
il faut veiller à écrire les données dans la même puissance.*

Dans le cas d'une **multiplication** ou d'une **division**, on applique le principe de **moindre chiffre significatif (CS)**.

*Le résultat possède le même nombre de CS que la donnée qui en a le moins
Attention, un nombre entier n'intervient pas dans la précision*

Capacité 5 : Chiffres significatifs – nombre de décimales

Dans les cas suivants, indiquez le nombre de CS, puis proposez ne écriture scientifique respectant la même précision.

	CS	Même nombre en écriture scientifique		CS	Même nombre en écriture scientifique
7700			$4 \cdot 10^3$		
0038			$2,00 \cdot 10^3$		
0,0090			$0,01 \cdot 10^{-5}$		

$$\frac{0,0230 \times 1140}{6,25} =$$

$$2 \times \frac{1043 \times 0,324}{3,0} =$$

Avec 2 : nombre entier

$$0,00556 + 1,01000 =$$

$$0,00556 + 1,01 =$$

$$3,6532 - 3,5221 =$$

$$3,6532 - 3,5 =$$

3.2 Calcul numérique et calcul littéral

Tous **les calculs doivent être menés tout au long littéralement** (avec les lettres)

Les valeurs numériques n'interviennent qu'à la dernière étape lors de la réalisation des applications numériques.

Un résultat numérique doit toujours être accompagné d'une unité (s'il en possède une).

Sans unité, un résultat numérique est faux et sera donc considéré comme tel.

Encadrer le résultat littéral final .

Réaliser l'application numérique et **souligner le résultat numérique final.**

Capacité 6 : calcul littéral et numérique

On lance une balle de $m = 1 \text{ kg}$ verticalement avec une vitesse initiale v_0 de $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

La conservation de l'énergie s'écrit $E_m = mv^2/2 + mgz = mv_0^2/2$.

Lorsque la balle atteint l'altitude maximale h , la vitesse v s'annule.

Quelle est la hauteur maximale atteinte par la balle ?

4 Un peu d'histoire : création et évolution d'un système de mesure universel

L'établissement d'un système de mesure universel s'est d'abord concentré sur l'unité de mesure des longueurs. L'idée des politiques et scientifiques du XVIII^{ème} siècle a été d'assurer l'invariabilité des mesures en les rapportant à un étalon emprunté à un phénomène naturel, un étalon universel qui ne serait fondé sur aucune vanité nationale, permettant l'adhésion de toutes les nations étrangères. Plusieurs références étaient envisagées mais ce fut la longueur du quart du méridien terrestre qui fut choisi par une commission constituée par l'académie française des sciences de savants de renom (Borda, Condorcet, Lagrange, Lavoisier, Monge). Le 25 mars 1791 est donc né le mètre (du grec « metron » signifiant mesure), dont la longueur était établie comme égale à la dix millionième partie du quart du méridien terrestre, méridien mesuré à l'époque en toise par deux astronomes : J.-B. Delambre et P. Méchain. Ainsi en 1799 est déposé aux Archives de la république un mètre-étalon en platine.

L'unité de mesure de base étant déterminée, il « suffisait » désormais d'établir toutes les autres unités de mesure qui en découlaient : le mètre carré et le mètre cube, le litre, le gramme.... Le système métrique décimal est alors institué le 7 avril 1795 par la loi « relative aux poids et mesures ». Il s'agit d'un bouleversement majeur des pratiques humaines. La décimalisation introduisait une véritable révolution dans le calcul des surfaces et des volumes. Tout passage d'une surface multiple à un sous-multiple, s'opère par simple glissement de la virgule décimale de deux rangs, de trois rangs s'il s'agit de volume.

