

---

## Programme de colles 26

Semaine du 12/05

---

## Questions de cours

### Espaces vectoriels

1. On peut extraire une base de toute famille génératrice.
2. Toutes les bases d'un même espace vectoriel de dimension finie ont même cardinal.
3. Dans un espace vectoriel de dimension  $n$ , toute famille libre a au plus  $n$  éléments et toute famille génératrice a au moins  $n$  éléments.
4. Théorème de la base incomplète (point 2 du théorème 5).
5. Dans un espace vectoriel de dimension  $n$ , toute famille génératrice comportant  $n$  vecteurs est une base.
6. Si  $F$  est un sous-espace vectoriel de  $E$ , alors  $\dim(F) \leq \dim(E)$  avec égalité si et seulement si  $F = E$ .

### Applications linéaires

1. Composition d'applications linéaires.
2. Bijection réciproque d'un isomorphisme.
3. Si  $f \in \mathcal{L}(E, F)$ ,  $\ker(f)$  est un sous-espace vectoriel de  $E$  et  $\operatorname{Im}(f)$  est un sous-espace vectoriel de  $F$ .
4. Soit  $f \in \mathcal{L}(E, F)$ . Alors  $f$  est injective si et seulement si  $\ker(f) = \{0_E\}$ .
5. Soit  $f \in \mathcal{L}(E, F)$  et  $(e_1, \dots, e_n)$  une famille génératrice de  $E$ . Alors  $(f(e_1), \dots, f(e_n))$  est une famille génératrice de  $\operatorname{Im}(f)$ .

## Exercices

### Espaces vectoriels

Détermination de sous-espaces vectoriels, sous-espaces vectoriels engendrés. Familles libres, familles génératrices. Bases, coordonnées dans une base. Dimension d'un espace vectoriel.

### Applications linéaires

Déterminer si une application est linéaire ou non. Isomorphismes. Noyau et image d'une application linéaire.