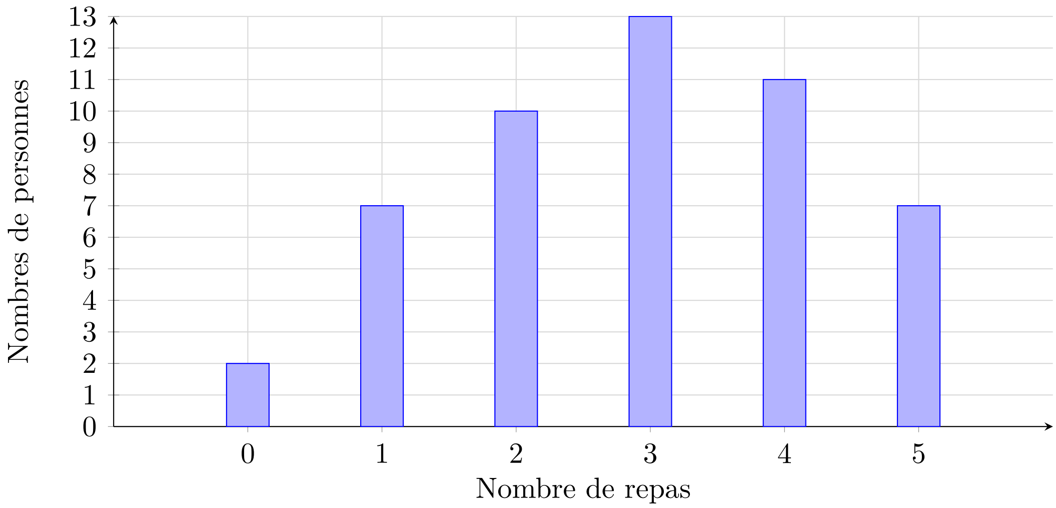
Lycée Fénelon
Année 2025-2026

BCPST1
A. Wassfi

Liste d'exercices n°14 — Statistique descriptive

Exercice 1. On interroge 50 élèves sur le nombre de repas pris à la cantine dans la semaine. Les données sont représentées dans le diagramme ci-dessous.



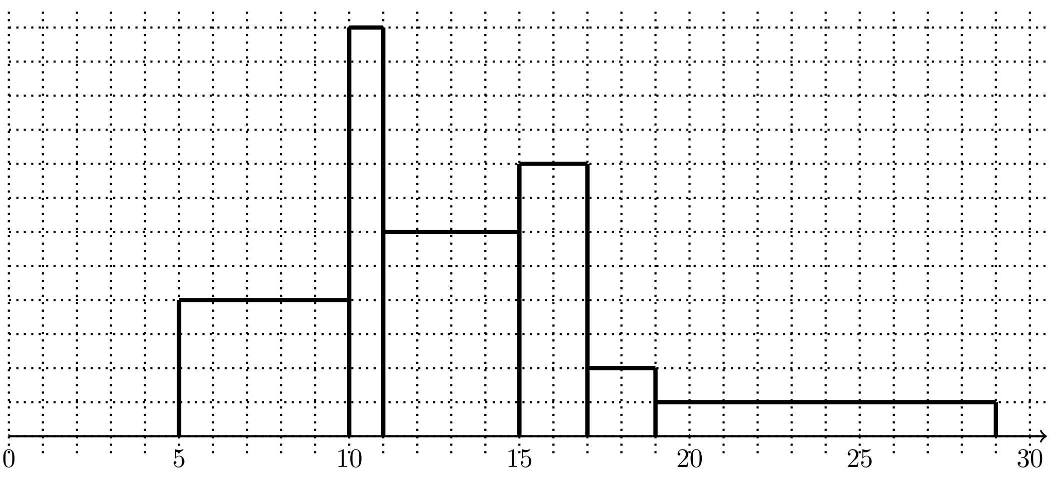
1. Déterminer l'étendue, le mode, la médiane, Q_1 et Q_3.
2. Calculer la moyenne et l'écart-type.

Exercice 2. Taux de cholestérol (en g/L) d'un échantillon de 100 personnes :

Classe	[1.2,1.4[	[1.4,1.6[	[1.6,1.8[	[1.8,2.0[	[2.0,2.2[	[2.2,2.4[	[2.4,2.6[	[2.6,2.8[	[2.8,3.0[	[3.0,3.2[
Effectif	5	14	15	21	18	10	7	5	3	2

1. Déterminer la valeur approximative des paramètres suivants : médiane, Q_1 et Q_3.
2. En supposant la répartition homogène, calculer la moyenne et l'écart-type.