De même une commission est chargée de déterminer un étalon pour l'unité de masse, qui sera défini comme la masse d'un décimètre cube d'eau à la température de la glace fondante. Un étalon en platine sera aussi déposé aux Archives de France (maintenant conservé au pavillon de Breteuil à Sèvres). Le système métrique se propage ensuite hors de France et le Bureau international des poids et mesures (BIPM installé au pavillon de Breteuil) est créé en 1875, lors d'une conférence internationale diplomatique aboutissant à la signature de la « convention du mètre » par 17 états. Depuis régulièrement une conférence rassemble des délégués des états membres (la Conférence générale des poids et mesures CGPM) afin de prendre les décisions en matière de métrologie. C'est par ailleurs la 11^{ème} conférence générale des poids et mesures, en 1960, qui permettra de définir le système international d'unité (SI) actuel.

Les définitions des unités de base du SI ont évolué au cours de l'histoire dès que les besoins de précision n'étaient plus satisfaits. Les méthodes de mesure et les étalons eux-mêmes progressent et se renouvellent constamment. Les travaux concernant les étalons fondamentaux, effectués notamment par les laboratoires nationaux de métrologie et par le BIPM, ne connaîtront sans doute jamais de fin. Voici pour information les étalons actuels des sept unités de base du SI.

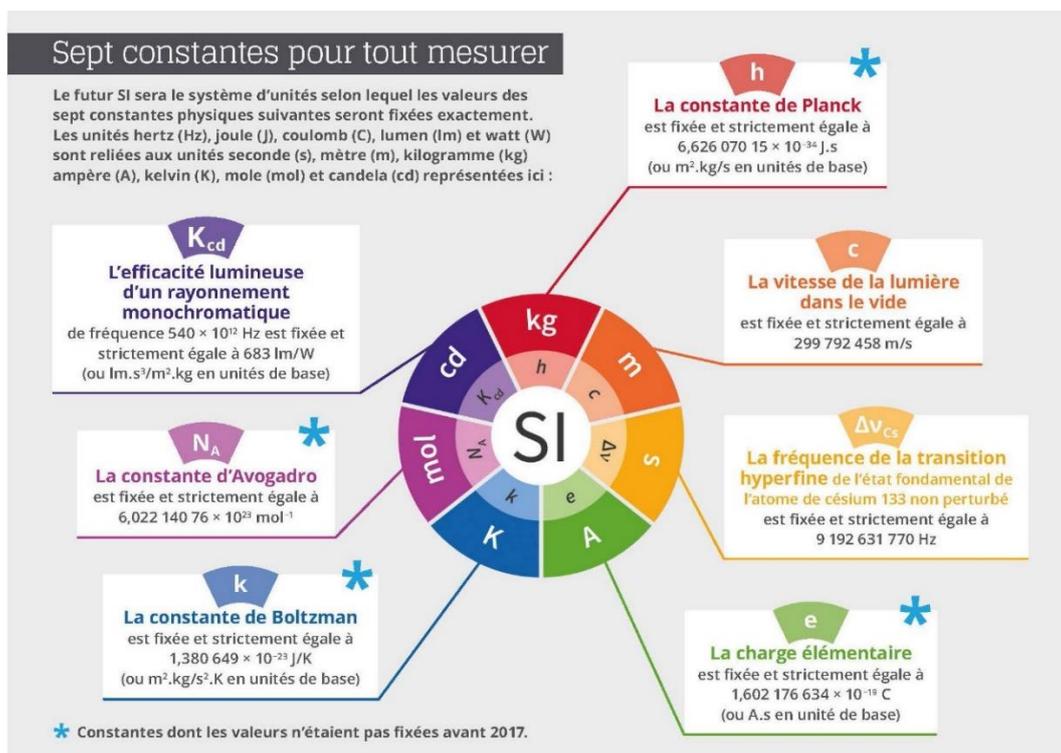
Étalons fondamentaux (SI révisé en novembre 2018) :

