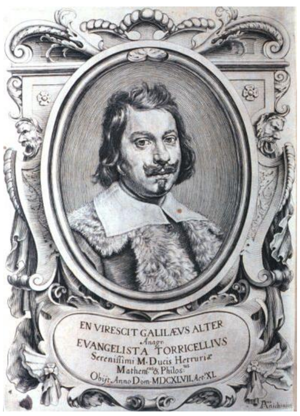
6 – Statique des fluides

L’équilibre d’un système peut être étudié dans deux grands domaines de la physique : la mécanique et la thermodynamique. Si les seules transformations du système sont à l’échelle macroscopique, il est suffisant d’étudier le mouvement et l’équilibre du point de vue mécanique ; c’est le cas du mouvement d’ensemble d’un solide. Dans le cas des liquides, l’absence de forme propre du système complique le problème. Il reste possible d’étudier l’équilibre d’un liquide de température donnée d’un point de vue mécanique, mais l’étude de l’écoulement doit généralement tenir compte de ses propriétés thermodynamiques ; en particulier si la température intervient (refroidissement ou échauffement d’un système quelconque, transfert d’énergie thermique à travers un système quelconque), il est incontournable de faire une étude thermodynamique. Ce chapitre est donc à l’interface entre la mécanique et la thermodynamique.

L’équilibre des systèmes solides a été vu précédemmentt dans le cours de mécanique. Dans le cas des liquide, les lois fondamentales de la la « statique des fluides » ont été énoncées au 17^{e} siècle par Blaise Pascal, suite à de nombreux travaux sur le sujet, dont le plus célèbre est l’expérience de Evangelista Torricelli qui a mis en évidence la pression atmosphérique. Le cas de la statique des gaz n’a été achevé qu’à la fin du 19^{e} siècle.



Evangelista Torricelli (1608 - 1647)
physicien et mathématicien italien

Blaise Pascal (1623 - 1662)
physicien et mathématicien français

Plan du chapitre

Programme officiel – Premier semestre – **Thème E – énergie : conversion et transfert**

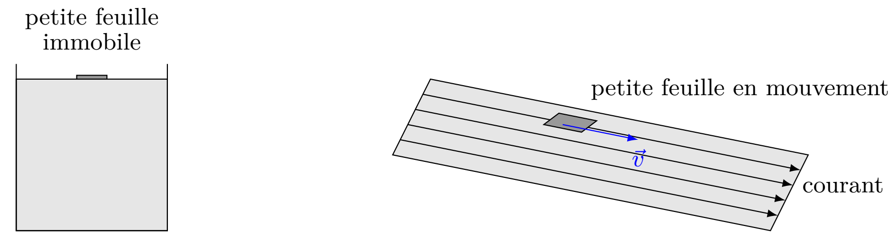
Notions	Capacités exigibles
E.4. Statique des fluides.	
Pression dans un fluide au repos.	
Forces volumiques, forces surfaciques.	Citer des exemples de forces forces surfaciques ou volumiques.
Résultante de forces de pression sur une surface.	Utiliser des symétries pour déterminer la direction d'une résultante de forces de pression. Déterminer l'expression ou la valeur de la résultante des forces de pression sur une surface plane.
Statique des fluides dans le champ de pesanteur uniforme.	Établir la relation $\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} = \pm\rho g$.
Poussée d'Archimède.	Expliquer l'origine de la poussée d'Archimède.
Équilibre hydrostatique dans le champ de pesanteur terrestre.	
Modèle de l'atmosphère isotherme. Échelle de hauteur caractéristique de variation de la pression.	Établir l'expression de la pression en fonction de l'altitude dans le cas de l'atmosphère isotherme dans le modèle du gaz parfait. Citer la valeur de la pression atmosphérique moyenne au niveau de la mer.
Stratification verticale des océans.	Établir l'expression de la pression avec la profondeur dans le cas d'un fluide incompressible.
Flottabilité.	Interpréter la flottabilité d'une particule de fluide à l'aide des projections verticales du poids et de la poussée d'Archimède. Identifier quelques phénomènes favorables ou défavorables aux mouvements verticaux de convection dans l'atmosphère ou les océans terrestres. Construire, par analyse dimensionnelle, les temps caractéristiques associés à ces phénomènes et les comparer.

1 Pression et forces pressantes dans un fluide au repos

1.1 Hypothèses de l'étude

1.1.1 Liquide est au repos

On peut se demander ce que signifie la notion de repos dans un liquide, alors que les molécules y sont par définition en mouvement perpétuel les unes par rapport aux autres. Le repos doit être entendu à l'échelle macroscopique : un liquide est dit au repos si les molécules n'y sont pas animées d'un mouvement d'ensemble, ni de translation ni de rotation.



(a) fluide au repos (b) fluide en mouvement

FIGURE 1 – Différence entre un liquide au repos et un liquide en mouvement.

Par exemple, l'eau d'un verre est au repos, mais pas l'eau d'une rivière. Pour s'en convaincre, il suffit de déposer un morceau de feuille à la surface de l'eau dans chaque cas : dans le verre, la feuille reste immobile, alors que dans la rivière, elle en suit le cours. En d'autres termes, dans un fluide au repos, un petit volume du fluide[1] voit son centre de masse rester immobile au cours du temps, même si les molécules sont en mouvement d'agitation permanent.

1.1.2 Uniformité du champ de pesanteur

Aucun système liquide à la surface de la Terre n'a une profondeur qui excède environ 11 km. Un calcul simple de la variation du champ de pesanteur terrestre montre que celui-ci varie de moins de 1% tant que la variation d'altitude reste inférieure à 32 km. On pourra donc faire l'approximation que $g =$ cte dans un système liquide.

Évidemment, l'étude du noyau liquide au centre de la Terre, dont l'épaisseur est nettement supérieure à 32 km ne pourra pas se faire avec l'hypothèse d'un champ de pesanteur constant.

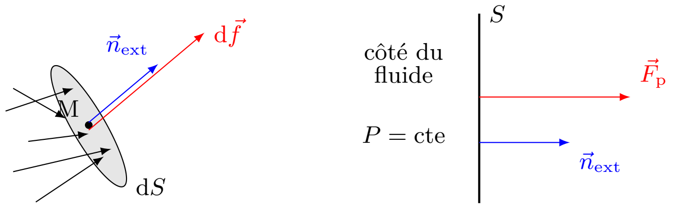
1.2 Force sur une surface plane

On a déjà défini la force pressante élémentaire $\mathrm{d}\vec{f_p}$ qui s'applique sur la surface élémentaire $\mathrm{d}S$ au contact d'un fluide et soumise à la pression P :

$$\mathrm{d}\vec{f_p} = P \,\mathrm{d}S\, \vec{n}$$

avec $\vec{n}$ un vecteur unitaire dirigé du fluide vers la surface. La pression P se définit donc comme le coefficient de proportionnalité entre la surface considérée et la force qu'elle subit au contact du fluide ; la pression est donc une force surfacique.

1. C'est ce qu'on appelle une *particule de fluide*, de taille nettement plus grande qu'une molécule mais nettement plus petite que le système global, typiquement 1 µm^3.



(a) force pressante élémentaire

(b) force pressante sur une surface plane

FIGURE 2 – Force pressante sur une surface.

La force pressante qui s'exerce sur une surface macroscopique s'obtient en sommant les forces pressantes élémentaires sur toutes les parties de cette surface. Dans le cas général, cette somme est complexe. Elle est en revanche facile dans le cas particulier d'une **surface plane** S soumise à une **pression uniforme** P ; comme on l'a déjà vu, elle vaut alors :

$$\boxed{\vec{F}_{\text{p}} = P\,S\,\vec{n}_{\text{ext}}} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{P = \frac{\left\|\vec{F}_{\text{p}}\right\|}{S}} \tag{1}$$

1.3 Relation locale de la statique des fluides

On cherche à établir une relation générale qui modélise comment évolue la pression lorsqu'on se déplace dans une direction quelconque dans un fluide au repos et soumis au seul champ de pesanteur, quelle que soit la nature du fluide (liquide ou gazeux). Pour cela, on va faire un raisonnement sur une petite portion de ce fluide, appelée une particule de fluide, c'est-à-dire un volume suffisamment grand pour qu'il contienne un grand nombre de molécules (et soit donc soumis à des lois macroscopiques), mais suffisamment petit pour que les grandeurs thermodynamiques usuelles puissent être considérées comme uniforme (même température et même masse volumique en tout point de la particule de fluide). Comme on cherche à modéliser l'évolution de la pression dans le fluide, on suppose en revanche *a priori* que la pression du fluide environnant n'est pas la même au niveau des différentes faces.

