THERMODYNAMIQUE

6 – Statique des fluides

Plan du chapitre

Programme officiel – Premier semestre – **Thème E – énergie : conversion et transfert**

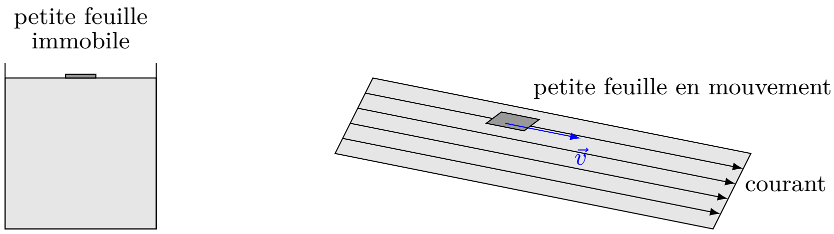
Notions	Capacités exigibles
E.4. Statique des fluides.	
Pression dans un fluide au repos.	
Forces volumiques, forces surfaciques.	Citer des exemples de forces forces surfaciques ou volumiques.
Résultante de forces de pression sur une surface.	Utiliser des symétries pour déterminer la direction d'une résultante de forces de pression. Déterminer l'expression ou la valeur de la résultante des forces de pression sur une surface plane.
Statique des fluides dans le champ de pesanteur uniforme.	Établir la relation $\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} = \pm\rho g$.
Poussée d'Archimède.	Expliquer l'origine de la poussée d'Archimède.
Équilibre hydrostatique dans le champ de pesanteur terrestre.	
Modèle de l'atmosphère isotherme. Échelle de hauteur caractéristique de variation de la pression.	Établir l'expression de la pression en fonction de l'altitude dans le cas de l'atmosphère isotherme dans le modèle du gaz parfait. Citer la valeur de la pression atmosphérique moyenne au niveau de la mer.
Stratification verticale des océans.	Établir l'expression de la pression avec la profondeur dans le cas d'un fluide incompressible.
Flottabilité.	Interpréter la flottabilité d'une particule de fluide à l'aide des projections verticales du poids et de la poussée d'Archimède. Identifier quelques phénomènes favorables ou défavorables aux mouvements verticaux de convection dans l'atmosphère ou les océans terrestres. Construire, par analyse dimensionnelle, les temps caractéristiques associés à ces phénomènes et les comparer.

1 Pression et forces pressantes dans un fluide au repos

1.1 Hypothèses de l'étude

Fluide au repos

On parle de fluide au repos si les molécules qui le constituent ne sont pas animées d'un mouvement d'ensemble, ni de translation ni de rotation.



Uniformité du champ de pesanteur

Pour les systèmes fluides à la surface de la Terre (océans et basses couches de l'atmosphère), on peut faire l'approximation que le champ de pesanteur est uniforme.

Application 1 : variation du champ de pesanteur avec l'altitude

Le champ de pesanteur terrestre à une altitude z au-dessus de la surface est approximativement :

$$g \approx \frac{\mathcal{G} \times M_{\mathrm{T}}}{(R_{\mathrm{T}} + z)^2}$$

avec $\mathcal{G} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{kg}^{-2}$ la constante de gravitation universelle, $M_{\mathrm{T}} = 5{,}97 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}$ la masse de la Terre et $R_{\mathrm{T}} = 6400\,\mathrm{km}$ le rayon terrestre.

Évaluer de combien il faut se déplacer verticalement pour que le champ de pesanteur varie de 1%. Sachant que la profondeur maximale des océans est de l'ordre de 12 km et que la troposphère fait au maximum 15 km, conclure.

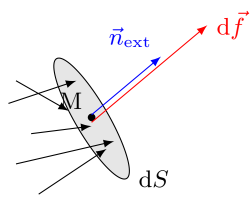
1.2 Force sur une surface plane

Force pressante élémentaire

La force pressante élémentaire $\mathrm{d}\vec{f_p}$ qui s'applique sur la surface élémentaire $\mathrm{d}S$ soumise à la pression P est :

$$\mathrm{d}\vec{f_p} = P\ \mathrm{d}S\ \vec{n}$$

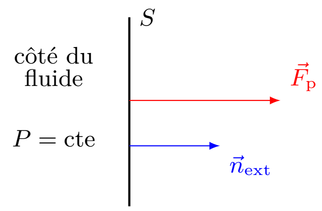
avec $\vec{n}$ un vecteur unitaire dirigé du fluide vers la surface.



Force pressante sur une surface plane soumise à une pression uniforme

Soit une **surface plane** S soumise à une **pression uniforme** P ; la force pressante exercée par le fluide sur cette surface est :

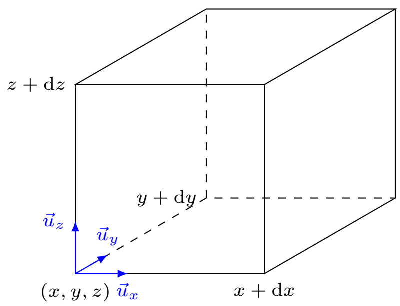
$$\boxed{\vec{F}_\mathrm{p} = P\,S\,\vec{n}_\mathrm{ext}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{P = \frac{\left\|\vec{F}_\mathrm{p}\right\|}{S}}$$



1.3 Relation locale de la statique des fluides

Équilibre d'une particule de fluide au repos dans le champ de pesanteur

Soit une particule de fluide cubique à la position (x, y, z) et d'arête dx, dy et dz.



Relation locale de la statique des fluides avec $\vec{u}_z$ vers le haut

Soit un fluide au repos dans le champ de pesanteur uniforme. La loi d'évolution de la pression avec l'altitude s'écrit :

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} = -\rho g \qquad \text{si } \vec{u}_z \text{ est orienté vers le haut}}$$

Relation locale de la statique des fluides avec $\vec{u}_z$ vers le bas

Soit un fluide au repos dans le champ de pesanteur uniforme. La loi d'évolution de la pression avec la profondeur s'écrit :

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} = \rho g \qquad \text{si } \vec{u}_z \text{ est orienté vers le bas}}$$

Variation de la pression dans un fluide au repos

Dans un fluide au repos dans le champ de pesanteur $\vec{g}$ uniforme, la pression ne varie que suivant la direction verticale, et elle **diminue lorsqu'on s'élève**.