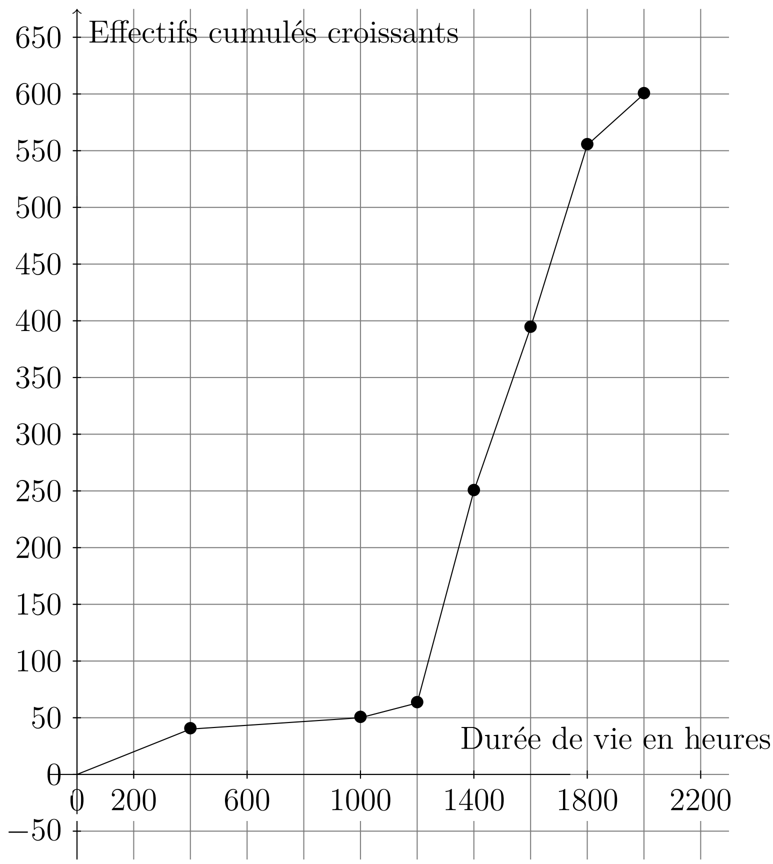
Exercice 3.
Dans l'histogramme suivant, l'effectif de la classe $[17;19[$ est égal à 2.



1. Faire un tableau décrivant les effectifs de chaque classe.
2. Quelle est la classe modale de cette série ?
3. En supposant la répartition homogène, calculer la moyenne.

Exercice 4. Les parties A et B de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

On étudie la durée de vie en heures d'un lot de 600 ampoules fabriquées par l'entreprise X. On donne ci-dessous la courbe des effectifs cumulés croissants de ce lot, considéré comme une série statistique.



Partie A

1. On note A le point de coordonnées (1400 ;250). Interpréter les coordonnées du point A.
2. Donner une estimation de la médiane et du premier quartile de cette série statistique. (On fera apparaitre les traits de construction sur le graphique).
3. Un ampoule est considérée comme défectueuce si sa durée de vie est inférieure à 1000 heures.
   (a) Estimer (en pourcentage) la proportion des ampoules défectueuses de ce lot.
   (b) L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? Justifier votre réponse.
   Affimation : Parmi les ampoules considérées comme défectueuses, une majorité a une durée de vie inférieure à 400 heures.

Partie B

On donne la répartition de la durée de vie des ampoules d'un lot provenant d'une entreprise Y.

Durée de vie en heures	200	250	380	500	660	750	870	1260	1800	2200
Nombre d'ampoules	3	11	18	30	19	17	14	15	14	9

1. Calculer la durée de vie moyenne d'une ampoule du lot de l'entreprise Y.
2. Après amélioration des conditions de fabrication des ampoules, l'entreprise Y affirme avoir augmenté la durée de vie moyenne de leurs ampoules de 10 %. Quelle est alors la nouvelle durée de vie des ampoules de l'entreprise Y ?

Exercice 5.

