

Programme de colles 15

Semaine du 26/01

Après un premier chapitre sur les suites réelles où on avait abordé des notions essentiellement algébriques, nous abordons un deuxième chapitre sur l'aspect analytique des suites (convergence avec les ϵ , divergence propriétés sur les limites ...). Les théorèmes de convergence (limite monotone ...) viennent à peine d'être énoncés (sans les démonstrations, qui seront faites la semaine prochaine, à n'utiliser qu'avec parcimonie lors de cette semaine de colle). N'hésitez pas à poser des questions faisant intervenir le raisonnement par récurrence, le calcul de sommes ou les suites arithméticos-géométriques ou récurrentes d'ordre 2.

Questions de cours

Géométrie dans l'espace

1. Soit (P) un plan dans l'espace. Alors (P) admet une base orthonormée.
2. Représentation paramétrique d'un plan dans l'espace.
3. Soit (P) un plan de base (\vec{u}, \vec{v}) et de vecteur normal \vec{n} .
Alors les vecteurs $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{n})$ forment une base de \mathbb{R}^3 .
4. Equation cartésienne d'un plan dans l'espace.

Suites réelles

5. Unicité de la limite pour une suite convergente.
6. Toute suite convergente est bornée.
7. Soit $(\lambda, \mu) \in \mathbb{R}^2$. Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell \in \mathbb{R}$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \ell' \in \mathbb{R}$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} \lambda u_n + \mu v_n = \lambda \ell + \mu \ell'$.
8. Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell \in \mathbb{R}$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \ell' \in \mathbb{R}$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n v_n = \ell \ell'$.
9. Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \ell > 0$, alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n v_n = +\infty$.

Exercices

Géométrie plane ou dans l'espace

Vecteurs. Produit scalaire. Norme. Vecteurs orthogonaux, orthonormés. Bases de l'espace. Coordonnées d'un vecteur dans une base (éventuellement orthonormée). Repères de l'espace. Coordonnées d'un point dans un repère. Droites dans l'espace. Plan. Bases d'un plan de l'espace. Représentation paramétrique d'un plan ou d'une droite. Vecteur normal à un plan. Equation cartésienne d'un plan et d'une droite. Projeté orthogonal d'un point sur un plan. Distance d'un point à un plan.

Suites réelles

Suites minorées, majorées, bornées. Monotonie d'une suite. Convergence d'une suite (définition avec les ϵ). Divergence d'une suite. Limites infinies. Opérations sur les limites. Limites des suites de référence (puissances, géométriques ...). Croissances comparées. Théorème des gendarmes. Théorèmes de comparaison. Théorème de la limite monotone. Suites arithméticos-géométriques. Suites récurrentes d'ordre 2.