

Programme de colles 6

Semaine du 10/11

Dans ce chapitre sur les fonctions usuelles, **je n'ai pas rappelé le taux d'accroissement**. J'ai donc admis certains résultats concernant la dérivation et les limites. Vous pouvez demander aux étudiants de faire une étude complète de fonctions mais **sans technicité excessive**. L'objectif est que les étudiants sachent manipuler les outils et effectuer les calculs. **Pas encore de fonctions circulaires** pour cette semaine (il faudra attendre la semaine prochaine).

Dans le prochain chapitre (**calcul différentiel et intégral**), je développerai le calcul des dérivées mais il n'y aura toujours de taux d'accroissement (qui sera vu au second semestre).

Questions de cours

1. Propriétés du conjugué (somme, produit, inverse et quotient).
2. Propriétés du module (produit, inverse et quotient).
3. Inégalité triangulaire dans $\mathbb{C}$ (sans le cas d'égalité).
4. $\forall(\theta, \theta') \in \mathbb{R}^2, e^{i\theta} \times e^{i\theta'} = e^{i(\theta+\theta')}$ et formule de Moivre.
5. Propriétés de l'argument (conjugué, produit, inverse et quotient).
6. Existence et unicité des parties paire et impaire d'une fonction réelle.
7. Si f est bijective et strictement (dé)croissante, alors f^{-1} est strictement (dé)croissante.
8. Pour $n \in \mathbb{Z}$, la dérivée de $x \mapsto x^n$ est $x \mapsto nx^{n-1}$ (démonstration par récurrence).
9. $\forall(x, y) \in \mathbb{R}_+^{*2}, \ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$.
10. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0^+$.

Exercices

Complexes

Définition de l'ensemble $\mathbb{C}$. Écriture algébrique. Conjugué d'un nombre complexe. Propriétés du conjugué. Affixe d'un point, d'un vecteur. Module d'un nombre complexe. Propriétés du module. Exponentielle complexe. Formule de Moivre. Formules d'Euler. Forme trigonométrique/exponentielle. Argument d'un nombre complexe. Propriétés de l'argument. Equations du second degré à coefficients réels. Applications à la linéarisation. Équation $x^2 = a$ avec $a \in \mathbb{C}$.

Fonctions usuelles

Opérations algébriques sur les fonctions. Parité. Périodicité. Fonctions majorées, minorées, bornées. Monotonie d'une fonction. Equation de la tangente en un point. Asymptote. Etude des fonctions usuelles : fonctions affines, puissances, racine carrée, logarithme (népérien ou décimal), exponentielle (base e ou a). Propriétés algébriques des fonctions logarithme et exponentielle. Calcul de dérivées. Dérivée d'une fonction composée. Dérivée d'un produit/quotient. Lien entre le signe de la dérivée et les variations d'une fonction.