- ✓ Le mètre est la longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière en 1/299 792 458 seconde.
- ✓ La seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133.
- ✓ Le kilogramme était la masse du prototype en platine iridié déposé au Pavillon de Breteuil à Sèvres, mais depuis le 16 novembre 2018 il est défini à partir de la constante de Planck :

$$h = 6,62607004 \times 10^{-34} \text{ m}^2 \text{ kg} / \text{s}.$$

- ✓ L'ampère était défini comme l'intensité d'un courant électrique constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à une distance de 1 m l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces conducteurs une force de $2 \cdot 10^{-7}$ Newton par mètre de longueur. Il est maintenant défini en fixant la valeur numérique de la charge élémentaire : $e = 1,60217662 \times 10^{-19}$ Coulomb
- ✓ Le kelvin était défini comme la fraction 1 / 273,16 de la température thermodynamique du point triple de l'eau. La nouvelle définition de 2018 a pour objectif de respecter cette valeur, mais en l'ancrant sur une valeur fixée de la constante de Boltzmann : $k_B = 1,38064852 \times 10^{-23} \text{ m}^2 \text{ kg} \text{ s}^{-2} \text{ K}^{-1}$
- ✓ La mole était définie comme la quantité de matière contenant autant d'entités élémentaires qu'il y a d'atomes dans 12g de carbone 12. Elle est maintenant définie comme la quantité de matière d'un système contenant exactement $6,0221409 \cdot 10^{23}$ entités élémentaires (atomes, ions, molécules, etc.)
- ✓ La candela est l'intensité lumineuse du rayonnement monochromatique de fréquence $540 \cdot 10^{12}$ hertz, correspondant à une intensité énergétique de 683 watts dans une direction définie par un angle solide de 1 stéradian.

La révision du système SI adoptée lors de la 26^{ème} conférence générale des poids et mesures de novembre 2018 avait pour but de redéfinir certaines unités en s'appuyant sur des constantes de la nature.



<https://lejournal.cnrs.fr/articles/ces-constantes-qui-donnent-la-mesure>

5 Travaux dirigés

Exercice 1 : Vérification de l'homogénéité d'une relation

1. Les grandeurs U , E_i sont des tensions, la grandeur I est un courant et les grandeurs R_i des résistances. En considérant la dimension des résultats proposés choisir la formule homogène.

$$\text{a) } U = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{b) } U = \frac{R_1 E_1 + R_1 (R_1 + R_2) E_2}{R_1 + R_2} \quad \text{c) } U = \frac{R_1 R_2 I}{R_1 + R_2} + R_3 E \quad \text{d) } U = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

2. On considère un gaz parfait dont l'équation d'état (reliant sa pression p , son volume V , sa température T et sa quantité de matière n) est $pV = nRT$ où R est la constante des gaz parfaits. Avec k une constante sans dimension, M la masse molaire du gaz et ρ sa masse volumique, déterminer la formule homogène donnant la vitesse de propagation c du son dans ce gaz :

$$\text{a) } c = \frac{kRT}{M} \quad \text{b) } c = k\sqrt{\frac{RT}{M}} \quad \text{c) } c = k\sqrt{\frac{RT}{\rho}}$$

Exercice 2 : puissance et force (extrait G2E 2008)

Un navire d'une masse de 10 000 tonnes, file en ligne droite à la vitesse de 15 nœuds.

La force de résistance exercée par l'eau sur la coque du bateau est de type : $F = k \cdot v^2$ ou k est une constante et v la vitesse du bateau.

Un nœud correspond à 1 mille nautique par heure et le mille nautique est égal à 1852 m

On se place dans un référentiel lié au port qui sera supposé galiléen.

Calculer la constante k sachant que le moteur fournit une puissance de 5,0 MW à la vitesse v_0 .

Problème 1 : Le pendule simple de Galilée (tiré du livre « Physique BCPST-Véto », Baude-Grécias, Lavoisier)

On veut déterminer la période T des petites oscillations d'un pendule de Galilée, à savoir une petite boule de masse m , fixée à l'extrémité d'un fil inextensible de longueur L et de masse négligeable.

