Programme de colles 18 **Semaine du 16/02**

Questions de cours

Probabilités

Soit $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), \mathbb{P})$ un espace probabilisé fini.

1. Pour toutes parties A et B dans $\mathcal{P}(\Omega)$, $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$.
2. Soit $B \in \mathcal{P}(\Omega)$ tel que $\mathbb{P}(B) > 0$.
   L'application $\mathbb{P}_B : A \in \mathcal{P}(\Omega) \longmapsto \mathbb{P}_B(A) \in [0,1]$ est une probabilité sur $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$.
3. Formule des probabilités totales.
4. Formule de Bayes.
5. Soient A et B deux événements indépendants. Alors les événements $\overline{A}$ et B sont indépendants.

Variables aléatoires

X et Y sont des variables aléatoires définies sur un espace probabilisé fini $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), \mathbb{P})$.

6. Formule de König-Huygens.
7. Pour tout $(a,b) \in \mathbb{R}^2$, on a $V(aX+b) = a^2 V(X)$.
8. Si X et Y sont indépendantes alors $V(X+Y) = V(X) + V(Y)$.
9. Loi et espérance d'une variable aléatoire suivant une loi uniforme.
10. Loi, espérance et variance d'une variable aléatoire suivant une loi binomiale.

Exercices

Probabilités

Vocabulaire. Système complet d'événements. Probabilité. Espace probabilisé. Probabilités conditionnelles. Formule des probabilités composées. Formule des probabilités totales. Formule de Bayes. Indépendance de deux événements. Événements deux à deux indépendants. Événements mutuellement indépendants.

Variables aléatoires

Définition d'une variable aléatoire sur un espace probabilisé fini $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$. Fonction de répartition d'une variable aléatoire. Propriété de la fonction de répartition (croissance, limites en $\pm\infty$). Espérance et variance d'une variable aléatoire. Écart-type. Théorème de transfert. Propriétés de l'espérance (linéarité, positivité, croissance). Indépendance de variables aléatoires. Propriétés de l'indépendance de variables aléatoires (utilisation du lemme des coalitions, de l'espérance du produit de deux variables aléatoires indépendantes). Lois usuelles (uniforme, Bernoulli, binomiale).