Dans le cadre de la statique des fluides, on choisit une particule de fluide au repos, et on suppose que celle-ci n'est soumise qu'au champ de pesanteur (aucune autre force ne s'applique au fluide). On admet qu'on ne perd pas en généralité en la choisissant de forme cubique, avec des arêtes de longueurs $\mathrm{d}x$, $\mathrm{d}y$ et $\mathrm{d}z$, avec z la direction verticale. Le volume de la particule de fluide est : $\mathrm{d}V = \mathrm{d}x \cdot \mathrm{d}y \cdot \mathrm{d}z$. La masse volumique dans la particule est notée ρ et le champ de pesanteur terrestre est $\vec{g} = -g\,\vec{u}_z$.

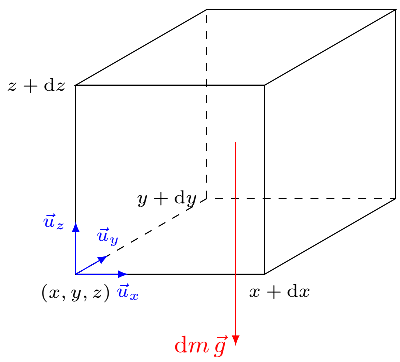


FIGURE 3 – Particule de fluide au repos dans le champ de pesanteur.

Étudions le système constitué de la particule de fluide, dans le référentiel terrestre local. La particule de fluide est au repos, donc elle est soumise à une résultante de forces nulle : $\sum \vec{F} = \vec{0}$. Les forces en présence qui s'exercent sur la particule de masse $\rho\,\mathrm{d}V$ sont :

- le poids $\rho\ \mathrm{d}V\ \vec{g} = \rho\ \mathrm{d}x \cdot \mathrm{d}y \cdot \mathrm{d}z\ \vec{g}$,
- les forces pressantes exercées par le fluide environnant sur chacune des 6 faces de la particule de fluide.

Sur chacune de ses faces, il s'exerce une force pressante élémentaire normale à la face et dirigée vers l'intérieur (car c'est le fluide extérieur qui exerce une force sur la particule). Raisonnons sur les couples de faces opposées. Sur les faces de gauche et de droite, aux abscisses x et $x + \mathrm{d}x$, de surface $\mathrm{d}y \cdot \mathrm{d}z$, les forces pressantes sont :
- $\mathrm{d}\vec{f}_1 = P_{(x)}\ \mathrm{d}y\ \mathrm{d}z\ \vec{u}_x$,
- $\mathrm{d}\vec{f}_2 = P_{(x+\mathrm{d}x)}\ \mathrm{d}y\ \mathrm{d}z\ (-\vec{u}_x)$.

avec $P_{(x)}$ et $P_{(x+\mathrm{d}x)}$ les pressions du fluide environnant en x et en $x + \mathrm{d}x$.

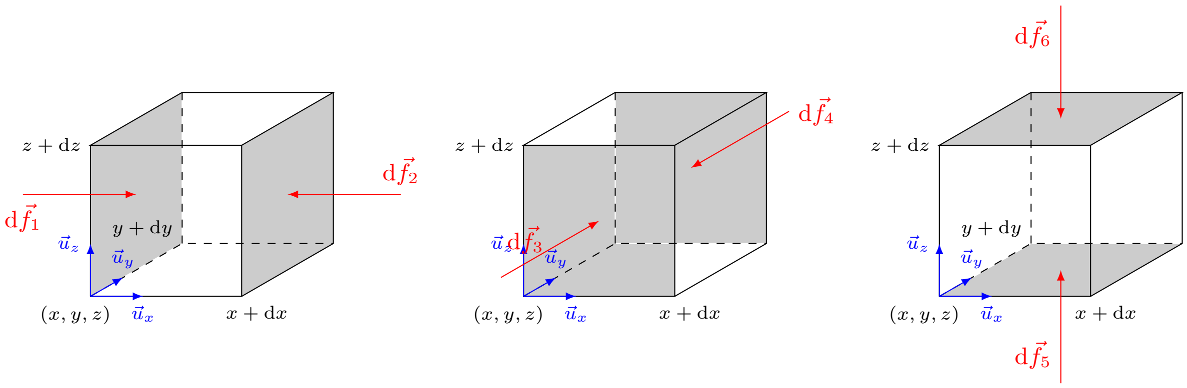


FIGURE 4 – Forces pressantes sur les faces de la particule de fluide.

De même, sur les faces avant et arrière, aux ordonnées y et $y + \mathrm{d}y$, de surface $\mathrm{d}x \cdot \mathrm{d}z$, les forces pressantes sont :
- $\mathrm{d}\vec{f}_3 = P_{(y)}\ \mathrm{d}x\ \mathrm{d}z\ \vec{u}_y$,
- $\mathrm{d}\vec{f}_4 = P_{(y+\mathrm{d}y)}\ \mathrm{d}x\ \mathrm{d}z\ (-\vec{u}_y)$.

Enfin, sur les faces inférieure et supérieure, aux cotes z et $z + \mathrm{d}z$, de surface $\mathrm{d}x \cdot \mathrm{d}y$, les forces pressantes sont :
- $\mathrm{d}\vec{f}_5 = P_{(z)}\ \mathrm{d}x\ \mathrm{d}y\ \vec{u}_z$,
- $\mathrm{d}\vec{f}_6 = P_{(z+\mathrm{d}z)}\ \mathrm{d}x\ \mathrm{d}y\ (-\vec{u}_z)$.

La condition d'équilibre de la particule de fluide s'écrit : $\mathrm{d}\vec{f}_1 + \mathrm{d}\vec{f}_2 + \mathrm{d}\vec{f}_3 + \mathrm{d}\vec{f}_4 + \mathrm{d}\vec{f}_5 + \mathrm{d}\vec{f}_6 + \rho\ \mathrm{d}V\ \vec{g} = \vec{0}$. Projetons sur les trois axes, sachant que le poids est uniquement suivant la verticale :

$$\begin{cases} P_{(x)}\ \mathrm{d}y\ \mathrm{d}z - P_{(x+\mathrm{d}x)}\ \mathrm{d}y\ \mathrm{d}z = 0 \\ P_{(y)}\ \mathrm{d}x\ \mathrm{d}z - P_{(y+\mathrm{d}y)}\ \mathrm{d}x\ \mathrm{d}z = 0 \\ P_{(z)}\ \mathrm{d}x\ \mathrm{d}y - P_{(z+\mathrm{d}z)}\ \mathrm{d}x\ \mathrm{d}y - \rho\, g\ \mathrm{d}x\ \mathrm{d}y\ \mathrm{d}z = 0 \end{cases} \quad \text{soit} \quad \begin{cases} P_{(x)} = P_{(x+\mathrm{d}x)} \\ P_{(y)} = P_{(y+\mathrm{d}y)} \\ (P_{(z+\mathrm{d}z)} - P_{(z)}) + \rho\, g\ \mathrm{d}z = 0 \end{cases}$$

Les deux premières équations du système montrent que la pression ne dépend ni de x ni de y, autrement dit, pour une particule de fluide **au repos** dans le **seul champ de pesanteur**, la **pression ne dépend que de** z. Ce résultat est attendu dans la mesure où la seule contrainte à laquelle le système est soumis, à savoir le poids, est selon la verticale ; il n'y a donc aucune raison que les propriétés du fluide varient selon x ou y. Corrolairement, on peut s'attendre à ce que la masse volumique ρ soit une fonction de z.

On s'intéresse maintenant à la dernière équation du système, qu'on peut récrire sous la forme :

$$\frac{P_{(z+\mathrm{d}z)} - P_{(z)}}{\mathrm{d}z} = -\rho\, g$$

Pour se ramener à des définitions connues en mathématiques, il suffit de remarquer que la pression P est une fonction de z, et que la grandeur $\mathrm{d}z$ est très petite. L'expression de gauche est donc de la forme :

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

dans laquelle f joue le rôle de P, x celui de z et h celui de dz. Le rapport précédent est par définition la dérivée de f au point x : $f'(x)$. On en déduit que la relation précédente peut s'écrire : $\mathrm{d}P\,z = -\rho\,g$. On prendra garde que le signe devant g qui apparait lors de la projection de la relation vectorielle dépent du sens choisi pour le vecteur unitaire $\vec{u}_z$. Cette relation est appelée la **relation locale de la statique des fluides**, et donne l'évolution générale de la pression dans un **fluide au repos soumis uniquement au champ de pesanteur**.