Surfaces isobares

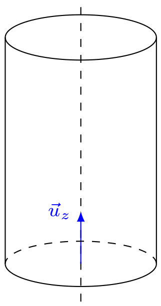
Dans un fluide au repos dans le champ de pesanteur, la pression est uniforme sur une surface horizontale : les surfaces horizontales sont des **surfaces isobares**.

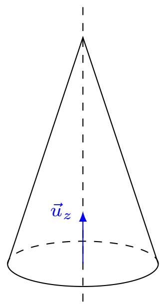
1.4 Orientation de la résultante des forces pressantes

Direction de la résultante des forces pressantes

Pour des surfaces de géométrie simple, il est possible de déterminer l'orientation de la résultante des forces pressantes en utilisant les symétries du problème.

Exemples : cylindre immergé et cône posé.

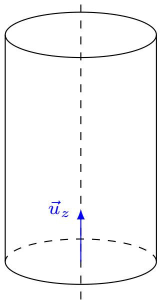




Application 2 : résultante des forces pressantes sur un ballon

Soit un ballon parfaitement sphérique entièrement immergé dans l'air au repos. Déterminer la direction de la résultante des forces pressantes que l'air extérieur exerce sur le ballon.

1.5 Forces pressantes sur un solide entièrement immergé : poussée d'Archimède



Quel est le sens de la résultante des forces pressantes sur un cylindre entièrement immergé dans un fluide au repos ?

Poussée d'Archimède

On appelle **poussée d'Archimède** la résultante des forces pressantes qui s'exercent sur la surface d'un solide entièrement immergé dans un fluide au repos dans le champ de pesanteur.
La poussée d'Archimède est dirigée vers la haut du fait de la diminution de la pression avec l'altitude.

Expression de la poussée d'Archimède

La poussée d'Archimède subie par un solide entièrement immergé dans un fluide est égale à l'opposé du poids du fluide déplacé par le solide.

$$\boxed{\vec{\Pi}_{\mathrm{A}} = -m_{\text{fluide déplacé}}\,\vec{g}}$$

Démonstration (à connaitre)

Application 3 : poussée d'Archimède dans un liquide et dans un gaz

Rappeler l'ordre de grandeur de la masse volumique d'un liquide et de celle d'un gaz (on pourra faire un calcul réaliste dans le cas du gaz).
En déduire le rapport entre la poussée d'Archimède subie par un solide de volume V dans un liquide et dans un gaz. Conclure.

Poussée d'Archimède subie par un plongeur

Un plongeur de volume égal à 90 L est entièrement immergé dans l'eau de mer (masse volumique $\rho = 1025\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$). Calculer la poussée d'Archimiède qu'il subit.

Poussée d'Archimède subie par un baigneur

Un baigneur de de volume à 90 L est à la surface de l'eau. La moitié de son volume est immergé dans l'eau et l'autre moitié est dans l'air. Calculer la poussée d'Archimède qu'il subit.

Application 4 : équilibre d'un solide dans un fluide

On considère un solide de masse m et de volume V complètement immergé dans un fluide de masse volumique ρ. Déterminer à quelle condition le solide est à l'équilibre.

Principe des ballasts d'un sous-marin

On considère un sous-marin en équilibre à une certaine profondeur sous la surface de la mer. Le sous-marin est équipé de réservoirs remplis d'eau, appelés les ballasts. Il est possible de vider ces ballasts de leur eau et de les remplir d'air. Que se passe-t-il si on procède à cette opération ?

Équilibre d'un iceberg

On considère un iceberg cubique d'arête a qui flotte à la surface de l'eau de mer. Déterminer la proportion de l'iceberg qui se trouve sous la surface de la mer.

La masse volumique de l'eau de mer est $\rho_e = 1{,}03 \cdot 10^3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, et la masse volumique de la glace est $\rho_g = 0{,}92 \cdot 10^3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.

2 Loi de pression dans un liquide homogène incompressible

2.1 Hypothèses de l'étude

Hypothèse de l'étude de la pression dans un liquide

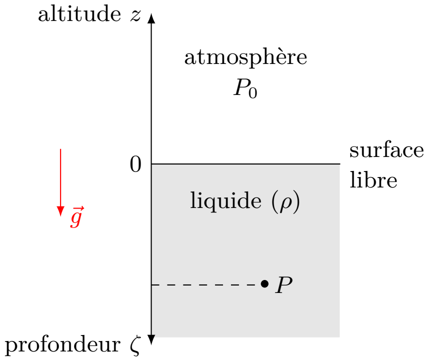
- Hypothèse 1 : le fluide est au repos.
- Hypothèse 2 : le champ de pesanteur est uniforme.
- Hypothèse 3 : le liquide est supposé incompressible = sa masse volumique est constante.

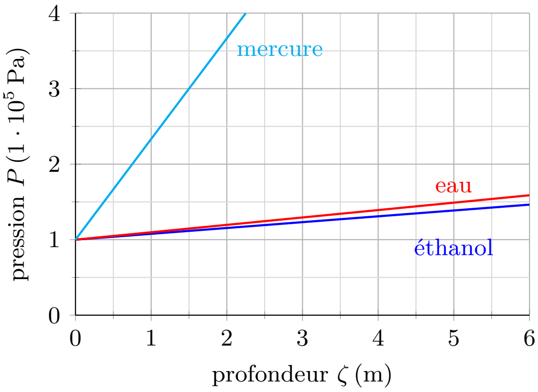
2.2 Équation de l'hydrostatique

2.2.1 Variation expérimentale de la pression avec la profondeur

Altitude et profondeur

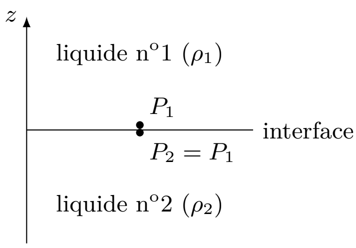
On peut repérer la position verticale par rapport à un axe vertical :
- orienté vers le haut (altitude),
- orienté vers le bas (profondeur).





