Strictement réservé aux élèves de BCPST1 du lycée Fénelon.
Toute utilisation commerciale est interdite.

Devoir en temps libre n° 28

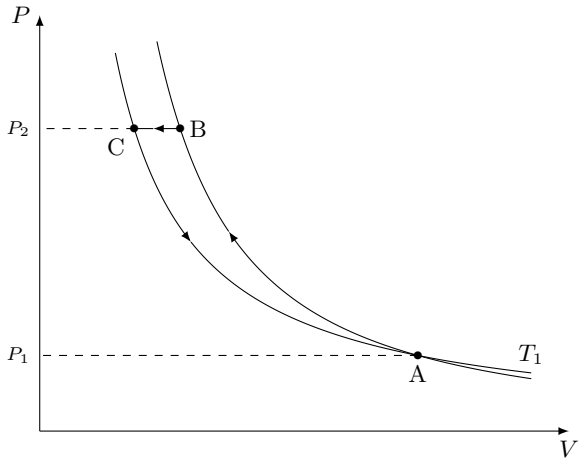
Machines fonctionnant sur un cycle à trois étapes

On considère une machine thermique dont le fluide caloporteur subit le cycle n°1 à trois transformations, représenté ci-dessous à gauche :

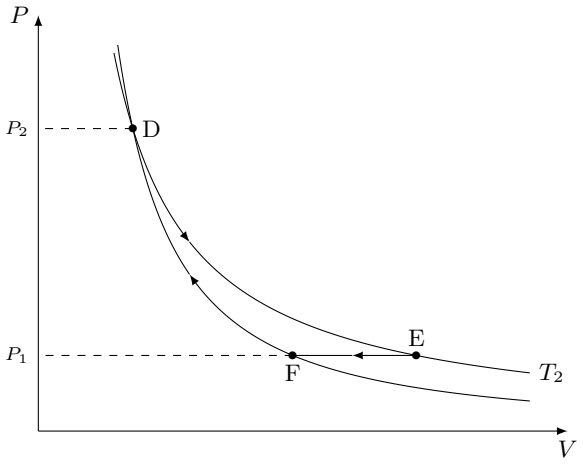
- une compression adiabatique A → B,
- une compression isobare B → C,
- une détente isotherme C → A de température T_1.

Une seconde machine thermique fonctionne avec un fluide caloporteur qui subit le cycle n°2 à trois transformations, représenté ci-dessous à droite :

- une détente isotherme D → E de température T_2,
- une compression isobare E → F,
- une compression adiabatique F → D.



(a) cycle n°1



(b) cycle n°2

Dans ces machines, les seuls travaux mis en jeu sont des travaux de forces pressantes (au niveau de pistons, compresseurs, détendeurs, etc), et on admet que le fluide est à l'équilibre de pression avec l'extérieur sur tout le cycle. On admet en outre que le fluide est à l'équilibre thermique avec le monde extérieur à la fin de chaque étape. Enfin, on suppose que le fluide obéit à la première et à la seconde lois de Joule.

Pour chaque machine, répondre aux questions suivantes.

1. Déterminer graphiquement le signe du travail reçu par le fluide caloporteur sur un cycle de fonctionnement. On pourra préalablement rappeler comment on peut déterminer graphiquement le travail sur une étape représentée sur le diagramme de Watt ou de Clapeyron.
2. Identifier au contact de combien de source(s) le fluide est en contact au cours de son cycle. S'il y en a deux, au contact de quelle source (froide ou chaude) se trouve-t-il à chaque étape ?
3. Déterminer sans presqu'aucun calcul le signe du transfert thermique à chaque étape.
4. En déduire la nature de la machine.

Strictement réservé aux élèves de BCPST1 du lycée Fénelon.
Toute utilisation commerciale est interdite.

Corrigé du devoir en temps libre n° 28

éléments de correction

1. Le travail des forces pressantes reçu par un fluide dont le volume varie de V_{ini} à V_{fin} et soumis à une pression $P_{\text{ext}} = P$ (équilibre de pression) est :

$$W_{p\,\text{reçu}} = \int_{V_{\text{ini}}}^{V_{\text{fin}}} -P_{\text{ext}}\,\mathrm{d}V = -\int_{V_{\text{ini}}}^{V_{\text{fin}}} P\,\mathrm{d}V$$

Or, si $V_{\text{fin}} > V_{\text{ini}}$, la grandeur $\int P\,\mathrm{d}V$ est l'aire sous la courbe représentative de la fonction $P_{(V)}$. En conséquence :

- si $V_{\text{fin}} > V_{\text{ini}}$, l'aire sous la courbe est l'opposée du travail reçu,
- si $V_{\text{fin}} < V_{\text{ini}}$, l'aire sous la courbe est le travail reçu.