La loi d'évolution de la pression avec l'altitude dans un fluide au repos dans le champ de pesanteur uniforme est donnée par **relation locale de la statique des fluides** :

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} = -\rho g \qquad \text{si } \vec{u}_z \text{ est orienté vers le haut}} \tag{2}$$

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} = \rho g \qquad \text{si } \vec{u}_z \text{ est orienté vers le bas}} \tag{3}$$

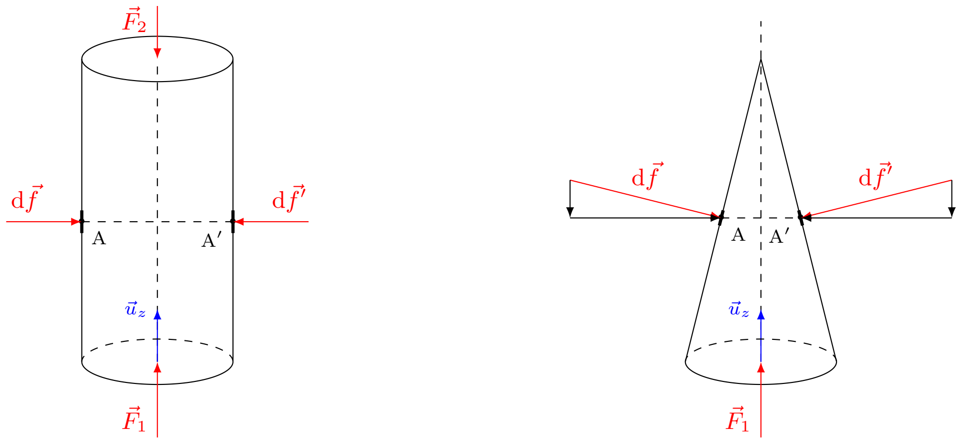
Quelle que soit la nature du fluide, la relation locale de la statique des fluides montre que, au repos dans le champ de pesanteur, la pression ne varie que suivant la direction verticale, et elle **diminue lorsqu'on s'élève**. En effet, avec $\vec{u}_z$ vers la haut, une élévation correspond à une augmentation de z, soit $\mathrm{d}z > 0$; alors $\mathrm{d}P = -\rho\,g\;\mathrm{d}z < 0$, c'est-à-dire que P diminue.

Cette étude a également montré que, dans un fluide au repos dans le champ de pesanteur, la pression est uniforme sur une surface horizontale : les surfaces horizontales sont des **surfaces isobares**.

1.4 Orientation de la résultante des forces pressantes

Pour des surfaces de géométrie simple au contact d'un fluide au repos dans le champ de pesanteur, il est possible de déterminer l'orientation de la résultante des forces pressantes, si la symétrie du problème est suffisamment grande.

Prenons l'exemple d'un cylindre entièrement immergé dans un fluide, de sorte que l'axe de révolution du cylindre soit vertical, donc colinéaire au champ de pesanteur. Sur les bases, qui sont horizontales, les forces pressantes $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ sont verticales ; elles n'ont pas la même intensité, car la pression n'est pas la même puisque les deux bases ne sont pas à la même altitude. La force pressante totale sur la surface latérale cylindrique est en revanche nulle. En effet, il est toujours possible de décomposer cette surface en une juxtaposition de surfaces élémentaires, de sortes qu'elles soient deux à deux symétriques par rapport à l'axe de révolution du cylindre, telles les surfaces d'aire dS autour des points A et A′ sur la figure 5a. Puisqu'elles sont symétriques par rapport à l'axe de révolution qui est vertical, ces deux surfaces sont à la même altitude et donc soumises à la même pression, soit $P_\mathrm{A} = P_{\mathrm{A}'}$. En conséquence, les deux forces pressantes $\mathrm{d}\vec{f}$ et $\mathrm{d}\vec{f'}$ ont la même intensité. Comme en outre, elles sont de même direction et de sens opposés par symétrie, on a : $\mathrm{d}\vec{f} = -\,\mathrm{d}\vec{f'}$, soit $\mathrm{d}\vec{f} + \mathrm{d}\vec{f'} =_v ec0$. En définitive, les forces pressantes sur la surface latérales s'annulent deux à deux, leur résultante est nulle. La force pressante totale sur la cylindre est donc $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$, et est donc purement verticale.



(a) cylindre (b) cône

FIGURE 5 – Détermination de la direction de la force pressante totale.

Dans le cas d'un cône entièrement plongé dans un fluide, de sorte que son axe de révolution soit vertical, le problème est analogue. La base du cône est une surface horizontale, soumise à une force pressante verticale $\vec{F}_1$. La surface latérale cônique peut être décomposées en une mosaïque de surfaces élémentaires symétriques deux à deux par rapport à l'axe de révolution. Ces surfaces sont à la même altitude donc soumises à la même pression, et elles ont la même aire, puisqu'elles sont symétriques. En conséquence, les forces pressantes qui s'y exercent sont de même intensité. D'autre part, comme elles sont symétiques par rapport à l'axe vertical, il est facile de se convaincre que leurs composantes verticales s'ajoutent alors que leurs composantes horizontales se compensent (forces $\mathrm{d}\vec{f}$ et $\mathrm{d}\vec{f}'$ sur la figure 5b). En définitive, la résultante $\vec{F}_2$ des forces pressantes sur la surface latérale est purement verticale, et orientée vers le bas. La résultante des forces pressantes sur le cône est donc $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ dirigée suivant la verticale.

1.5 Forces pressantes sur un solide entièrement immergé : poussée d'Archimède

Le résultat précédent, à savoir que la résultante des forces pressantes sur un objet entièrement immergé dans un fluide au repos est dirigée suivant la verticale, est en fait totalement général, même s'il n'est facile à mettre en évidence que pour des objets dont les surfaces au contact du fluide sont suffisamment symétriques par rapport à la verticale.

D'autre part, la direction de la résultante des forces pressantes qui s'applique sur un objet totalemen timmergé dans un fluide au repos est toujours dirigée vers le haut. C'est facile à mettre en évidence dans le cas du cylindre précédent : la face supérieure étant à une altitude plus grande que la face inférieure, elle est soumise à une pression plus faible, donc l'intensité de $\vec{F}_2$ est plus petite que celle de $\vec{F}_1$, ce qui fait que $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ est dans la direction de $\vec{F}_1$, autrement dit vers le haut.

La résultante des forces pressantes qui s'exercent sur la surface d'un solide entièrement immergé dans un fluide au repos dans le champ de pesanteur est appelée la **poussée d'Archimède**. Elle est verticale et dirigée vers le haut du fait de la diminution de la pression avec l'altitude.

Il est possible de déterminer l'expression de la poussée d'Archimède en effectuant une expérience de pensée. Considérons un solide de forme quelconque et de volume total V entièrement immergé dans un fluide de masse volumique uniforme ρ. La poussée d'Archimède est la résultante des forces pressantes ; c'est donc la somme de toutes les forces élémentaires qui s'exercent sur la surface (S) du solide au contact avec le fluide. Elle est totalement indépendante de ce qui se trouve à l'intérieur du solide : elle est la même pour un solide de même surface, que le solide soit en fer, en plastique, en bois, qu'il soit plein ou qu'il y soit évidé en son centre. En conséquence, les forces pressantes qui s'exercent sur (S) sont les mêmes si on remplace le solide inclus dans (S) par un même volume du fluide environnant.

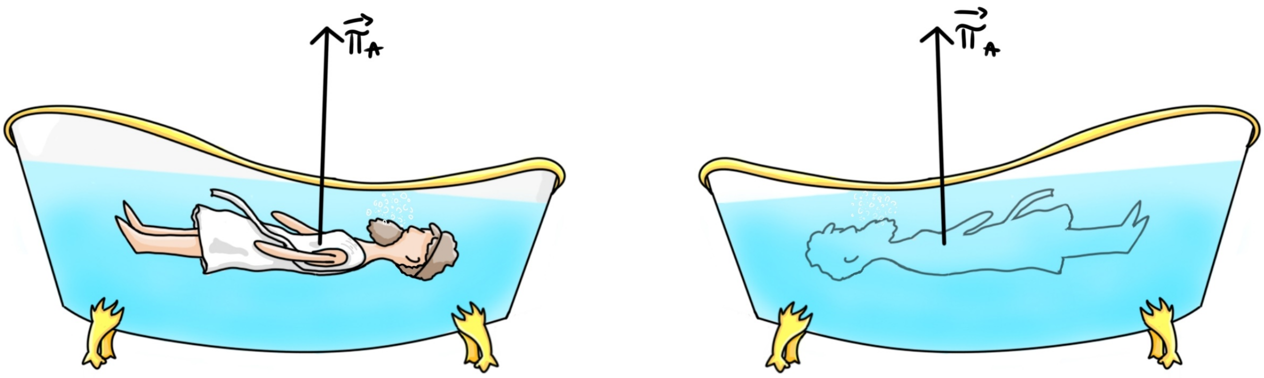


FIGURE 6 – Détermination de la poussée d'Archimède.
dessin : M. CLATIN

Sur le système constitué par le fluide inclus dans (S) et de volume V, il s'exerce deux forces : la poussée d'Archimède $\vec{\Pi}_\mathrm{A}$ qu'on cherche, et le poids $m\vec{g}$, où m est la masse de fluide dans V, soit encore $\rho V \vec{g}$. Le système étant constitué du même fluide que celui qui l'environne, il est à l'équilibre, et :

$$\vec{\Pi}_\mathrm{A} + \rho V \vec{g} = \vec{0}$$

La masse du fluide qui se trouve dans V est la masse du fluide dont le solide a pris la place lorsqu'on l'a immergé, et elle est qualifiée de « masse du fluide déplacé » (sous-entendu par l'introduction du solide).

