
Programme de colles 7

Semaine du 17/11

Dans ce chapitre sur le **calcul différentiel et intégral**, on continue de consolider et de compléter la maîtrise des règles de dérivation, d'étude de fonctions et de quelques techniques de primitivation.

Pas de théorie sur le changement de variable. En cas d'utilisation, le changement de variable devra être fourni.

Questions de cours

1. Existence et unicité des parties paire et impaire d'une fonction réelle.
2. Si f est bijective et strictement (dé)croissante, alors f^{-1} est strictement (dé)croissante.
3. Pour $n \in \mathbb{Z}$, la dérivée de $x \mapsto x^n$ est $x \mapsto nx^{n-1}$ (démonstration par récurrence).
4. $\forall (x, y) \in \mathbb{R}_+^{*2}, \quad \ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$.
5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0^+$.
6. Dérivée, monotonie et limites des fonctions $x \mapsto x^\alpha$ où $\alpha \in \mathbb{R}$.
7. Dérivée de la fonction tan et arctan.
8. Inégalité de la moyenne et $\left| \int_a^b f(t) dt \right| \leq \int_a^b |f(t)| dt$.
9. Formule d'intégration par parties.

Exercices

Fonctions usuelles

Opérations algébriques sur les fonctions. Parité. Périodicité. Fonctions majorées, minorées, bornées. Monotonie d'une fonction. Equation de la tangente en un point. Asymptote. Étude des fonctions usuelles : fonctions affines, puissances, racine carrée, logarithme (népérien ou décimal), exponentielle (base e ou a). Propriétés algébriques des fonctions logarithme et exponentielle. Calcul de dérivées. Dérivée d'une fonction composée. Dérivée d'un produit/quotient. Lien entre le signe de la dérivée et les variations d'une fonction.

Calcul différentiel et intégral

Dérivée d'une réciproque. Dérivée n -ème. Dérivée partielle d'une fonction de deux variables. Primitives. Intégrale d'une fonction positive (définie par l'aire sous la courbe), d'une fonction de signe quelconque. Propriétés de l'intégrale (linéarité, relation de Chasles, positivité). Valeur et inégalité de la moyenne. Théorème fondamental de l'analyse. Intégration par parties. Changement de variable.