2.2.2 Continuité de la pression

Continuité de la pression à l'interface plane entre deux fluides



À une interface plane entre deux fluides (deux liquides non miscibles ou un liquide et un gaz), il y a **continuité de la pression**.

Démonstration (à connaitre)

2.2.3 Loi de l'hydrostatique

Loi de l'hydrostatique

Dans un fluide **incompressible au repos dans le champ de pesanteur uniforme**, avec P_0 la pression à l'altitude $z = 0$, la pression évolue avec l'altitude selon la relation :

$$\boxed{P_{(z)} = P_0 - \rho g z \qquad \text{avec } \vec{u}_z \text{ orienté vers le haut}}$$

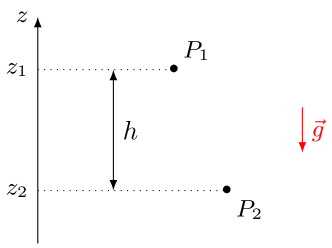
$$\boxed{P_{(z)} = P_0 + \rho g z \qquad \text{avec } \vec{u}_z \text{ orienté vers le bas}}$$

Démonstration (à connaitre)

Application 5 : loi de l'hydrostatique avec les profondeurs

Démontrer la relation $P_{(z)} = P_0 + \rho g z$ avec $\vec{u}_z$ orienté vers le bas, autrement dit si z mesure la profondeur.

Différence de pression entre deux points d'altitudes différentes



Dans un fluide incompressible dans le champ de pesanteur uniforme, la différence de pression entre deux points d'altitude z_1 et z_2 reprérées par un axe vertical orienté vers le haut, est :

$$P_{(z_2)} - P_{(z_1)} = -\rho g \left(z_2 - z_1\right)$$

Démonstration (à connaitre)

Application 6 : différence de pression entre deux points de profondeurs différentes

Établir la différence de pression $P_{(z_2)} - P_{(z_1)}$ entre deux points de profondeurs z_1 et z_2 différentes, c'est-à-dire repérées par rapport à un axe vertical orienté vers le bas.

Application 7 : augmentation de la pression avec la profondeur dans la mer

Montrer que, dans la mer, un plongeur est soumis à une pression qui augmente de 1 bar tous les 10 m.

Variation de pression avec la dénivellation (formule magique)

Soit deux points dans un fluide incompressible au repos dans le champ de pesanteur uniforme, entre lesquels il existe une dénivellation (différence d'altitude) h ; alors :

$$P_{\text{bas}} - P_{\text{haut}} = \rho g h$$

2.3 Applications

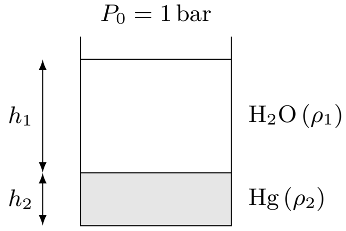
2.3.1 stratification verticale des océans

Les océans sont constitués de couches d'eau superposées :

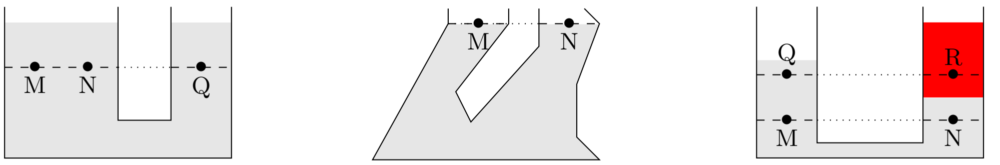
- la pression augmente quasiment linéairement quand on passe d'une couche à une couche située plus bas ;
- la masse volumique augmente légèrement mais sensiblement,
- la salinité

2.3.2 Pression au fond d'un réservoir

Un récipient contient une hauteur $h_1 = 20\,\text{cm}$ d'eau (masse volumique $\rho_1 = 1{,}00\,\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$) et une hauteur $h_2 = 10\,\text{cm}$ de mercure (masse volumique $\rho_2 = 13{,}6\,\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$). Le tout est au contact de l'atmosphère, de pression $P_0 = 1{,}0\,\text{bar} = 1{,}0\cdot 10^5\,\text{Pa}$. On cherche la pression au fond du récipient.



2.3.3 Surfaces isobares et vases communiquants

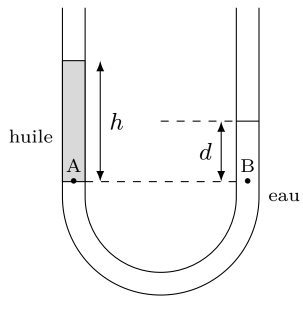


$P_M = P_N = P_Q$ $\qquad$ $P_M = P_N = P_0$ $\qquad$ $P_M = P_N$ mais $P_Q \neq P_R$

2.3.4 Tube en U

Le tube en U contient initialement de l'eau. On verse doucement un liquide moins dense (par exemple de l'huile) dans la branche de droite du tube.

Si h est la hauteur de la couche d'huile, à quelle hauteur la surface libre de l'eau se stabilise-t-elle ?

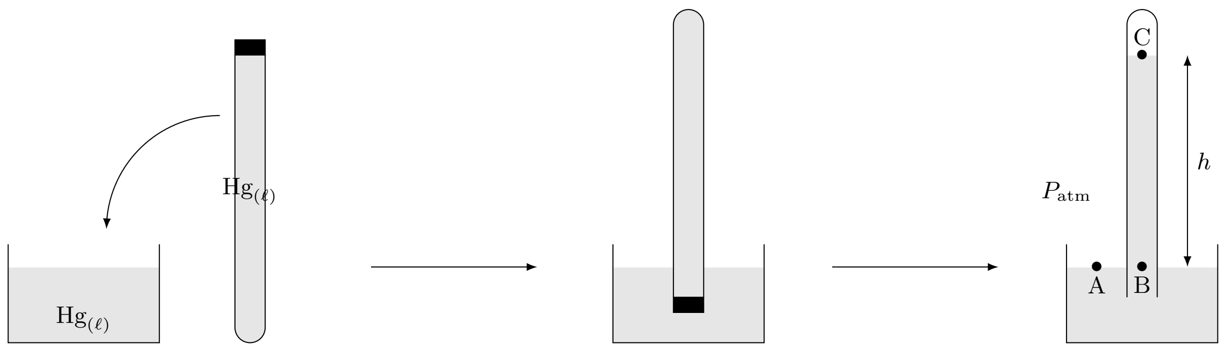


2.3.5 Le baromètre à mercure

Baromètre

Un **baromètre** est un dispositif de mesure de la pression de la pression atmosphérique (ou du gaz ambiant du lieu de l'expérience).