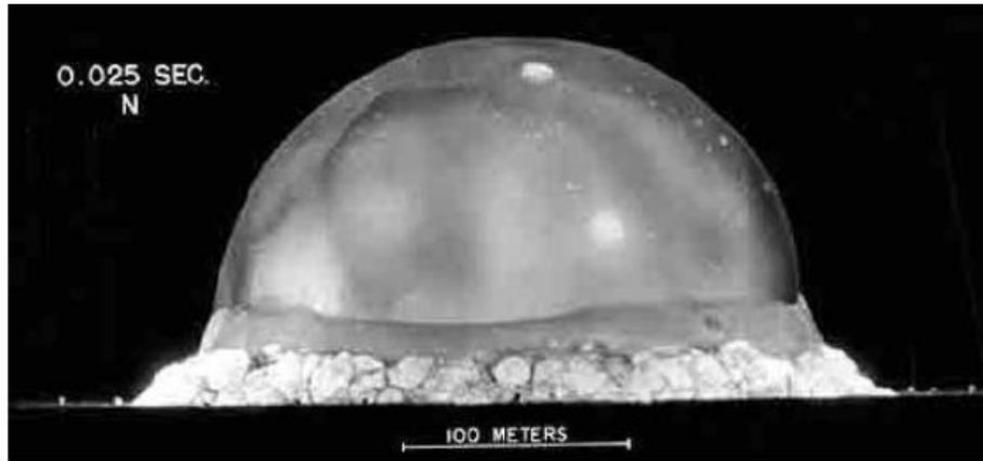
Nous supposons que T est de la forme $T = k \cdot L^\alpha \cdot g^\beta$ avec k une constante sans dimension.

- Rappeler l'unité dans le système international de l'accélération de pesanteur g
- Déterminer les coefficients α et β par analyse dimensionnelle
- Comment variera la période du pendule si la longueur du fil passe de L à $2L$? nL ?

Problème 2 : UN SECRET NUCLEAIRE MAL GARDE

Trinity est le nom de code du premier essai nucléaire de l'histoire. L'explosion eut lieu le 16 juillet 1945 à Alamogordo au Nouveau Mexique, dans une zone désertique nommée Jornada del Muerto. Étant l'ultime étape du projet Manhattan, lancé par les États-Unis durant la seconde guerre mondiale, les données concernant ce projet étaient classées ultra-secrètes par la CIA.

Pourtant, le physicien anglais G. I. Taylor a pu estimer l'ordre de grandeur de l'énergie dégagée par cette explosion par une analyse dimensionnelle judicieuse sur la base d'un film. Le film permet de suivre au cours du temps le rayon $R(t)$ du « nuage » formé par l'explosion.



Boule de gaz formée 25 ms après l'explosion de la bombe

Cet exercice propose de reproduire le raisonnement de Taylor.

Des connaissances en mécanique des fluides et thermodynamique suggèrent que les paramètres influant sur le rayon $R(t)$ du nuage sont évidemment le temps t s'étant écoulé depuis l'explosion et l'énergie E libérée par l'explosion, mais aussi la masse volumique de l'air ρ .

Données : masse volumique de l'air $\rho = 1$ (en unité SI)

- 1) Établir la dimension d'une énergie en fonction des dimensions de bases du système international.
- 2) Taylor a supposé que le rayon du nuage s'écrit en fonction des paramètres cités ci-dessus sous la forme :
$$R(t) = E^a t^b \rho^c$$
 où a , b et c sont trois constantes.

Déterminer les constantes a , b et c .

- 3) Dédire de la question précédente l'expression de l'énergie libérée en fonction de R , ρ et t .
- 4) Estimer l'ordre de grandeur de sa valeur numérique à partir du document.
- 5) Plusieurs années plus tard, la CIA a révélé que les mesures réalisées sur place permettaient d'estimer que l'énergie libérée par la bombe était d'environ 20 kilotonnes de TNT.

Sachant que l'explosion de 1 kg de TNT libère environ 4.10^6 J, calculer l'énergie libérée par l'explosion Trinity et commenter la qualité du résultat obtenu par analyse dimensionnelle.