
Programme de colles 19

Semaine du 09/03

Questions de cours

Variables aléatoires

X et Y sont des variables aléatoires définies sur un espace probabilisé fini $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), \mathbb{P})$.

1. Formule de König-Huygens.
2. Pour tout $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, on a $V(aX + b) = a^2V(X)$.
3. Si X et Y sont indépendantes alors $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$.
4. Loi et espérance d'une variable aléatoire suivant une loi uniforme.
5. Loi, espérance et variance d'une variable aléatoire suivant une loi de Bernoulli.
6. Loi, espérance et variance d'une variable aléatoire suivant une loi binomiale.

Limites et continuité

7. Unicité de la limite en $+\infty$.
8. Limite de fonctions composées.
9. Soit $f : I \longrightarrow \mathbb{R}$, soit $a \in \bar{I} \cap \mathbb{R}$ tel que $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$ avec $l \in]0; +\infty[$.
Alors il existe $\alpha > 0$ tel que pour tout $x \in I \cap [a - \alpha, a + \alpha]$, $f(x) > 0$.

Exercices

Probabilités

Vocabulaire. Système complet d'événements. Probabilité. Espace probabilisé. Probabilités conditionnelles. Formule des probabilités composées. Formule des probabilités totales. Formule de Bayes. Indépendance de deux événements. Événements deux à deux indépendants. Événements mutuellement indépendants.

Variables aléatoires

Définition d'une variable aléatoire sur un espace probabilisé fini $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$. Fonction de répartition d'une variable aléatoire. Propriété de la fonction de répartition (croissance, limites en $\pm\infty$). Espérance et variance d'une variable aléatoire. Écart-type. Théorème de transfert. Propriétés de l'espérance (linéarité, positivité, croissance). Indépendance de variables aléatoires. Propriétés de l'indépendance de variables aléatoires (utilisation du lemme des coalitions, de l'espérance du produit de deux variables aléatoires indépendantes). Lois usuelles (uniforme, Bernoulli, binomiale).

Limites et continuité

Limite en un point (définition avec (ϵ, α)). Limite à droite/gauche. Limite en $\pm\infty$. Asymptote oblique. Opérations sur les limites. Limite de fonctions composées. Passage à la limite dans une inégalité. Théorèmes de comparaison. Théorème des gendarmes.