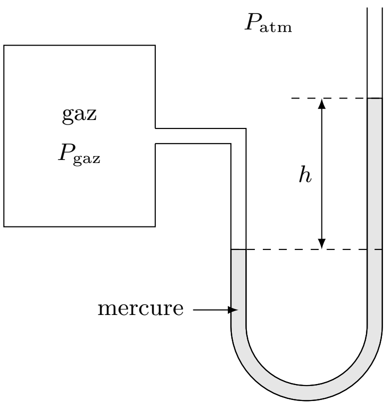
Baromètre de Torricelli et Pascal. On remplit complètement de mercure (Hg) un tube long de 1 m et on le bouche soigneusement, de sorte qu'il n'y ait que du mercure dans le tube. On le retourne dans une cuve elle-même remplie de mercure (étape 1), puis on enlève le bouchon (étape 2). Le niveau du mercure dans le tube descendet s'immobilise de sorte que la hauteur de la colonne de mercure vaille $h = 76\,\text{cm}$. Cette hauteur est invariable si on monte ou si on descend le tube dans la cuve. La hauteur h est une mesure de la pression atmosphérique.



2.3.6 Le manomètre

Manomètre

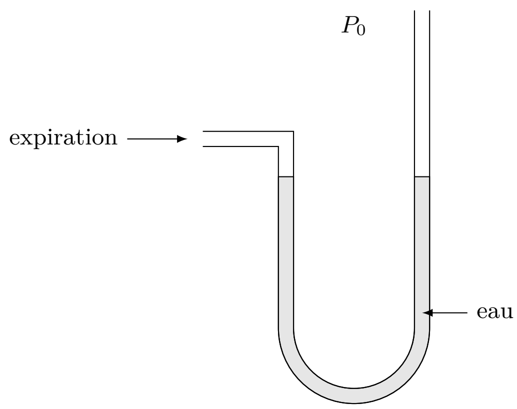
Un **manomètre** est un appareil destiné à comparer la pression d'un fluide (la plupart du temps un gaz) à celle de l'atmosphère.



2.3.7 Spiromètre

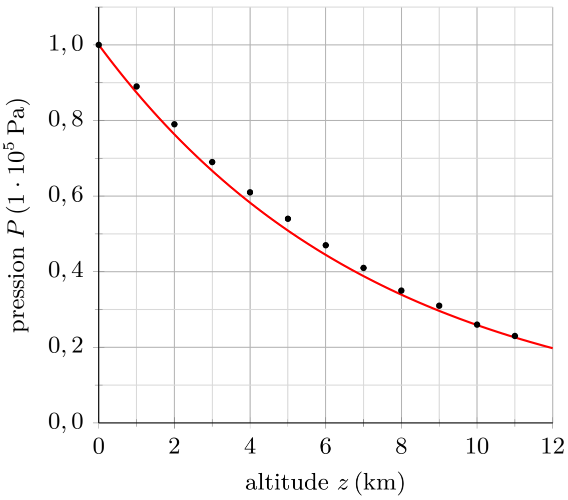
Un spiromètre est utilisé pour déterminer la capacité pulmonaire d'un individu. Lors d'un test, le patient souffle le plus violemment possible dans le tube en caoutchouc, et l'opérateur relève la hauteur maximale h atteinte dans le tube de droite, comptée par rapport au niveau initial.

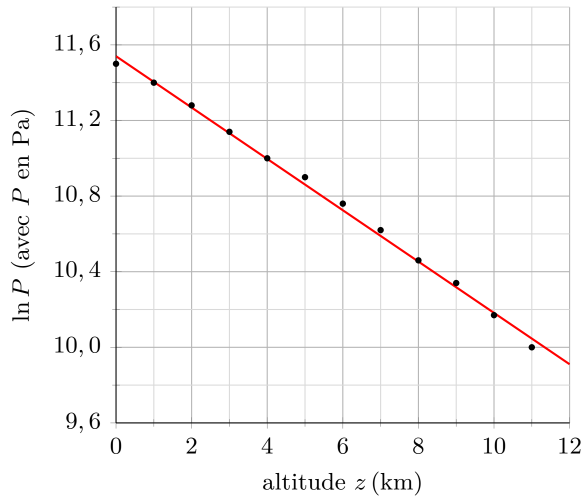
Quelle est la pression dans les poumons du patient en fonction de h ? Application si $h = 30{,}5\,\mathrm{cm}$.



3 Équilibre mécanique d'un gaz et modèle de l'atmosphère isotherme

3.1 Variation de la pression atmosphérique avec l'altitude





Modèlisation : $P_{(z)} \approx P_0\,\mathrm{e}^{-z/H}$, où P_0 est la pression au niveau de la mer et $H \approx 7{,}4\,\mathrm{km}$.

Quelle est la différence entre un liquide et un gaz, qui explique la différence de loi d'évolution de la pression avec l'altitude ?

3.2 Loi de pression dans un gaz de température uniforme

Loi de pression dans un gaz

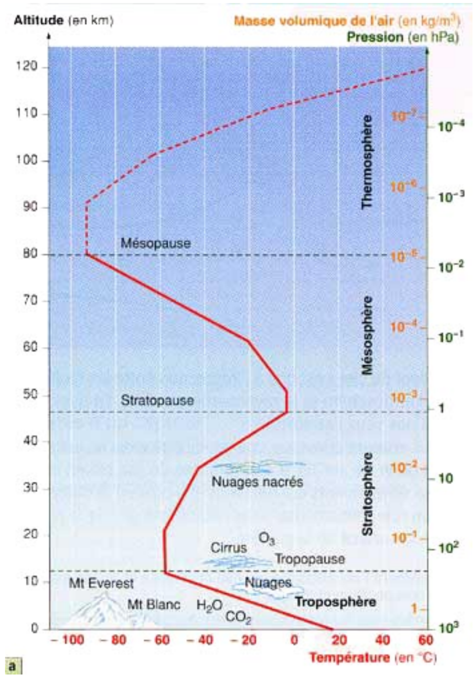
La pression d'un gaz au repos dans le champ de pesanteur uniforme et de température uniforme, varie selon la relation :

$$P_{(z)} = P_0 \times \exp\left(-\frac{z}{H}\right) \qquad \text{avec } H = \frac{RT_0}{Mg}$$

où H est la hauteur d'échelle barométrique (en m), M la masse molaire moyenne du gaz, et T_0 sa température.