La poussée d'Archimède subie par un solide de volume V entièrement immergé dans un fluide de masse volumique ρ est égale à l'opposé du poids du fluide déplacé par le solide.

$$\boxed{\vec{\Pi}_\mathrm{A} = -m_{\text{fluide déplacé}}\, \vec{g}} = -\rho V\, \vec{g} \qquad (4)$$

Soit un plongeur de volume égal à 90 L entièrement immergé dans l'eau de mer (masse volumique $\rho_\mathrm{eau} = 1025\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-3}$). La poussée d'Archimiède qu'il subit est :

$$\vec{\Pi}_\mathrm{A} = -\rho V\, \vec{g} \Rightarrow \Pi_\mathrm{A} = \rho V\, g = 900\,\mathrm{N}$$

La poussée d'Archimède est généralisable au cas d'un système qui plonge dans plusieurs fluides. Elle est simplement la résultantes des contributions de chacun des fluides. Le même baigneur est à la surface de l'eau. La moitié de son volume est immergé dans l'eau et l'autre moitié est dans l'air (masse volumique $\rho_\mathrm{air} = 1{,}2\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-3}$. Il s'agit bien d'un solide entièrement immergé, mais dans deux fluides différents. La relation reste valable, à condition de séparer les deux termes dus aux deux fluides ; elle est donc :

$$\vec{\Pi}_\mathrm{A} = -m_{\text{air déplacé}})\vec{g} - m_{\text{eau déplacée}}\vec{g} = -\rho_\mathrm{air} \times \frac{V}{2} \times \vec{g} - \rho_\mathrm{eau} \times \frac{V}{2} \times \vec{g} \Rightarrow \Pi_\mathrm{A} = \rho_\mathrm{air} g \times \frac{V}{2} - \rho_\mathrm{eau} g \times \frac{V}{2} = 450\,\mathrm{N}$$

Il est facile de remarquer que la contribution due à l'air est totalement négligeable devant la contribution due à l'eau : comme $\rho_\mathrm{air} \approx 10^{-3}\rho_\mathrm{eau}$, la contribution due à l'air est de l'ordre de 1/1000 de la contribution due à l'eau. Ceci est tout-à-fait général : lorsqu'un solide est immergé pour partie dans un liquide et pour partie dans un gaz, **on peut négliger la contribution de l'air à la poussée d'Archimède**, sauf si le volume de solide plongeant dans le liquide est très petit par rapport au volume de solide immergé dans le gaz.

La poussée d'Archimède permet de prédire le fait bien connu que la majorité du volume d'un iceberg est invisible sous l'eau. Considérons pour simplifier un iceberg cubique d'arête a qui flotte à la surface de l'eau de mer. On veut déterminer la proportion de l'iceberg qui se trouve sous la surface de la mer, sachant que la masse volumique de l'eau de mer est $\rho_e = 1{,}03 \cdot 10^3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, et la masse volumique de la glace est $\rho_g = 0{,}92 \cdot 10^3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.

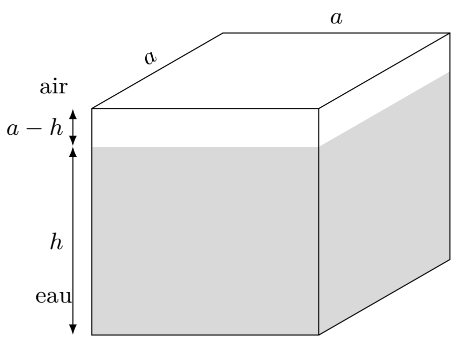


FIGURE 7 – Iceberg dans l'eau.

Si on appelle h la hauteur de l'iceberg immergé, alors le volume immergé dans l'eau est $V_e = a^2 \times h$ et le volume émergé est $V_a = a^2 \times (a - h)$. La poussée d'Archimède due à l'air est *a priori* négligeable ; on peut donc l'assimiler à la contribution de l'eau. L'autre force appliquée est le poids de l'iceberg $m\vec{g}$. À l'équilibre de l'iceberg, on a :

$$m\vec{g} + \vec{\Pi}_\mathrm{A} = \vec{0} \Rightarrow a^3\rho_g\,\vec{g} - a^2 h\rho_e\,\vec{g} = \vec{0} \Rightarrow a\rho_g - h\rho_e = 0 \Rightarrow \frac{h}{a} = \frac{\rho_g}{\rho_e} = 0,89$$

autrement dit 89% du volume de l'iceberg est immergé. Cela justifie qu'on puisse négliger la poussée d'Archimède due à l'air.

2 Loi de pression dans un liquide homogène incompressible

2.1 Hypothèses de l'étude

Au début de ce cours, on a énoncé les deux hypothèses sous lesquelles on se place :
- Hypothèse 1 : le fluide est au repos.
- Hypothèse 2 : le champ de pesanteur est uniforme, ce qui est valable pour tout système liquide à la surface de la Terre, comme on l'a vu.

Dans cette partie, on s'intéresse à l'équilibre d'un liquide homogène, c'est-à-dire de composition identique en tout point, et dans des conditions telles qu'il puisse être considéré incompressible, ce qui est tout à fait légitime si les variations de pression et de température au sein du système liquide restent modérées. Dans ces conditions, la masse volumique du liquide est uniforme, autrement dit a la même valeur en tout point du système liquide, soit une troisième hypothèse valable uniquement pour cette partie :
- Hypothèse 3 : la masse volumique du liquide est uniforme, soit $\rho = \text{cte}$.

Si les variations de pression au sein du liquide sont très importantes, il est évident que les molécules sont sensiblement plus proches les unes des autres dans les zones de forte pression et que la masse volumique y est donc plus grande. De même, si les variations de température au sein du liquide sont très importantes, l'agitation moléculaire plus importante dans les zones de forte température tend à éloigner les molécules donc à diminuer la masse volumique. Enfin, si la composition n'est pas constante, la masse volumique n'est pas constante ; en effet, les masses molaires des ions Na^+ et Cl^- étant plus importantes que celle de l'eau, l'eau salée est plus dense que l'eau douce.

Les systèmes répondant aux hypothèses de l'étude sont les systèmes liquides de profondeur modérée : un verre d'eau, un lac peu profond, le plateau continental d'un océan [2]. En revanche, l'étude de l'Océan Pacifique au niveau de la Fosse des Mariannes [3] devient problématique. La température continue d'avoir une variation faible (environ 20 °C du fond à la surface), mais la variation de pression est très importante. Les limites de l'hypothèse sont encore plus évidentes si on étudie le noyau liquide de la Terre, même en supposant qu'il soit au repos, ce qui n'est pas le cas.

2. Le plateau continental est la zone bordant les côtes dont la profondeur est généralement inférieure à 200 m. Il s'agit en fait de la zone du continent inondé par la mer.

3. Cette fosse est le point de profondeur maximale à la surface de la Terre : 11 km au-dessous de la surface de la mer.

2.2 Équation de l'hydrostatique

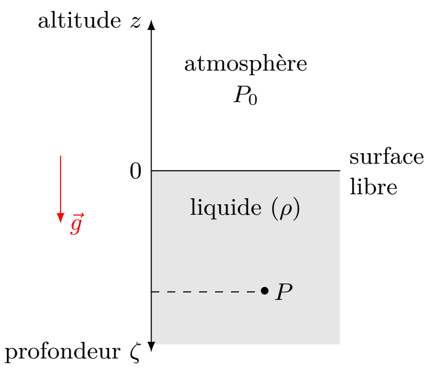
2.2.1 Variation expérimentale de la pression avec la profondeur

Dans toute la suite, il sera important de distinguer deux possibilités pour expliciter la position dans le liquide. On peut choisir de raisonner :

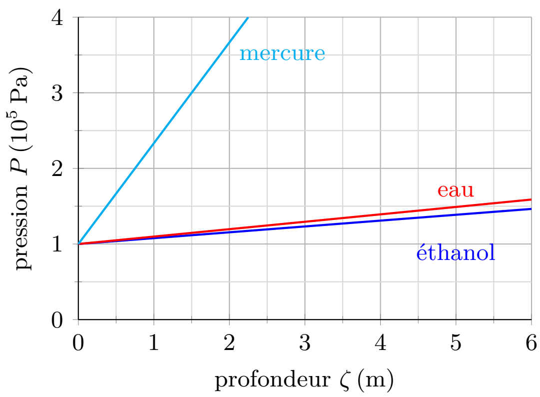
- en **altitude**, c'est-à-dire avec un axe vertical orienté vers le haut,
- en **profondeur**, c'est-à-dire avec un axe vertical orienté vers le bas.

