
Programme de colles 21

Semaine du 23/03

Questions de cours

Limites et continuité

1. Théorème de la limite monotone (version croissante, f majorée ou non majorée).
2. f est continue en a si et seulement si elle y est continue à gauche et à droite.
3. Prolongement par continuité.
4. L'image d'un intervalle par une fonction continue est un intervalle.
5. Propriétés de la fonction arctan.

Dérivation

6. f est dérivable en a si, et seulement si, elle admet un développement limité d'ordre 1 en a .
7. Dérivée d'un produit.
8. Dérivée d'une fonction réciproque.
9. Soient $f :]a, b[\rightarrow \mathbb{R}$ une fonction dérivable sur $]a, b[$ et $c \in]a, b[$. On suppose que f admet un extremum sur $]a, b[$ en c . Alors $f'(c) = 0$.
10. Théorème des accroissements finis.

Exercices

Limites et continuité

Limite en un point (définition avec (ϵ, α)). Limite à droite/gauche. Limite en $\pm\infty$. Asymptote oblique. Opérations sur les limites. Limite de fonctions composées. Passage à la limite dans une inégalité. Théorèmes de comparaison. Théorème des gendarmes. Théorème de la limite monotone. Croissances comparées. Equivalence de fonctions. Propriétés de l'équivalence. Equivalents de référence. Utilisation des équivalents pour la recherche de limites. Continuité. Continuité à gauche, à droite. Opérations sur les fonctions continues. Prolongement par continuité. Théorème des valeurs intermédiaires. Théorème des bornes atteintes. Théorème de la bijection continue. Exemple de la fonction arctan.

Dérivation

Nombre dérivé (définition avec le taux d'accroissement). Equation de la tangente. Dérivée à gauche et à droite. Opérations sur les dérivées. Dérivation d'une composée, d'une réciproque. Dérivées d'ordre supérieur. Fonction de classe $\mathcal{C}^n$, de classe $\mathcal{C}^\infty$. Extrema. Théorème de Rolle. Théorème des accroissements finis (l'inégalité des accroissements finis est à redémontrer dans le contexte de chaque utilisation). Monotonie et signe de la dérivée.