Démonstration (à connaitre)

3.3 Modèle de l'atmosphère isotherme



Application du modèle précédent à l'atmosphère ?

- g uniforme ?
- M constant ?
- T_0 constant ?

Quelle température ?
Valeur de H ?

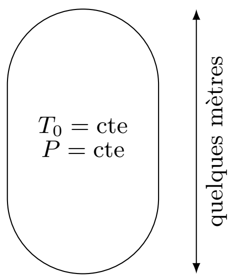
Application 8 : modèle de l'atmosphère isotherme

Le schéma donnant $\ln P$ en fonction de z au début de cette partie est-il en accord avec le modèle de l'atmosphère isotherme ? Comment peut-on y lire la hauteur d'échelle barométrique ?

3.3.1 La pression d'un gaz

Pression d'un système gazeux de faible dimension

Pour un système gazeux de taille inférieure à quelques mètres, on peut considérer que la pression est uniforme dans tout le volume ; on peut parler de LA pression du gaz.



Démonstration (à connaitre)

À quelle altitude z_1 la pression a-t-elle diminué de $0,1\%$? On doit résoudre :

4 Flottabilité

4.1 Définition et application

Flottabilité

La flottabilité est la composante verticale (avec un axe orienté vers le haut) de la force totale subie par un objet complètement immergé dans un milieu fluide.

La flottabilité est égale à la différence entre l'intensité de la poussée d'Archimède et du poids :

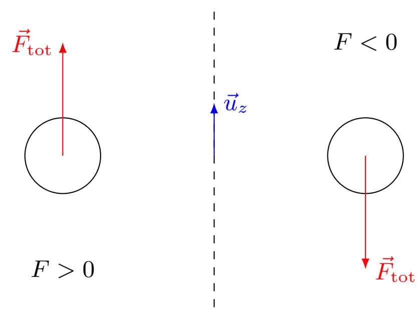
$$F = \Pi_{\mathrm{A}} - mg$$

Démonstration (à connaitre)

Signe de la flottabilité

Le comportement ultérieur d'un objet immergé dans un fluide dépend du signe de la flottabilité :

- si $F < 0$, l'objet descend ;
- si $F = 0$, l'objet reste à la même altitude ;
- si $F > 0$, l'objet monte.



Flottabilité d'un plongeur

Un humain de 80 kg est typiquement constitué de 40% de muscles (densité $1,05$), 20% de graisse (densité $0,95$), 5 kg d'os (densité $1,8$) et le reste d'organe et fluide (densité proche de 1). Le volume de ses poumons est de $3,25 \pm 0{,}25$ L en activité normale ; il peut diminuer au maximum de 1,75 L suite à une expiration complète, et augmenter au maximum de 2,75 L suite à une inspiration complète.

Calculer la flottabilité du plongeur en activité normale ; conclure.
Peut-il rester immobile « entre deux eaux » ?
Que se passe-t-il s'il vide entièment ses poumons ?
Que se passe-t-il s'il remplit entièrement ses poumons grâce à un tuyau qui remonte jusqu'à la surface ?

4.2 Flottabilité et mouvements convectifs sur Terre

Flottabilité d'une masse d'air

Montrer que la flottabilité d'un volume V d'air de température T_i dans un air environnant de température T_e et de pression P est : $F = \dfrac{MPVg}{R} \times \left(\dfrac{1}{T_e} - \dfrac{1}{T_i}\right)$. Application ?

Application 9 : brise de mer

Expliquer le phénomène de la brise de mer : en été, on observe un vent qui souffle de la mer vers la terre.

Capacité thermique massique de l'eau : $4{,}18\,\mathrm{J \cdot g^{-1} \cdot K^{-1}}$
Capacité thermique du sol : $\approx 1\,\mathrm{J \cdot g^{-1} \cdot K^{-1}}$
Enthalpie massique de vaporisation de l'eau : $\ell_v = 334\,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$

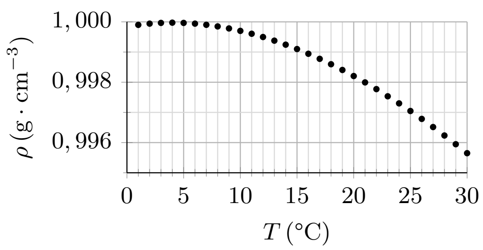
Application 10 : influence de la salinité sur la stabilité des océans

La masse volumique de l'eau de mer varie avec la salinité selon la relation empirique : $\rho = \rho_0 + 0,75 \times S$, avec ρ_0 la masse volumique de l'eau douce et S la salinité en $\mathrm{g \cdot kg^{-1}}$.

Discuter de la flottabilité d'une masse d'eau douce dans l'eau de mer. Applications :

- Comment la salinité est-elle stratifiée dans les océans ?
- Que se passe-t-il à l'embouchure d'une rivière ?
- Quel est l'effet des précipitations sur la stabilité des eaux de surface ?
- Pourquoi peut-on observer un enfoncement brutal des eaux de surface lors de périodes de grande chaleur sous les latitudes moyennes ? C'est le phénomène de *salt fingering*.

Application 11 : influence de la température sur la stabilité des masses d'eau



- Quelle est la température au fond d'un lac profond ?
- Que se passe-t-il lorsque la température de l'air diminue fortement et durablement ?

Application 12 : Stabilité des eaux de surface

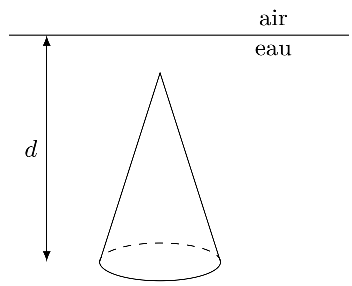
Comment peut-on expliquer qu'en Alaska les eaux océaniques de surface restent stables bien que leur température soit durablement au contact d'un air très froid ?

