
Programme de colles 28

Semaine du 02/06

Questions de cours

Applications linéaires

1. Une application linéaire $f : E \rightarrow F$ est injective si et seulement si l'image par f de toute famille libre de E est une famille libre de F .
2. Il existe un isomorphisme $f \in \mathcal{L}(E, F)$ si et seulement si $\dim(E) = \dim(F)$.
3. Calcul matriciel de l'image d'un vecteur.
4. Matrice d'une composée d'applications linéaires.
5. Matrice d'un isomorphisme.
6. Si $f \in \mathcal{L}(E, F)$ avec $\dim(E) = \dim(F)$, alors f est injective si et seulement si f est surjective.

Développements limités

1. Unicité du développement limité.
2. Parité du développement limité en 0.
3. Condition nécessaire et suffisante d'existence d'un développement limité d'ordre 0 en un point.
4. Condition nécessaire et suffisante d'existence d'un développement limité d'ordre 1 en un point.
5. Formule de Taylor-Young.

Exercices

Applications linéaires

Déterminer si une application est linéaire ou non. Isomorphismes. Noyau et image d'une application linéaire. Caractérisation d'une application linéaire par l'image d'une base.

Matrice d'une application linéaire dans un couple de bases (calcul matriciel de l'image d'un vecteur, matrice d'une composée d'applications linéaires, d'un isomorphisme...).

Théorème du rang et conséquences sur les applications linéaires injectives/surjectives/bijectives.

Lien entre rang d'une matrice, d'une application linéaire, d'une famille de vecteurs.

Développements limités

Calculs de développements limités (somme, produit, composition, primitivation), utilisation de la formule de Taylor-Young, manipulation des développements limités usuels en 0 (à connaître par cœur!). Développements limités en un point quelconque ou en l'infini. Application pour le calcul de limites.