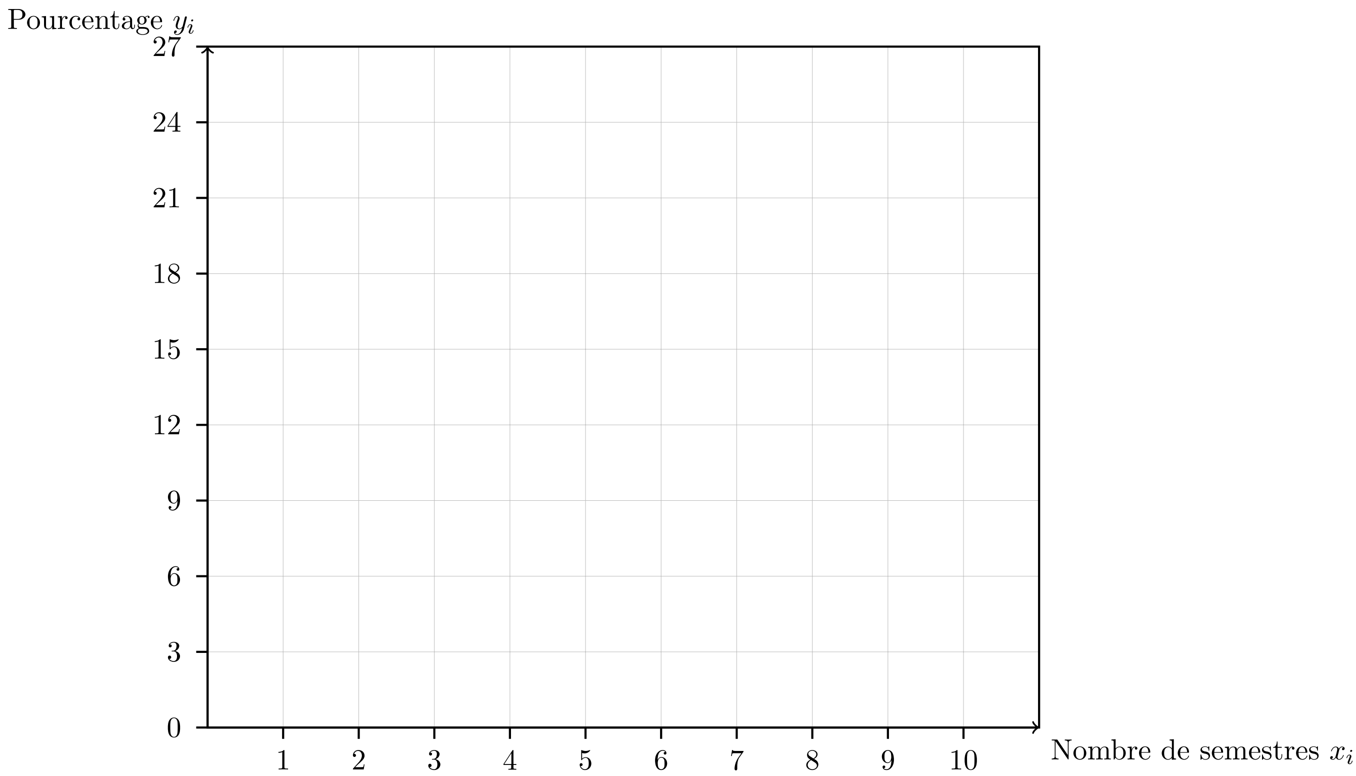
1. Que peut-on dire d'une série statistique dont la moyenne est « nettement » plus grande que la médiane.
2. (a) Construire une série statistique où la moyenne est 100 fois plus grande que la médiane.
   (b) Construire une série statistique où la médiane est 100 fois plus grande que la moyenne.
   (c) Construire une série statistique où la moyenne est le double de l'écart-type.

Exercice 6. Un professeur de mathématiques arrive au conseil de classe avec une moyenne de classe de 8/20 et un écart-type de 3. Monsieur le Proviseur, peu satisfait, lui demande une moyenne de 10 avec un écart-type de 4. Que doit-il faire ?