Considérons un liquide, de masse volumique ρ, au repos dans le champ de pesanteur terrestre et au contact avec l'atmosphère par sa surface supérieure. L'altitude nulle est choisie au niveau de la **surface libre du liquide**, c'est-à-dire la surface de contact avec l'air. Soit z l'altitude comptée à partir de la surface libre ; la profondeur[4] ici notée ζ à partir de la surface libre est telle que : $\zeta = -z$ (voir figure 8a).

La mesure de la pression au sein du liquide à différentes profondeurs (figure 8b) met en évidence une augmentation affine de la pression avec la profondeur : $P_{(h)} = a + b \times \zeta$ avec $b > 0$. Cela revient à dire qu'elle diminue de façon affine avec l'altitude : $P_{(z)} = a - b \times z$. Cette relation est vérifiée quelle que soit la nature du liquide, du moment qu'il soit homogène, au repos dans le champ de pesanteur, et sur des profondeurs modérées.



(a) liquide au repos au contact de l'atmosphère



(b) évolution de la pression dans le liquide

FIGURE 8 – Étude de la pression en fonction de la profondeur dans un liquide.

2.2.2 Continuité de la pression à une interface plane

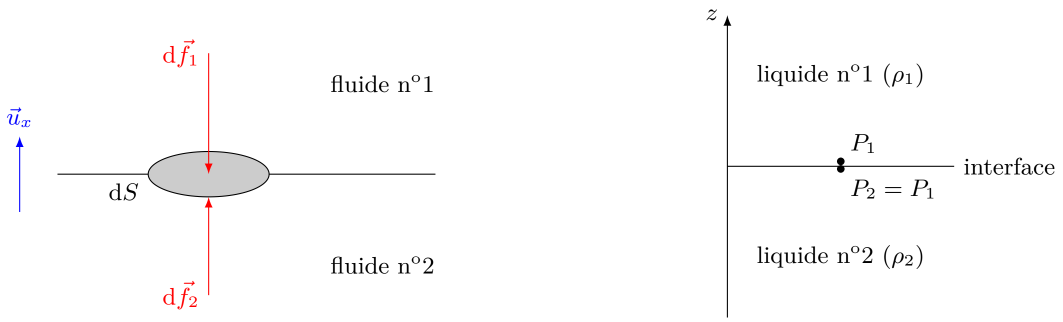
On remarque que l'ordonnée à l'origine de la droite $P_{(z)}$ en fonction de z vaut expérimentalement $a \approx 1 \cdot 10^5$ Pa, ce qui correspond à la pression atmosphérique. Il semble donc que la pression dans le liquide juste au-dessous de sa surface libre soit égale à la pression du gaz juste au-dessus de cette surface : il y a continuité de la pression à l'interface entre le liquide et le gaz qui le surmonte. Peut-on interpréter et généraliser ce résultat ?

Considérons une interface entre deux fluides, notés 1 et 2, tous deux au repos dans le champ de pesanteur terrestre. Soit dS une surface élémentaire à l'interface entre ces deux fluides. Comme ils sont au repos et que dS est petite, c'est une surface plane. Les fluides étant au repos, l'interface elle-même est au repos, autrement dit, l'élément de surface dS est à l'équilibre (figure 9a).

Les forces en présence sont les forces pressantes exercées par les deux fluides sur dS. Si P_1 est la pression dans le fluide 1 juste au-dessus de la surface, et P_2 la pression dans le fluide 2 juste en-dessous de la surface, les forces pressantes exercées par chaque fluide sont respectivement : $\mathrm{d}\vec{f_1} = -P_1\ \mathrm{d}S\ \vec{u}_z$ et $\mathrm{d}\vec{f_2} = P_2\ \mathrm{d}S\ \vec{u}_z$. L'élément de surface est à l'équilibre si les forces qui s'y exercent se compensent, soit :

$$\mathrm{d}\vec{f_1} + \mathrm{d}\vec{f_2} = \vec{0} \Rightarrow (P_2 - P_1)\ \mathrm{d}S\ \vec{u}_z = \vec{0} \Rightarrow P_1 = P_2$$

4. La profondeur est ici noté ζ pour la distinguer de l'altitude, mais en pratique, on la notera z ; il faudra cependant toujours bien comprendre ou bien préciser si z représente une altitude ou une profondeur.



(a) équilibre de l'interface (b) continuité de la pression

FIGURE 9 – Propriétés d'une interface plane.

La relation précédente démontre donc la **continuité de la pression à l'interface plane** entre les deux fluides au repos (figure 9b)[5]. Ceci est vrai en particulier à l'interface entre un liquide et un gaz qui le surmonte (le plus souvent l'atmosphère), appelée la **surface libre du liquide** (figure 8a). Si P_0 est la pression atmosphérique au niveau de la surface du liquide, située à l'altitude $z_0 = 0$, la continuité de la pression implique que la pression dans le liquide à l'altitude z_0, c'est-à-dire juste en-dessous de l'interface, vaut : $P_{(z_0)} = P_0$.

2.2.3 Loi de l'hydrostatique

La loi d'évolution de la pression avec la profondeur peut s'obtenir aisément à partir de la relation locale de la statique des fluide. Soit un liquide au repos dans le champ de pesanteur uniforme, et soit P_0 la pression du gaz qui surmonte ce liquide. On définit un axe vertical orienté vers le bas, et on choisit son origine $z = 0$ à la surface libre du liquide. Par continuité de la pression à l'interface plane entre deux liquide, la pression à $z = 0$ dans le liquide est P_0. L'équation locale de la statique des fluides est : $\mathrm{d}P = \rho g\,\mathrm{d}z$, avec ρ la masse volumique du liquide. Intégrons entre $z = 0$ où la pression est P_0 et une altitude z quelconque où la pression est $P_{(z)}$, en se rappelant que le terme ρg est constant dans le cadre de notre étude :

$$\int_{P_0}^{P_{(z)}} \mathrm{d}P = \int_0^z \rho g\,\mathrm{d}z \Rightarrow P_{(z)} - P_0 = \rho g\,(z - 0)$$

La loi d'évolution de la pression avec l'altitude dans un liquide incompressible de masse volumique ρ au repos dans le champ de pesanteur uniforme est donnée par l'**équation de l'hydrostatique** :

$$\boxed{P_{(z)} = P_0 + \rho g z \qquad \text{avec } \vec{u}_z \text{ orienté vers le bas}} \tag{5}$$

$$\boxed{P_{(z)} = P_0 - \rho g z \qquad \text{avec } \vec{u}_z \text{ orienté vers le haut}}$$

où P_0 est la pression à l'altitude $z = 0$.

5. En réalité, il existe d'autres forces à une interface, qui sont dues aux différences d'interaction des molécules du fluide 1 entre elles et des molécules du fluide 2 entre elles. Ces forces sont appelées forces de tension superficielle. Si l'interface est plane, on a encore $P_1 = P_2$; ceci est le cas loin des bords du fluide, et si aucun effet particulier n'existe (cas des liquides magnétiques sous un champ magnétique par exemple). En revanche, si l'interface est courbée, la relation n'est plus valable. C'est le cas dans un tuyau étroit : l'interface entre deux fluides prend alors la forme d'un ménisque.

