
Programme de colles 24

Semaine du 13/04

Questions de cours

Intégration

1. Intégrale d'une fonction paire ou impaire.
2. Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continue et T -périodique. Pour tout $a \in \mathbb{R}$, on a $\int_a^{a+T} f(t)dt = \int_0^T f(t)dt$.
3. Sommes de Riemann (énoncé uniquement) et application au calcul de $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k}$.

Polynômes

4. Unicité de l'écriture des polynômes.
5. $\deg(P + Q) \leq \max(\deg(P), \deg(Q))$ avec égalité si $\deg(P) \neq \deg(Q)$.
6. Soit $P \in \mathbb{R}[X]$ de degré impair. Alors P admet au moins une racine réelle.
7. Factorisation d'un polynôme admettant autant de racines que son degré.
8. Soit $P \in \mathbb{R}[X]$. Soit $\alpha \in \mathbb{R}$ une racine de P .
Alors α est une racine multiple de P si et seulement si $P'(\alpha) = 0$.

Espaces vectoriels

9. Soit E un espace vectoriel. Soient F_1, \dots, F_n des sous-espaces vectoriels de E où $n \in \mathbb{N}^*$.
Alors $\bigcap_{k=1}^n F_k = F_1 \cap \dots \cap F_n$ est un sous-espace vectoriel de E .
10. Sous-espace vectoriel engendré par une famille finie de vecteurs.

Exercices

Intégration

Théorème fondamental de l'analyse. Intégration par parties. Changement de variable. Intégrale d'une fonction paire ou impaire. Intégrale d'une fonction périodique. Sommes de Riemann.

Polynômes

Polynôme réel. Unicité du polynôme. Degré d'un polynôme. Coefficient dominant. Opérations sur les polynômes. Polynôme dérivé. Dérivée p -ième. Racines réelles d'un polynôme. Factorisation. Racines simples, racines multiples.

Espaces vectoriels

Espaces vectoriels. Sous-espaces vectoriels. Combinaison linéaire. Intersection de sous-espaces vectoriels. Sous-espaces engendré par une famille finie de vecteurs. Familles libres.