Exercice 7. Une entreprise vend des lots de circuits électroniques. Le tableau suivant indique le pourcentage y de circuits d'un lot qui ont une panne au cours de x semestres d'utilisation :

Nombre x_i de semestres	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Pourcentage y_i	0	2	4	8	11	14	17	20	23	27

1. Représenter le nuage de points correspondant à cette série statistique.

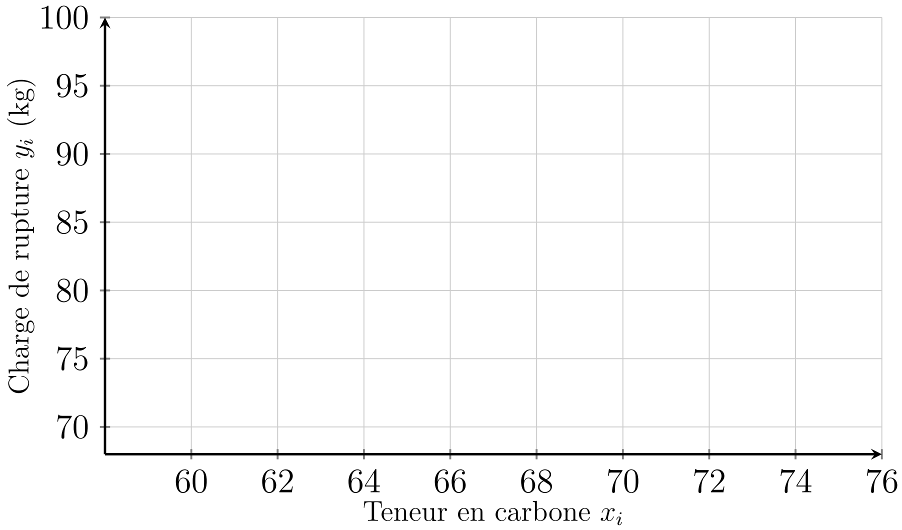


2. Déterminer l'équation réduite de la droite de régression de y en x.
3. Représenter cette droite sur ce graphique.
4. Estimer le pourcentage y de circuits d'un lot qui ont une panne au cours de douze semestres d'utilisation.

Exercice 8. Le tableau suivant donne les résultats obtenus à partir de 10 essais de laboratoire concernant la charge de rupture d'un acier de sa teneur en carbone.

Teneur en carbone x_i	70	60	68	64	66	64	62	70	74	62
Charge de rupture y_i (en kg)	87	71	79	74	79	80	75	86	95	70

1. Représenter graphiquement le nuage de points correspondant à cette série.



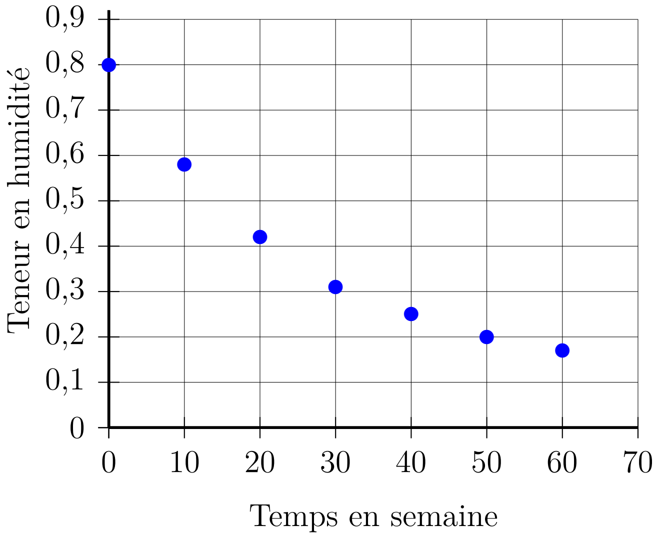
2. Calculer les coordonnées du point moyen de ce nuage.
3. Déterminer la valeur approchée à 10^{-3} près du coefficient de corrélation linéaire de la série statistique de variables x et y. Interpréter le résultat.
4. Soit $G1$ le point moyen du nuage des cinq premiers points et soit $G2$ le point moyen des cinq derniers points. Calculer les coordonnées de $G1$ et de $G2$ puis donner une équation de la droite $(G1G2)$, dite droite de Mayer. Placer $G1$, $G2$ et $(G1G2)$ sur le graphique.
   (a) Déterminer l'équation réduite de la droite D de régression de y en x par la méthode des moindres carrés. On donnera des valeurs approchées des coefficients à 10^{-3} près.
   (b) Représenter cette droite sur le graphique.
5. Un acier a une teneur en carbone de 77. Donner une estimation de sa charge de rupture à l'aide de la droite de Mayer puis de la droite de régression.

Exercice 9. L'évolution de la population mondiale (en millions) entre 1950 et 2015 est fournie dans le tableau suivant :

Année	1950	1955	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2005	2010	2015
rang de l'année (x)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65
population (y)	2525	2758	3018	3322	3682	4061	4439	4852	5309	5735	6126	6519	6929	7349

1. Représenter le nuage de points.
2. Effectuer un ajustement de la forme $y = 2525 + \lambda x^a$.
3. Quelle population mondiale peut-on prévoir en 2100 ?

