

## Programme de colles 16

Semaine du 02/02

# Questions de cours

## Suites réelles

1. Unicité de la limite pour une suite convergente.
2. Toute suite convergente est bornée.
3. Soit  $(\lambda, \mu) \in \mathbb{R}^2$ . Si  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell \in \mathbb{R}$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \ell' \in \mathbb{R}$  alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \lambda u_n + \mu v_n = \lambda \ell + \mu \ell'$ .
4. Si  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell \in \mathbb{R}$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \ell' \in \mathbb{R}$  alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n v_n = \ell \ell'$ .
5. Si  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \ell > 0$ , alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n v_n = +\infty$ .
6. Théorème des gendarmes.
7. Toute suite croissante et majorée converge.
8. Toute suite croissante et non majorée diverge vers  $+\infty$ .
9. Si  $a > 1$  alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n!}{a^n} = +\infty$ .
10. Si  $a > 1$  et  $\alpha \in \mathbb{R}_+^*$  alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a^n}{n^\alpha} = +\infty$ .

# Exercices

## Suites réelles

Suites minorées, majorées, bornées. Monotonie d'une suite. Convergence d'une suite (définition avec les  $\epsilon$ ). Divergence d'une suite. Limites infinies. Opérations sur les limites. Limites des suites de référence (puissances, géométriques ...). Croissances comparées. Théorème des gendarmes. Théorèmes de comparaison. Théorème de la limite monotone. Suites arithmético-géométriques. Suites récurrentes d'ordre 2. Théorème des suites adjacentes. Etude de suites de type  $u_{n+1} = f(u_n)$ . Notion d'équivalents. L'équivalence est compatible avec la multiplication, la division et l'élévation à une puissance constante. Utilisation des équivalents pour la recherche de limites.