Exercices

Application directe du cours

Exercice 1 : forces pressantes sur un cône

On considère un cône de hauteur $H = 50\,\mathrm{cm}$ et de rayon à la base $R = 10\,\mathrm{cm}$ complètement immergé dans de l'eau. Le cône est orienté de sorte que son axe soit selon la verticale avec son sommet plus haut que sa base. Celle-ci est située à une profondeur $d = 1\,\mathrm{m}$ au-dessous de la surface de l'eau. On rappelle que le volume d'un cône est $\frac{1}{3} \times H \times B$, où B est l'aire de la base.



1. Déterminer la pression dans l'eau au contact de la base du cône.
2. En déduire la force pressante qui s'exerce sur la base du cône, sans oublier sa direction ni son sens.
3. Calculer la force pressante totale subie par le cône. En déduire la force pressante subie par la surface latérale du cône.

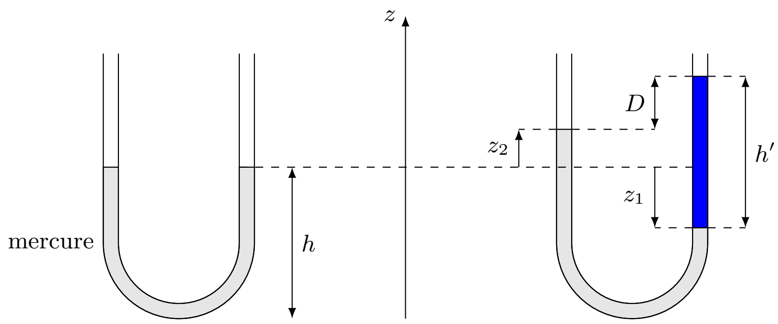
Exercice 2 : le tonneau de Pascal

On considère un tonneau de section quelconque et de hauteur $H = 1\,\mathrm{m}$, rempli à ras bord d'eau. On fixe au sommet du tonneau un tube vertical de section $S = 1\,\mathrm{cm}^2$ et de hauteur $h = 4\,\mathrm{m}$.

Quel est le volume du tube ajouté en haut du tonneau ? Expliquer qu'en le remplissant d'eau, on puisse faire exploser le tonneau.

Exercice 3 : équilibre de deux fluides non miscibles

La verticale est orientée par un vecteur unitaire $\vec{u}_z$ dirigé vers le haut. On considère un tube en U dont les branches sont verticales de même section S. On remplit le tube avec du mercure (densité du mercure : $d_{\mathrm{Hg}} = 13,6$), jusqu'à une hauteur h. On ajoute, dans une des branches du tube (branche 1), de l'eau en quantité environ deux fois moindre que celle du mercure. Les deux liquides ne sont pas miscibles, et il apparait une dénivellation D entre les surfaces libres dans les deux branches.



1. Décrire qualitativement comment se déplace la surface du mercure dans chacune des deux branches. Quelle est la relation entre z_1 et z_2, variations algébriques de l'altitude de cette surface dans les branches 1 et 2 ?
2. Exprimer la relation entre la dénivellation D et la hauteur h' de la colonne d'eau dans la branche 1. On pourra raisonner sur la pression à l'altitude de l'interface entre l'eau et le mercure.

Exercice 4 : loi de pression dans l'océan

Dans cet exercice, l'axe vertical z est orienté vers le haut, et son origine se situe au niveau de la surface de la mer, où la pression atmosphérique est $P_0 = 1 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}$.

1. Par intégration de l'équation locale, établir la loi $P_{(z)}$ en supposant l'eau incompressible. En déduire la loi donnant $P_{(h)}$, où h est la profondeur.

2. En déduire la pression s'exerçant sur les tympans d'un plongeur à 10 m de profondeur. Même question à 100 m. Commenter.
3. Le record absolu de profondeur a été atteint pour la première fois le 23 janvier 1960 par le *Trieste*, un bathyscaphe italien racheté par la marine américaine : 10 916 m à l'issue de 5 h de descente, au fond de la Fosse des Mariannes dans le nord-ouest de l'océan Pacifique. Expliquer pourquoi l'engin, initialement de forme sphérique, est remonté déformé.

Exercice 5 : atmosphère isotherme

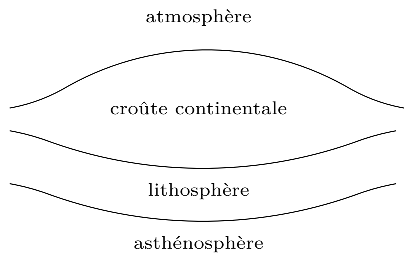
On considère le modèle d'une atmosphère isotherme à la température $T_0 = 293\,\mathrm{K}$ dans un champ de pesanteur constant $\vec{g}$. L'axe vertical est dirigé vers le haut, et son origine est prise au niveau du sol, où la pression est $P_0 = 1 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}$. L'air est assimilé à un gaz parfait.

1. Établir l'expression de la masse volumique ρ en fonction de la pression, de la température, et de la masse molaire de l'air M.
2. Par intégration de l'équation locale de la statique des fluides, établir la loi de pression $P_{(z)}$.
3. Évaluer la pression au sommet du Mont Blanc (environ 5000 m). En déduire pourquoi on ressent une gêne au niveau du tympan lorsqu'on monte rapidement (en téléphérique par exemple) à une telle altitude.
4. Expliquer pourquoi il est nécessaire de pressuriser un avion volant à une altitude de 10 km.

Entrainement

Exercice 6 : le phénomène d'isostasie

Au niveau de sa surface, on peut grossièrement schématiser la surface émergée de la Terre comme une superposition de trois couches : la *croûte continentale*, la *lithosphère* et l'*asthénosphère*. La lithosphère est constituée de plaques rigides, qu'on va considérer d'épaisseur constante dans le temps. L'asthénosphère, en revanche, se comporte en première approximation comme un liquide extrêmement visqueux.

