
Programme de colles 25

Semaine du 04/05

Questions de cours

Polynômes

1. Unicité de l'écriture des polynômes.
2. $\deg(P + Q) \leq \max(\deg(P), \deg(Q))$ avec égalité si $\deg(P) \neq \deg(Q)$.
3. Soit $P \in \mathbb{R}[X]$ de degré impair. Alors P admet au moins une racine réelle.
4. Factorisation d'un polynôme admettant autant de racines que son degré.
5. Soit $P \in \mathbb{R}[X]$. Soit $\alpha \in \mathbb{R}$ une racine de P .
Alors α est une racine multiple de P si et seulement si $P'(\alpha) = 0$.

Espaces vectoriels

6. Soit E un espace vectoriel. Soient F_1, \dots, F_n des sous-espaces vectoriels de E .
Alors $\bigcap_{k=1}^n F_k = F_1 \cap \dots \cap F_n$ est un sous-espace vectoriel de E .
7. Sous-espace vectoriel engendré par une famille finie de vecteurs.
8. Soit E un \mathbb{K} -espace vectoriel de dimension n .
Toute famille libre de n vecteurs (e_1, \dots, e_n) de E est une base de E .
9. Soit E un \mathbb{K} -espace vectoriel de dimension n .
Toute famille génératrice de n vecteurs (e_1, \dots, e_n) de E est une base de E .
10. Soit E un \mathbb{K} -espace vectoriel de dimension finie. Soit F un sous-espace vectoriel de E .
Alors $\dim(F) = \dim(E)$ si et seulement si $E = F$.

Exercices

Polynômes

Polynôme réel. Unicité du polynôme. Degré d'un polynôme. Coefficient dominant. Opérations sur les polynômes. Polynôme dérivé. Dérivée p -ième. Racines réelles d'un polynôme. Factorisation.

Espaces vectoriels

Espaces vectoriels. Sous-espaces vectoriels. Combinaison linéaire. Intersection de sous-espaces vectoriels. Sous-espaces engendré par une famille de vecteurs. Familles libres, génératrices, bases. Coordonnées d'un vecteur dans une base. Espace vectoriel de dimension finie. Dimension d'un espace vectoriel. Théorème de la base incomplète. Rang d'une famille de vecteurs.