
DEVOIR MAISON N°3
A RENDRE POUR LE MERCREDI 5 NOVEMBRE 2025

Exercice 1

Un anagramme est un mot formé en changeant de place les lettres d'un autre mot (sans rien ajouter ni enlever). Le mot formé peut avoir du sens ou pas.

1. Combien d'anagrammes du mot OCCURRENCE peut-on former ?
2. Combien d'anagrammes du mot OCCURRENCE se terminant par une voyelle peut-on former ?

Exercice 2

Résoudre les (in)équations suivantes.

1. $\cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}$ où $x \in [0; 2\pi]$;
2. $\sin(4x + 1) = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$ où $x \in \mathbb{R}$;
3. $\sin^2 x - \frac{3}{2} \sin x - 1 = 0$ où $x \in [-\pi; 2\pi]$.

Exercice 3

Soit $\theta = e^{2i\pi/5}$. On définit alors $X = \theta + \theta^4$ et $Y = \theta^2 + \theta^3$.

1. Calculer θ^5 puis en déduire que $1 + \theta + \theta^2 + \theta^3 + \theta^4 = 0$.
2. Montrer que les nombres complexes X et Y sont solutions de l'équation $(E) : x^2 + x - 1 = 0$.
On ne cherchera pas à calculer directement X et Y mais plutôt à exprimer $X^2 + X - 1$ et $Y^2 + Y - 1$ en fonction de θ pour utiliser ensuite les résultats de la question précédente.
3. Grâce aux formules d'Euler, prouver que $X = 2 \cos(\frac{2\pi}{5})$ et $Y = 2 \cos(\frac{4\pi}{5})$.
4. Résoudre l'équation (E) puis en déduire les valeurs exactes de $\cos(\frac{2\pi}{5})$ et $\cos(\frac{4\pi}{5})$.
5. Déterminer enfin les valeurs exactes de $\cos(\frac{\pi}{5})$ et $\cos(\frac{3\pi}{5})$.
6. Quelle est la valeur exacte de $\cos(\frac{348\pi}{5})$?