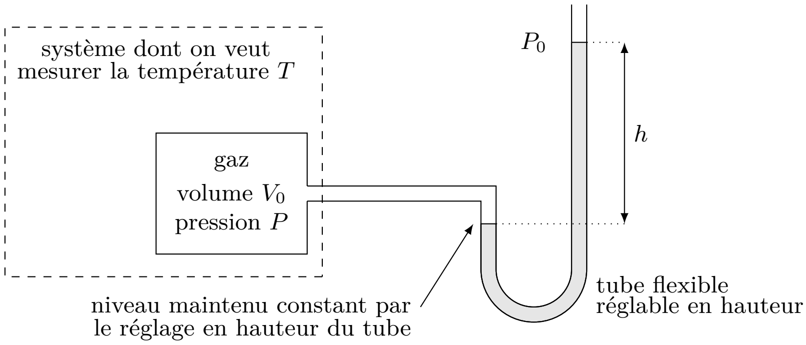


Pour expliquer le phénomène d'isostasie, on adopte le modèle suivant : la croûte continentale est un solide, baignant dans deux fluides : l'asthénosphère et l'atmosphère.

1. À l'équilibre, quelle est la force principale qui compense le poids de la croûte continentale ? À quoi est-elle proportionnelle ?
2. Imaginons que, suite à des phénomènes d'érosion, l'épaisseur de la croûte continentale diminue. Celle-ci restant à l'équilibre, montrer que cela implique nécessairement une remontée de l'asthénosphère.
3. Expliquer alors le phénomène d'*ajustement isostatique* : lorsque l'épaisseur de la croûte continentale diminue, on observe une remontée de la lithosphère.

Exercice 7 : thermomètre à gaz

Un thermomètre à gaz est un thermomètre à un seul point fixe. Il est constitué d'un réservoir contenant un gaz, assimilable à un gaz parfait, dont on peut modifier la température. Ce réservoir est relié à un tube en U rempli d'un liquide de masse volumique ρ, dont l'autre extrémité est en contact avec l'atmosphère de pression P_0. En levant ou abaissant le tube, on garde le niveau du liquide constant du côté du réservoir, si bien que le volume du gaz dans le réservoir reste constant, égal à V_0. La dénivellation entre les deux branches du tube est notée h.



Dans un premier temps, on plonge le réservoir dans un mélange eau-glace, et on attend l'équilibre du gaz. Après réglage de la hauteur du tube, la dénivellation du liquide est h_1 et la température du gaz est T_1. On place ensuite le réservoir dans un liquide dont on veut mesurer la température T_2. On attend l'équilibre thermique, et on règle la hauteur du tube. La dénivellation est alors h_2.

1. Quelle est la température T_1 du gaz à l'équilibre ?
2. En assimilant le gaz à un gaz parfait, montrer que T_2 peut s'exprimer en fonction de h_1, h_2, T_1 et P_0.
3. Expliquer pourquoi ce thermomètre donne une mesure de la température absolue. Pourquoi ne l'utilise-t-on pas en pratique ?

Exercice 8 : loi de pression dans l'océan compressible

On considère l'océan comme une masse d'eau homogène, de température constante. L'eau étant très légèrement compressible, il n'est pas possible de considérer que sa masse volumique ρ soit constante sur des profondeurs aussi importantes que celles des océans. Une des équations d'état proposées pour la description d'un liquide homogène relie la masse volumique du liquide à sa pression :

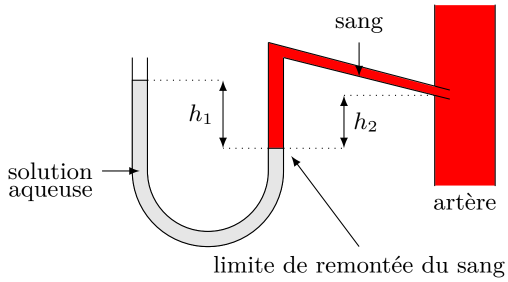
$$\rho = \rho_0 \left(1 + a \left(P - P_0\right)\right)$$

où ρ_0 et P_0 sont les valeurs de la masse volumique et de la pression à la surface libre.

1. Quel est le signe du paramètre a ?
2. Établir la loi de pression $P_{(z)}$ dans l'océan, sachant que : $\int \frac{\mathrm{d}x}{ax+b} = \frac{1}{a} \times \ln|ax+b|$, où a et b sont deux constantes.
3. Comment retrouver le cas de l'eau supposé incompressible ? On précise que si x est très petit, alors $\ln(1+x) \approx x$ (développement limité au premier ordre).

Exercice 9 : mesure de la pression artérielle

La mesure de la pression artérielle peut se faire à l'aide d'un cathéter (petit tuyau) transparent et rempli d'une solution aqueuse adéquate (elle doit contenir des sels dissous et un anticoagulant entre autres), relié à un tube en U. Lorsque le cathéter est enfoncé dans une artère, on observe une remontée de sang dans le tuyau. Montrer que ce dispositif permet de déterminer la pression artérielle.



Exercice 10 : pression au niveau de la Mer Morte

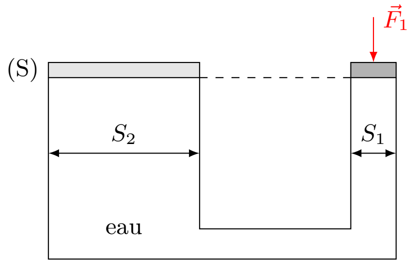
Une mesure de pression au niveau de la Mer Morte, une mer fermée située à la frontière entre Israël et la Jordanie, donne la valeur : $P = 1{,}061$ bar. Quelle conclusion qualitative d'abord, quantitative ensuite, peut-on en tirer ?

Travaux dirigés

Exercice 1 : presse hydraulique

On considère un dispositif comportant deux tubes verticaux de sections différentes S_1 et $S_2 > S_1$ communiquant à leur base par un tube horizontal. Le tube de plus grande section est scellé par un bouchon solide (S). L'ensemble est rempli d'eau, de sorte que la hauteur d'eau soit la même dans les deux tubes.

Au niveau du tube de section la plus petite, on applique, à l'aide d'un piston, une force totale $\vec{F_1}$ dirigée verticalement vers le bas, à l'aide d'une machine adéquate.