Exercice 10. Le bois d'épicéa est couramment utilisé en France pour la construction. Avant son utilisation, il est nécessaire de le faire sécher. La teneur en humidité du bois d'épicéa correspond au pourcentage d'eau contenu dans le bois. La teneur en humidité, en pourcentage, du bois d'épicéa est une fonction f du temps t, exprimé en semaine.
On a effectué un relevé de la teneur en humidité d'une poutre en épicéa en fonction du temps, exprimé en semaine. Les données sont représentées sur le graphique ci- dessous.



1. Au vu de la représentation graphique obtenue, un ajustement affine semble-t-il approprié ? Expliquer.
2. On désigne par H la teneur en humidité dans le bois, en pourcentage, et on pose :

$$y = \ln(H - 0,1).$$

t	0	10	20	30	40	50	60
H	0,80	0,58	0,42	0,32	0,25	0,20	0,17
y	$-0,36$	$-0,73$	$-1,14$	...	$-1,90$	$-2,30$	$-2,66$

   (a) Dans le tableau, quelle est la valeur manquante y, arrondie au centième, correspondant au temps $t = 30$?
   (b) Donner une équation de la droite d'ajustement de y en t, par la méthode des moindres carrés. Arrondir les coefficients au millième.
   (c) Déduire de la question précédente un ajustement de H par t.

3. On admet dans la suite que l'évolution de la teneur en humidité de la poutre, en fonction du temps, est donnée par l'expression :

$$H(t) = 0,7e^{-0,04t} + 0,1.$$

   (d) Quelle serait la teneur en humidité de la poutre après 70 semaines ?
   (e) Est-il possible que la teneur en humidité soit inférieure à 5 % ?

Exercice 11. En écologie, la **loi SPAR** (Species–Area Relationship) relie le nombre d'espèces N observé sur une aire d'échantillonnage S (en ha, km^2, ...) par une loi de puissance :

$$N = c\,S^a, \qquad c > 0,\ a > 0.$$

En prenant le logarithme, on obtient une relation linéaire :

$$\ln N = a\,\ln S + \ln c.$$

On peut alors estimer a et c par une régression linéaire de $Y = \ln N$ sur $X = \ln S$.
On a échantillonné des îlots forestiers de tailles variées et compté le nombre d'espèces végétales présentes.

Surface S (ha)	1	2	5	10	20	50	100	200	500	1000
Espèces N	6	7	9	12	14	18	22	27	34	42

On posera $X = \ln S$ et $Y = \ln N$. Pour alléger les calculs, on admet les sommes suivantes (arrondies au millième) :

$$n = 10, \quad \sum X = 34{,}539, \quad \sum Y = 27{,}600,$$
$$\sum X^2 = 168{,}295, \quad \sum XY = 109{,}263, \quad \sum Y^2 = 80{,}146.$$

1. Linéarisation et nuage de points.
   (a) Construire le nuage de points (X_i, Y_i) et commenter sa forme.
   (b) Expliquer pourquoi il est pertinent de travailler avec $X = \ln S$ et $Y = \ln N$.
2. Régression linéaire de Y sur X.
   (a) Rappeler les formules de la pente $\hat{a}$ et de l'ordonnée à l'origine $\hat{b}$ de la droite des moindres carrés $Y = \hat{a}X + \hat{b}$, en fonction des sommes ci-dessus.
   (b) Calculer $\hat{a}$ et $\hat{b}$. En déduire $\hat{c} = \exp(\hat{b})$.
   (c) Donner l'équation estimée de la loi SPAR sous la forme $\hat{N} = \hat{c}\,S^{\hat{a}}$.
3. Qualité de l'ajustement.
   (a) Calculer le coefficient de corrélation R^2 à partir de $S_{xx} = \sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}$, $S_{yy} = \sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n}$ et $S_{xy} = \sum XY - \frac{(\sum X)(\sum Y)}{n}$.
   (b) Interpréter la valeur de R^2 dans le contexte écologique.
4. Prédictions et interprétations.
   (a) Prédire le nombre d'espèces attendu pour $S = 300\,\text{ha}$ et pour $S = 5\,000\,ha$ (arrondir à l'unité).
   (b) Interpréter le paramètre a (coefficient d'élasticité : variation relative de N lorsque S est multipliée par un facteur).