De la relation précédente, on peut établir la différence de pression entre deux points d'altitudes différentes dans un même liquide. La pression aux profondeurs z_1 et z_2 est :

$$P_{(z_2)} = P_0 - \rho g\, z_2$$
$$P_{(z_1)} = P_0 - \rho g\, z_1$$

Effectuons la différence membre à membre :

$$P_{(z_2)} - P_{(z_1)} = -\rho g\,(z_2 - z_1)$$

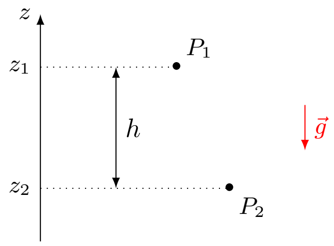


FIGURE 10 – Différence de pression. en fonction de la dénivellation

ce qui donne la différence de pression en fonction de la différence d'altitude. La relation est analogue avec les profondeurs, mais sans le signe négatif en facteur dans le membre de droite. Cette relation peut être retenue sous une forme plus intuitive. Dans la relation précédente, l'altitude z_2 correspond à un point qui se situe plus bas que l'altitude z_1. En outre, la quantité $-(z_2 - z_1)$ est positive ; c'est la **dénivellation** (différence d'altitude) h entre les deux points considérés. En appelant P_{haut} et P_{bas} les pressions aux points le plus haut et le plus bas des deux points considérés, on a :

$$\boxed{P_{\text{bas}} - P_{\text{haut}} = \rho g h} \tag{6}$$

2.3 Applications

2.3.1 stratification verticale des océans

Les océans sont constitués de couches d'eau superposées :

- la pression augmente quasiment linéairement quand on passe d'une couche à une couche située plus bas ;
- la masse volumique augmente légèrement mais sensiblement,
- la température et la salinité varient lorsqu'on passe d'une couche à une autre.

2.3.2 Pression au fond d'un réservoir

Un récipient contient une hauteur $h_1 = 20\,\text{cm}$ d'eau (masse volumique $\rho_1 = 1{,}00\,\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$) et une hauteur $h_2 = 10\,\text{cm}$ de mercure (masse volumique $\rho_2 = 13{,}6\,\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$). Le tout est au contact de l'atmosphère, de pression $P_0 = 1{,}0\,\text{bar} = 1{,}0\cdot 10^5\,\text{Pa}$. On cherche la pression au fond du récipient.

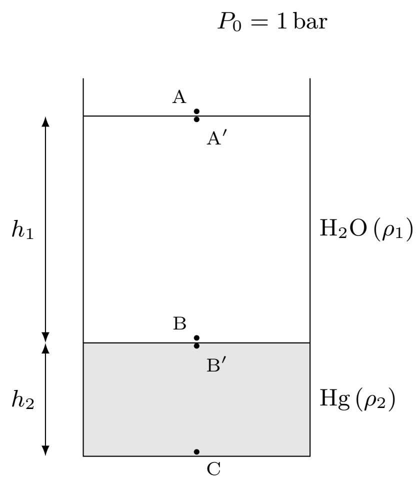


FIGURE 11 – Pression au fond d'un récipient.

Pour résoudre le problème, il faut partir d'une altitude à laquelle on connait la pression, autrement dit la surface libre du liquide, puis appliquer la relation de l'hydrostatique successivement dans chacun des deux liquides. À la surface libre de liquide, il y a continuité de la pression, ce qui donne la pression en A′ dans l'eau :

$$P_{A'} = P_A = P_0$$

Dans l'eau de masse volumique ρ_1 supposée constante, au repos dans le champ de pesanteur, on applique l'équation de l'hydrostatique sur la dénivellation h_1 qui donne la pression dans l'eau à l'altitude z_1 :

$$P_{\text{bas}} - P_{\text{haut}} = \rho_1 g h_1 \Rightarrow P_B - P_{A'} = \rho_1 g h_1 \Rightarrow P_B = P_0 + \rho_1 g h_1$$

À l'interface entre l'eau et le mercure, il y a continuité de la pression, donc la pression dans le mercure au point B′ est la même que la pression dans l'eau au point B : $P_{(\mathrm{B}')} = P_{(\mathrm{B})}$, soit :

$$P_{\mathrm{B}'} = P_0 + \rho_1 g h_1$$

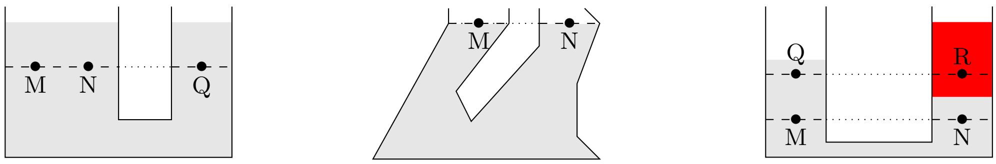
Dans le mercure, on applique l'équation de l'hydrostatique sur la dénivellation h_2, qui donne la pression au fond du récipient :

$$P_{\mathrm{bas}} = P_{\mathrm{haut}} + \rho_2 g h_2 \Rightarrow P_{\mathrm{C}} = P_{\mathrm{B}'} + \rho_2 g h_2 \Rightarrow P_{\mathrm{C}} = P_0 + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 = 1{,}15 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa} = 1{,}15\,\mathrm{bar}$$

2.3.3 Surfaces isobares et vases communiquants

Une conséquence immédiate de la relation de l'hydrostatique est tous les points à la même altitude dans un même liquide sont à la même pression : les plans horizontaux sont des **surfaces isobares** (figure 12a). Attention ! il n'en va pas de même pour deux points à la même altitude dans deux fluides différents (figure 12c).

Dans un tube en U contenant un unique liquide, les surfaces libres dans les deux branches sont à la même altitude ; c'est le principe des vases communiquants. En effet, au niveau de chacune des surfaces libres, en M_1 et en M_2, la pression est P_0 par continuité de la pression à l'interface avec l'atmosphère. Les points M_1 et M_2 sont sur une surface isobare, donc sur une même horizontale (figure 12b). On peut noter que la forme du récipient n'a aucune importance. Le principe des vases communiquants est utilisé dans le fonctionnement de la distribution d'eau (châteaux d'eau).



$P_{\mathrm{M}} = P_{\mathrm{N}} = P_{\mathrm{Q}}$ — (a) surfaces isobares

$P_{\mathrm{M}} = P_{\mathrm{N}} = P_0$ — (b) vases communiquants

$P_{\mathrm{M}} = P_{\mathrm{N}}$ mais $P_{\mathrm{Q}} \neq P_{\mathrm{R}}$ — (c) cas de deux liquides

FIGURE 12 – Surfaces isobares et vases communiquants.

2.3.4 Équilibre de deux liquides dans un tube en U

Considérons un tube en U contenant de l'eau, qui se répartit dans les deux branches de sorte à ce que la surface libre soit la même (vases communiquants). On verse doucement un liquide moins dense (par exemple de l'huile) dans la branche de droite.

Le liquide étant moins dense, il reste au-dessus de l'eau, et on obtient la situation décrite sur la figure 13 tant qu'on ne met pas trop d'huile. Si h est la hauteur de la couche d'huile, à quelle hauteur la surface libre de l'eau se stabilise-t-elle ?

Exprimons la pression en B à l'interface entre les deux liquides de deux manières différentes. La pression en B est la pression dans l'huile en B ; par application de la loi de l'hydrostatique sur la hauteur d'huile, on a :

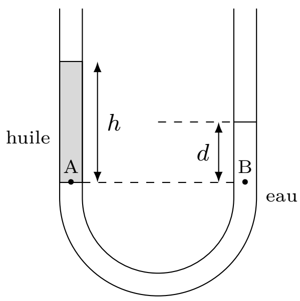


FIGURE 13 – Tube en U avec deux liquides.

$$P_\mathrm{B} = P_\mathrm{atm} + \rho_\mathrm{h} \times g \times h$$

avec ρ_h la masse volumique de l'huile et P_atm la pression atmosphérique, qui est la pression en haut de la colonne d'huile par continuité de la pression. Par ailleurs, A et B sont à la même altitude dans l'eau et sont donc sur une surface isobare ; en conséquence :

$$P_\mathrm{B} = P_\mathrm{A} = P_\mathrm{atm} + \rho_\mathrm{e} \times g \times d$$

avec ρ_h la masse volumique de l'eau. La pression en B dans l'eau est la même que la pression en B dans l'huile, par continuité de la pression à l'interface entre les deux liquides. En définitive :

$$P_\mathrm{atm} + \rho_\mathrm{h} \times g \times h = P_\mathrm{A} = P_\mathrm{atm} + \rho_\mathrm{e} \times g \times d \Rightarrow \rho_\mathrm{h} h = \rho_\mathrm{e} d$$

ce qui permet de déterminer la position de la surface libre de l'eau par rapport à l'interface entre les deux liquides, on inversement, de déterminer la masse volumique d'un des deux liquides connaissant celle de l'autre liquide et les deux hauteurs h et d.

2.3.5 Le baromètre à mercure

On appelle **baromètre** un instrument qui donne une mesure absolue de la **pression atmosphérique**, le mot absolu signifiant qu'il donne la valeur de P_atm et non pas la différence entre P_atm et une pression de référence.

Le premier baromètre est celui obtenu par l'expérience de Torricelli. On remplit complètement de mercure (Hg) un tube long de 1 m et on le bouche soigneusement, de sorte qu'il n'y ait que du mercure dans le tube. On le retourne dans une cuve elle-même remplie de mercure (étape 1), puis on enlève le bouchon (étape 2).

