
Programme de colles 23

Semaine du 06/04

Questions de cours

Intégration

1. Soit $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue et positive sur $[a, b]$. Alors

$$\int_a^b f(t)dt = 0 \Leftrightarrow \forall x \in [a, b], f(x) = 0.$$

2. Théorème de la valeur moyenne.
3. Théorème fondamental de l'analyse.
4. Formule d'intégration par parties.
5. Formule du changement de variable.
6. Intégrale d'une fonction paire ou impaire.
7. Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue et périodique de période $T > 0$.

Pour tout $a \in \mathbb{R}$, on a $\int_a^{a+T} f(t)dt = \int_0^T f(t)dt$.

8. Sommes de Riemann (énoncé uniquement) et application au calcul de $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k}$.

Polynômes

9. Unicité de l'écriture des polynômes.
10. $\deg(P + Q) \leq \max(\deg(P), \deg(Q))$ avec égalité si $\deg(P) \neq \deg(Q)$.

Exercices

Intégration

Primitives. Intégrale d'une fonction positive (définie par l'aire sous la courbe), d'une fonction de signe quelconque. Propriétés de l'intégrale (linéarité, relation de Chasles, positivité). Valeur et inégalité de la moyenne. Théorème de la moyenne. Théorème fondamental de l'analyse. Intégration par parties. Changement de variable. Intégrale d'une fonction paire ou impaire. Intégrale d'une fonction périodique. Sommes de Riemann.

Polynômes

Polynôme réel. Unicité du polynôme. Degré d'un polynôme. Coefficient dominant. Opérations sur les polynômes. Polynôme dérivé. Dérivée p -ième. Racines réelles d'un polynôme. Factorisation.