

Programme de colles 12

Semaine du 05/01

Questions de cours

Matrices

1. Pour tout $(A, B) \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K}) \times \mathcal{M}_{p,q}(\mathbb{K})$, $(AB)^T = B^T A^T$.
2. Soit $M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Il existe une unique matrice symétrique S et une unique matrice antisymétrique A telles que $M = S + A$.
3. Soit $(A, B) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})^2$. Si A et B sont inversibles alors AB est inversible et $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
4. $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$ est inversible si et seulement si $\det(A) \neq 0$ et dans ce cas, $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$.

Statistiques

5. Soit $x = (x_1, \dots, x_n)$ une série statistique de variance s_x^2 . Alors $s_x^2 = \bar{x}^2 - \overline{x^2}$.
6. Soit $(x, y) = (x_i, y_i)_{1 \leq i \leq n}$ une série statistique bivariée de covariance s_{xy} . Alors $s_{xy} = \bar{xy} - \bar{x} \times \bar{y}$.

Exercices

Matrices

Définition. Matrice nulle, identité. Matrices diagonales, scalaires. Matrices triangulaires. Opérations sur les matrices (somme, produit, multiplication par un scalaire). Propriétés de ces opérations (commutativité de la somme, associativité, distributivité). Puissance d'une matrice. Matrice nilpotente. Matrices qui commutent. Formule du binôme. Transposée. Propriétés de la transposition. Matrices symétriques et antisymétriques. Lien entre matrice et système linéaire. Rang d'une matrice. Matrice inversible. Propriétés des matrices inversibles. Calcul de l'inverse d'une matrice inversible par l'algorithme du pivot de Gauss. Déterminant pour une matrice de taille $(2, 2)$. Propriétés du déterminant. Résolution d'un système de Cramer.

Statistiques descriptives

Définitions (population, individu, caractère, effectif, fréquence ...). Variable discrète/continue, quantitative/qualitative. Représentations graphiques (diagramme, polygone des effectifs/fréquences cumulés, histogramme ...). Moyenne, écart-type. Médiane. Quartiles. Statistique à deux variables. Point moyen. Covariance. Coefficient de corrélation. Régression linéaire selon la méthode des moindres carrés.