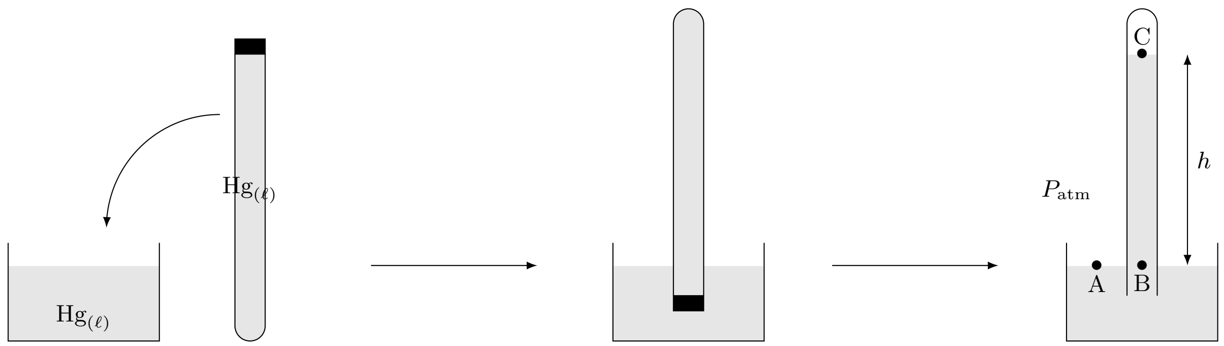


FIGURE 14 – Principe du baromètre à mercure.

Le niveau du mercure dans le tube descend alors et s'immobilise de sorte que la hauteur de la colonne de mercure vaille $h = 76\,\mathrm{cm}$. Cette hauteur est invariable si on monte ou si on descend le tube dans la cuve. On va montrer que h est une mesure de la pression atmosphérique.

À l'extrémité supérieure du tube, il est apparu du vide, car il n'est pas rentré d'air dans le tube lorsqu'on a enlevé le bouchon. En toute rigueur, il y a de la vapeur de mercure, mais sa quantité est très faible[6]. La pression à l'extrémité supérieure du tube, et donc la pression au point C à l'interface avec le mercure est quasiment nulle : $P_\mathrm{C} \approx 0$.

Soit B le point dans le tube sur la même horizontale que la surface libre du mercure dans la cuve. Comme B et C sont dans le même liquide, qui est de masse volumique constante et au repos dans le champ de pesanteur, on peut appliquer la relation de l'hydrostatique :

6. La mise en évidence du vide, même si la présence de vapeur de mercure a été rapidement soupçonnée, est l'une des raisons pour lesquelles cette expérience peut être qualifiée d'historique.

$$P_{\text{bas}} - P_{\text{haut}} = \rho_{\text{Hg}} g h \Rightarrow P_{\text{B}} = P_{\text{C}} + \rho_{\text{Hg}} g h \approx \rho_{\text{Hg}} g h$$

Les points A et B étant sur une surface isobare, on a : $P_{\text{A}} = P_{\text{B}}$. D'autre part, le point A est sur la surface libre du mercure, en contact avec l'atmosphère, donc $P_{\text{A}} = P_{\text{atm}}$. En remplaçant dans l'équation précédente, on obtient :

$$P_{\text{atm}} = \rho_{\text{Hg}}\, g h$$

Ce dispositif permet donc de mesurer la pression atmosphérique ; c'est un baromètre[7]. La hauteur de la colonne de mercure dans le tube est directement proportionnelle à la pression atmosphérique. Connaissant la masse volumique du mercure à température ambiante : $\rho_{\text{Hg}} = 13{,}6\,\text{g}\cdot\text{cm}^{-3} = 13{,}6\cdot 10^{3}\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$, et le champ de pesanteur terrestre, on en déduit la valeur de la pression atmosphérique[8] : $P_{\text{atm}} = 1{,}013\cdot 10^{5}\,\text{Pa}$.

2.3.6 Le manomètre

Un **manomètre** est un appareil destiné à comparer la pression d'un fluide à celle d'un autre gaz, le plus souvent l'atmosphère. Le fluide, la plupart du temps un gaz, est enfermé dans une enceinte, reliée à l'atmosphère extérieure par l'intermédiaire d'un tube en U rempli d'un liquide très dense, par exemple du mercure.

Par continuité aux interfaces entre le mercure et le gaz dans l'enceinte, et entre le mercure et l'atmosphère, les pressions dans le mercure aux points A et C sont : $P_{\text{A}} = P_{\text{gaz}}$ et $P_{\text{C}} = P_{\text{atm}}$. D'autre part, A (qui est sur la même horizontale que B) et C étant dans le même liquide, on peut appliquer la relation de l'hydrostatique entre ces deux points :

$$\begin{aligned} P_{\text{bas}} - P_{\text{haut}} = \rho_{\text{Hg}} g h &\Rightarrow P_{\text{A}} = P_{\text{B}} = P_{\text{C}} + \rho_{\text{Hg}} g h \\ &\Rightarrow P_{\text{gaz}} = P_{\text{atm}} + \rho_{\text{Hg}} g h \end{aligned}$$

La mesure de la dénivellation est donc une mesure de la différence de pression entre l'intérieur de l'enceinte et l'atmosphère. Le manomètre permet de mesurer la pression d'un gaz, connaissant la pression de l'atmosphère (ou de tout autre gaz au contact de l'extrémité du tube).

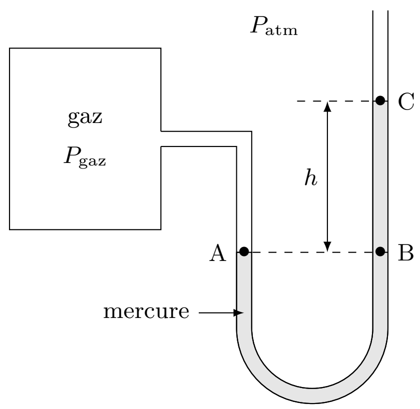


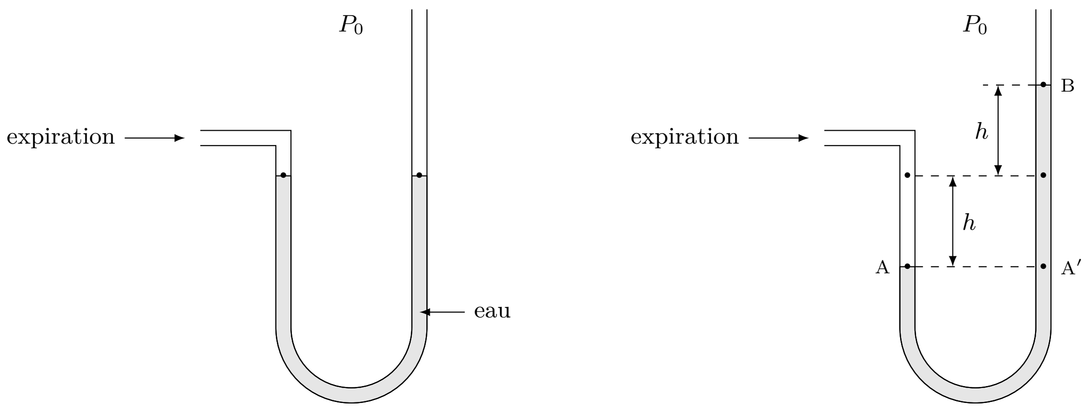
FIGURE 15 – Principe d'un manomètre.

2.3.7 Spiromètre

Un spiromètre est utilisé pour déterminer la capacité pulmonaire d'un individu. Lors d'un test, le patient souffle le plus violemment possible dans le tube en caoutchouc, et l'opérateur relève la l'élevation maximale d du liquide dans la branche du tube en contact avec l'atmosphère.

7. L'invention du baromètre en 1644 est attribuée à TORRICELLI, mais c'est en réalité le résultat des travaux de plusieurs personnes sur quelques dizaines d'années. La contribution majeure de TORRICELLI a été de proposer l'utilisation du mercure, liquide très dense, pour parvenir à une hauteur de colonne raisonnable ; il a ensuite réalisé l'expérience. La théorisation par PASCAL date d'une vingtaine d'années plus tard.

8. Le baromètre à mercure ayant été pendant longtemps le seul moyen de mesurer la pression atmosphérique, une unité adaptée a été employée : le *millimètre de mercure* noté mmHg, encore appelé le *torr*, avec la conversion suivante : $760\,\text{mmHg} = 760\,\text{torr} = 1{,}013\cdot 10^{5}\,\text{Pa}$ soit $1\,\text{mmHg} = 1\,\text{torr} = 133\,\text{Pa}$. Ces unités sont dorénavant proscrites.



