
Programme de colles 20

Semaine du 16/03

Questions de cours

Limites et continuité

1. Unicité de la limite en $+\infty$.
2. Limite de fonctions composées.
3. Soit $f : I \longrightarrow \mathbb{R}$, soit $a \in \bar{I} \cap \mathbb{R}$ tel que $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$ avec $\ell \in]0; +\infty[$.
Alors il existe $\alpha > 0$ tel que pour tout $x \in I \cap [a - \alpha, a + \alpha]$, $f(x) > 0$.
4. Théorème de la limite monotone (version croissante, f majorée ou non majorée).
5. f est continue en a si et seulement si elle y est continue à gauche et à droite.
6. Prolongement par continuité.
7. L'image d'un intervalle par une fonction continue est un intervalle.
8. Propriétés de la fonction arctan.

Exercices

Limites et continuité

Limite en un point (définition avec (ϵ, α)). Limite à droite/gauche. Limite en $\pm\infty$. Asymptote oblique. Opérations sur les limites. Limite de fonctions composées. Passage à la limite dans une inégalité. Théorèmes de comparaison. Théorème des gendarmes. Théorème de la limite monotone. Croissances comparées. Equivalence de fonctions. Propriétés de l'équivalence. Equivalents de référence. Utilisation des équivalents pour la recherche de limites. Continuité. Continuité à gauche, à droite. Opérations sur les fonctions continues. Prolongement par continuité. Théorème des valeurs intermédiaires et ses corollaires. Théorème des bornes atteintes. Théorème de la bijection continue. Exemple de la fonction arctan.