
Programme de colles 17

Semaine du 09/02

Questions de cours

Suites réelles

1. Théorème des gendarmes.
2. Toute suite croissante et majorée converge.
3. Toute suite croissante et non majorée diverge vers $+\infty$.
4. Si $a > 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n!}{a^n} = +\infty$.
5. Si $a > 1$ et $\alpha \in \mathbb{R}_+^*$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a^n}{n^\alpha} = +\infty$.

Probabilités

Soit $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), \mathbb{P})$ un espace probabilisé fini.

6. Pour toutes parties A et B dans $\mathcal{P}(\Omega)$, $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$.
7. Soit $B \in \mathcal{P}(\Omega)$ tel que $\mathbb{P}(B) > 0$.
L'application $\mathbb{P}_B : A \in \mathcal{P}(\Omega) \mapsto \mathbb{P}_B(A) \in [0, 1]$ est une probabilité sur $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$.
8. Formule des probabilités totales.
9. Formule de Bayes.
10. Soient A et B deux événements indépendants. Alors les événements \bar{A} et B sont indépendants.

Exercices

Suites réelles

Suites minorées, majorées, bornées. Monotonie d'une suite. Convergence d'une suite (définition avec les ϵ). Divergence d'une suite. Limites infinies. Opérations sur les limites. Limites des suites de référence (puissances, géométriques...). Croissances comparées. Théorème des gendarmes. Théorèmes de comparaison. Théorème de la limite monotone. Suites arithmético-géométriques. Suites récurrentes d'ordre 2. Théorème des suites adjacentes. Etude de suites de type $u_{n+1} = f(u_n)$. Notion d'équivalents. L'équivalence est compatible avec la multiplication, la division et l'élevation à une puissance constante. Utilisation des équivalents pour la recherche de limites. Équivalents de référence.

Probabilités

Vocabulaire. Système complet d'événements. Probabilité. Espace probabilisé. Probabilités conditionnelles. Formule des probabilités composées. Formule des probabilités totales. Formule de Bayes. Indépendance de deux événements. Événements deux à deux indépendants. Événements mutuellement indépendants.