1. Justifier qualitativement que le niveau de l'eau soit inchangé dans le tube.
2. Déterminer la pression de l'eau en haut du tube de surface S_1.
3. Exprimer littéralement l'intensité de la force $\vec{F_2}$ exercée par l'eau sur le bouchon solide (S). Faire l'application numérique pour $S_2/S_1 = 10$ et $F_1 = 1 \cdot 10^4$ N. Expliciter le principe de la presse hydraulique.

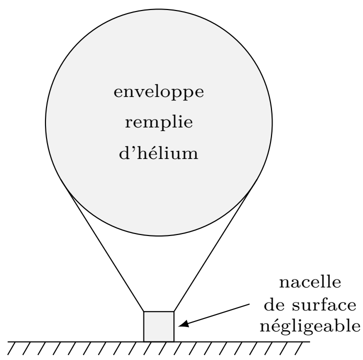
Exercice 2 : équilibre d'une boule immergée

1. Un boule en plastique de densité $d < 1$ est lachée au-dessus d'un récipient plein d'eau. Déterminer la fraction du volume de la boule qui est immergé.
2. La même boule est lachée au-dessus d'un récipient contenant un système biphasique d'eau et de cyclohexane. Déterminer où la boule s'immobilise, et calculer la répartition de son volume dans les différents fluides.

matériau	eau	cyclohexane	plastique
densité	1	$0,78$	$0,9$

Exercice 3 : ballon sonde

Le ballon sonde comporte une enveloppe et des accessoires (nacelle, cordage...) dont la masse totale est $m_0 = 100\,\mathrm{kg}$. L'enveloppe a un volume maximal $V_\mathrm{m} = 400\,\mathrm{m}^3$; on néglige le volume des accessoires. Au sol, l'enveloppe est remplie par un volume $V_0 = V_\mathrm{m}/2$ d'hélium.

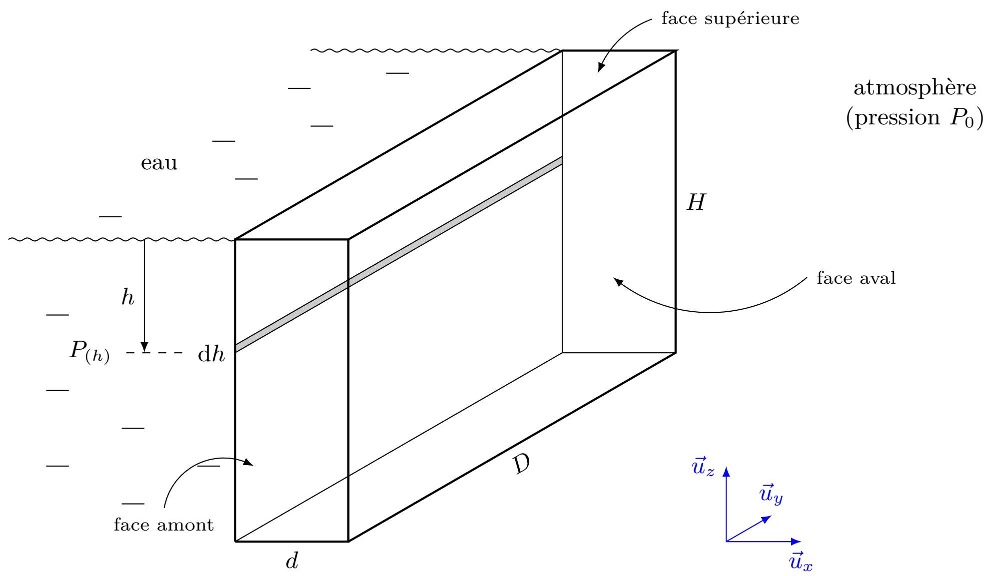


1. Établir la loi de pression dans l'atmosphère en fonction de l'altitude.
2. Calculer la flottabilité au sol. Conclure.
3. Expliquer pourquoi le ballon se gonfle au fur et à mesure de l'ascension. Que dire de la pression intérieure et de la pression extérieure au cours de l'ascension ?
4. Calculer l'altitude atteinte lorsque le ballon est entièrement gonflé.

Masse volumique de l'air sous 1 bar : $1{,}25\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$
Masse volumique de l'hélium sous 1 bar : $0{,}174\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$
Température de l'atmosphère, supposée constante : $T_0 = 280\,\mathrm{K}$
Pression au sol : $P_0 = 1{,}013 \cdot 10^5$ Pa

Exercice 4 : forces pressantes sur un barrage

On considère un barrage de longueur D, de hauteur totale H et d'épaisseur d. Du côté amont, le barrage est au contact, sur toute sa hauteur, avec l'eau d'un lac de masse volumique ρ_0 ; du côté aval, il est au contact de l'atmosphère à la pression uniforme P_0. On cherche à déterminer la force pressante totale $\vec{F_p}$ exercée sur les faces amont et aval du barrage.



1. Exprimer la force pressante $\vec{F_1}$ exercée par l'air sur la face aval, en fonction de P_0 et des dimensions du barrage.
2. Exprimer la force pressante $\mathrm{d}\vec{f}$ exercée par l'eau sur une bande horizontale de la façon amont, située à la profondeur h, de hauteur $\mathrm{d}h$ et de longueur D (en gris sur le schéma) en fonction de $P_{(h)}$, D et $\mathrm{d}h$. En déduire que la force pressante exercée par l'eau sur la face amont du barrage a pour expression :

$$\vec{F_2} = \left(P_0 DH + \frac{1}{2}\rho_0 g D H^2 \right) \vec{u}_x$$

3. Montrer que tout se passe comme si la face amont du barrage était soumise à une pression uniforme, égale à la pression de l'eau à une profondeur qu'on précisera.
4. En déduire la force pressante totale $\vec{F_p}$ qui s'exerce sur les faces verticales du barrage. Faire l'application numérique pour le barrage des Trois Gorges sur le fleuve Bleu (Yangzi Jiang) en Chine, long de 2335 m et haut de 185 m, qui ferme un réservoir d'eau de profondeur environ égale à 100 m.

Barrage des Trois Gorges en construction (2009).