(a) avant expiration (b) après expiration

FIGURE 16 – Principe du spiromètre.

Comme le liquide dans le tube est incompressible, son volume est invariable, et tout le liquide qui n'est plus dans la branche de gauche se trouve dans la branche de droite. En conséquence, l'élévation h du niveau (par rapport à la position initiale) dans la branche de droite est égale à sa diminution dans la branche de gauche. La dénivellation entre les surfaces libres dans les deux branches est donc $d = 2h$.

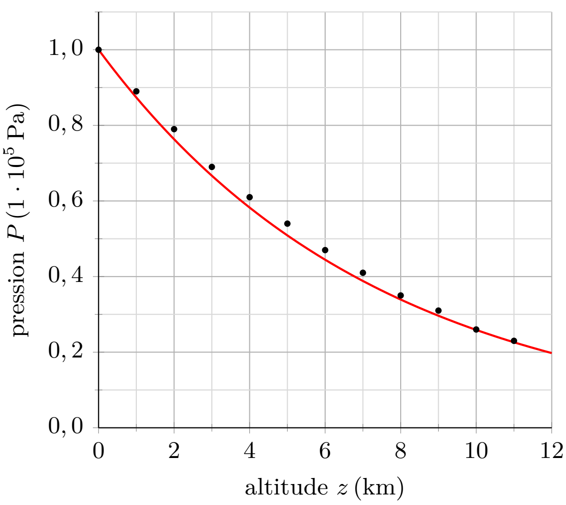
Par ailleurs, la pression en A est la pression dans les poumons au maxiumum de l'expiration et la pression en B est la pression atmosphérique, et la pression en A′ est la même qu'en A puisqu'ils sont sur une surface isobare. L'application de la loi de l'hydrostatique donne :

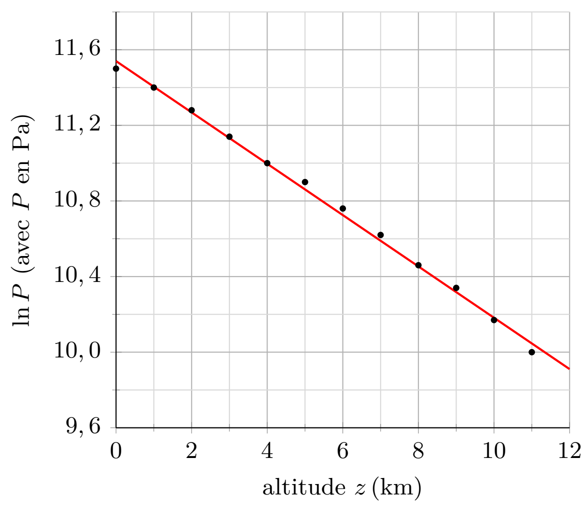
$$P_\mathrm{A} - P_\mathrm{B} = P_{\mathrm{A}'} - P_\mathrm{B} = \rho g d = 2\rho g h \Rightarrow P_\mathrm{poumon} - P_\mathrm{atm} = 2\rho g h$$

Si on lit $h = 30{,}5\,\mathrm{cm}$, alors $P_\mathrm{poumon} - P_\mathrm{atm} = 6 \cdot 10^3\,\mathrm{Pa} = 6\,\mathrm{kPa}$. La pression dans les poumons est 6 kPa plus élevée que la pression atmosphérique.

3 Équilibre mécanique d'un gaz et modèle de l'atmosphère isotherme

3.1 Variation de la pression atmosphérique avec l'altitude





Modèlisation : $P_{(z)} \approx P_0\,\mathrm{e}^{-z/H}$, où P_0 est la pression au niveau de la mer et $H \approx 7{,}4\,\mathrm{km}$.

Quelle est la différence entre un liquide et un gaz, qui explique la différence de loi d'évolution de la pression avec l'altitude ?

3.2 Loi de pression dans un gaz de température uniforme

Loi de pression dans un gaz

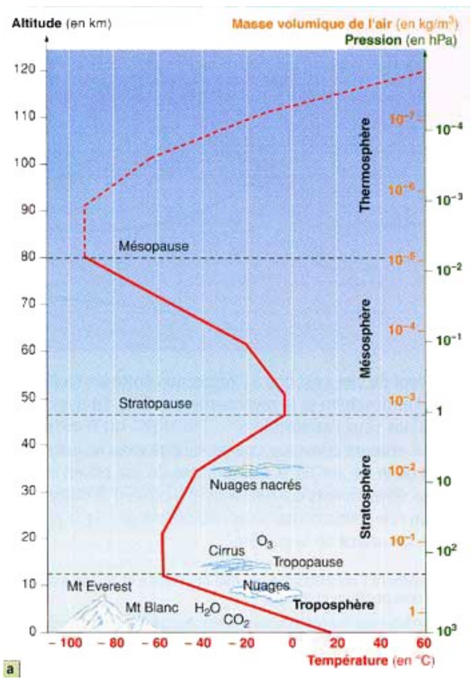
La pression d'un gaz au repos dans le champ de pesanteur uniforme et de température uniforme, varie selon la relation :

$$P_{(z)} = P_0 \times \exp\left(-\frac{z}{H}\right) \qquad \text{avec } H = \frac{RT_0}{Mg}$$

où H est la hauteur d'échelle barométrique (en m), M la masse molaire moyenne du gaz, et T_0 sa température.

Démonstration (à connaitre)

3.3 Modèle de l'atmosphère isotherme



Application du modèle précédent à l'atmosphère ?

- g uniforme ?
- M constant ?
- T_0 constant ?

Quelle température ?

Valeur de H ?

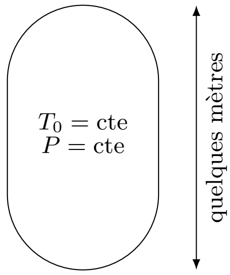
Application 1 : modèle de l'atmosphère isotherme

Le schéma donnant $\ln P$ en fonction de z au début de cette partie est-il en accord avec le modèle de l'atmosphère isotherme ? Comment peut-on y lire la hauteur d'échelle barométrique ?

3.3.1 La pression d'un gaz

Pression d'un système gazeux de faible dimension

Pour un système gazeux de taille inférieure à quelques mètres, on peut considérer que la pression est uniforme dans tout le volume ; on peut parler de LA pression du gaz.



Démonstration (à connaitre)

À quelle altitude z_1 la pression a-t-elle diminué de $0,1\%$? On doit résoudre :

4 Flottabilité

4.1 Définition et application

Flottabilité

La flottabilité est la composante verticale (avec un axe orienté vers le haut) de la force totale subie par un objet complètement immergé dans un milieu fluide.

La flottabilité est égale à la différence entre l'intensité de la poussée d'Archimède et du poids :

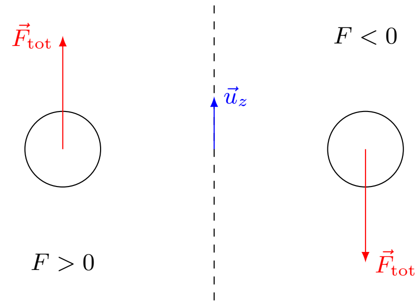
$$F = \Pi_{\mathrm{A}} - mg$$

Démonstration (à connaitre)

Signe de la flottabilité

Le comportement ultérieur d'un objet immergé dans un fluide dépend du signe de la flottabilité :

- si $F < 0$, l'objet descend ;
- si $F = 0$, l'objet reste à la même altitude ;
- si $F > 0$, l'objet monte.



Flottabilité d'un plongeur

Un humain de 80 kg est typiquement constitué de 40% de muscles (densité $1,05$), 20% de graisse (densité $0,95$), 5 kg d'os (densité $1,8$) et le reste d'organe et fluide (densité proche de 1). Le volume de ses poumons est de $3,25 \pm 0{,}25$ L en activité normale ; il peut diminuer au maximum de 1,75 L suite à une expiration complète, et augmenter au maximum de 2,75 L suite à une inspiration complète.

Calculer la flottabilité du plongeur en activité normale ; conclure.
Peut-il rester immobile « entre deux eaux » ?
Que se passe-t-il s'il vide entièment ses poumons ?
Que se passe-t-il s'il remplit entièrement ses poumons grâce à un tuyau qui remonte jusqu'à la surface ?

4.2 Flottabilité et mouvements convectifs sur Terre

Flottabilité d'une masse d'air

Montrer que la flottabilité d'un volume V d'air de température T_i dans un air environnant de température T_e et de pression P est : $F = \dfrac{MPVg}{R} \times \left(\dfrac{1}{T_e} - \dfrac{1}{T_i}\right)$. Application ?