Pour le cycle n°1 :

- sur les deux étapes A → B → C, $V_{\text{fin}} < V_{\text{ini}}$ donc $W_{p\,\text{reçu A}\to\text{B}\to\text{C}} > 0$,
- sur l'étape C → A, $V_{\text{fin}} > V_{\text{ini}}$ donc $W_{p\,\text{reçu C}\to\text{A}} < 0$.

Comme l'aire sous la courbe A → B → C est évidemment plus grande que celle sous la courbe C → A, on en déduit que le travail total reçu est positif : $W_{p\,1\,\text{reçu}} > 0$.

Le raisonnement est identique pour le cycle n°2 :

- sur l'étape D → E, $V_{\text{fin}} > V_{\text{ini}}$ donc $W_{p\,\text{reçu D}\to\text{E}} < 0$.
- sur les deux étapes E → F → D, $V_{\text{fin}} < V_{\text{ini}}$ donc $W_{p\,\text{reçu E}\to\text{F}\to\text{D}} > 0$,

Comme l'aire sous la courbe D → E est évidemment plus grande que celle sous la courbe E → F → D, on en déduit que le travail total reçu est négatif : $W_{p\,2\,\text{reçu}} < 0$.

2. Il est évident que le fluide n'est au contact d'aucune source au cours des transformations adiabatiques. Dans chacun des deux cas, il faut donc analyser les deux autres transformations. Raisonnons dans les deux cas à partir de la fin de la transformations adiabatique, B ou D.

Sur le cycle n°1, le fluide en B est à une température $T_{\text{B}} > T_1$, donc il se refroidit sur l'étape B → C. Or en C, il est à l'équilibre thermique soit à la température du monde extérieur T_1. On en déduit que le fluide s'est refroidit sur B → C au contact d'un thermostat de température T_1.

Par ailleurs, l'étape C → A étant isotherme de température T_1, elle se fait au contact d'un thermostat de température T_1.

En définitive, au cours du cycle n°1, le fluide n'est au contact que d'une seule source de température T_1 ; c'est un cycle monotherme.

Sur le cycle n°2, le fluide en D est à une température T_2 et il évolue de façon isotherme sur l'étape D → E. Il est donc au contact d'un thermostat de température T_2 sur cette étape.

Par ailleurs, la température en F est telle que $T_{\text{F}} < T_2$, donc le fluide se refroidit sur l'étape E → F. On en déduit que le fluide est au contact d'un thermostat de température $T_{\text{F}} < T_2$ sur cette étape.

En définitive, au cours du cycle n°2, le fluide est au contact de deux sources de température T_2 (source chaude) et T_{F} (source froide) ; c'est un cycle ditherme.

3. Commençons par rappeler, pour un système immobile soumis uniquement au travail des forces pressantes (soit $W^* = 0$), le premier principe d'une part, et le bilan enthalpique valable sur une transformation isobare :

$$\Delta U = W_{p\,\text{reçu}} + Q_{\text{reçue}}$$
$$\Delta H = Q_{\text{reçue}} \qquad \text{si } P = \text{cte}$$

D'autre part, l'énergie interne ne dépend que de la température d'après la première loi de Joule, donc sur une transformation isotherme $\Delta U = 0$ et $Q_{\text{reçue}} = -W_{p\,\text{reçu}}$. L'enthalpie ne dépend également que de la température. En conséquence :

- sur une transformation isotherme, le signe de $Q_{\text{reçue}}$ est l'opposé du signe de $W_{p\,\text{reçu}}$,
- sur une transformation isobare, le signe de $Q_{\text{reçue}}$ est le même que celui de ΔH donc de ΔT.

Strictement réservé aux élèves de BCPST1 du lycée Fénelon.
Toute utilisation commerciale est interdite.

Pour le cycle n°1, on a $Q_{\text{reçue B}\to\text{C}} < 0$ car il y a refroidissement isobare, et $Q_{\text{reçue C}\to\text{A}} = -W_{p\,\text{reçu C}\to\text{A}} > 0$. Le signe du transfert thermique total entre le fluide et la source n'est pas déterminable de cette façon. En revanche, sur le cycle complet, on sait que $W_{p\,1\,\text{reçu}} > 0$, donc $Q_{1\,\text{reçue}} < 0$ car $\Delta U = 0$ sur un cycle.

Pour le cycle n°2, on a $Q_{\text{reçue E}\to\text{F}} < 0$ car il y a refroidissement isobare, et $Q_{\text{reçue D}\to\text{E}} = -W_{p\,\text{reçu D}\to\text{E}} > 0$. En conséquence, le fluide reçoit de l'énergie thermique au contact de la source chaude et cède de l'énergie thermique au contact de la source froide.

4. Dans le cycle n°1, le fluide reçoit un travail positif, et cède l'énergie à une unique source ; c'est un dispositif de type chauffage. Dans le cycle n°2, le fluide reçoit de l'énergie thermique au contact d'une source chaude et fournit du travail ; c'est un moteur thermique.